APPLIED MECHANICS

PART I.

CHICHGUR.

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્ર

(એપ્લાઈડ મીકેનીક્સ)

ભાગ ૧લો

ચીચગર.

गूजरात विद्यापीठ ग्रंथालय

[गुजराती कार्यालय विभाग]

अनुक्रमांक १४८१५ वर्गांक

पुस्तकनुं नाम क्रियात्मक यंत्रशास्त्र-१

विषय [illegible]

APPLIED MECHANICS

Specially arranged for the use of students in Technical Schools under the control of the Committee of Direction for Technical Education, Bombay Presidency, and for Apprentices, Engineers and Mechanics generally.

PART I

CHAPTERS 1 To 10

BY

Pirojshaw Edalji Chichgur
A. M. I. Mech. E., A. M. I. E. (Ind.),

Superintendent, The F. S. Parekh Technical Institute, Surat.

Formerly Head Master, The J. N. Tata Technical School, Navsari.

ALL RIGHTS RESERVED

PRINTED BY VAJERAM MANSING AT THE "SURAT CITY"
PRINTING PRESS, NEAR CHOUTA BRIDGE, SURAT.
&
PUBLISHED BY PIROJSHAW EDALJI CHICHGUR AT THE
F. S. PAREKH TECHNICAL INSTITUTE, SONI FALIA, SURAT.

APPLIED MECHANICS
PART I

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્ર

(એપ્લાઇડ મીકેનીકસ)

ભાગ ૧લો

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્ર

(એપ્લાઈડ મીકેનીક્સ)

મુંબઈ ઈલાકાની કમીટી ઓફ ડાયરેકશન ફોર
ટેકનીકલ એજ્યુકેશનના તાબા હેઠળની
ટેકનીકલ સ્કુલોમાં વિદ્યાર્થીઓ માટે
તથા એપ્રેન્ટીસ, એન્જીનીયરો
અને મીકેનીક માટે
ઉપયોગી પુસ્તક

ભાગ પહેલો

પ્રકરણ ૧ થી ૧૦

કર્તા
પીરોજશા એદલજી ચીચગર,
એ. એમ. આઈ. મીકેનીકલ. ઈ.
એ. એમ. આઈ. ઈ. (ઇન્ડીયા).
સુરતની ધી એફ. એસ. પારેખ ટેકનીકલ ઈન્સ્ટીટયુટના
સુપ્રીન્ટેન્ડન્ટ,
નવસારીની ધી જે. એન. તાતા ટેકનીકલ સ્કુલના આગલા
હેડમાસ્તર.

ગૂજરાત વિદ્યાપીઠ ગ્રંથાલય
અમદાવાદ
ગૂજરાતી કૉપીરાઈટ-સંગ્રહ
૫

સર્વ હક્ક કર્ત્તાએ સ્વાધિન રાખ્યા છે.

પ્રસ્તાવના

ગુજરાતી ભાષામાં એન્જીનીયરીંગ વિષયોને લગતાં પુસ્તકો બહુજ થોડાં હોવાથી અંગ્રેજી ન ભણેલા અથવા ઓછું ભણેલા એન્જીનીયરીંગ લાઇનના વિદ્યાર્થીઓ અને એપ્રેન્ટીસોને એ વિષયોને લગતું શાસ્ત્રિય જ્ઞાન મેળવવામાં ઘણી મુશ્કેલી નડે છે. એન્જીનીયરીંગ લાઇનના વિદ્યાર્થીઓ માટે એપ્લાઇડ મીકેનીકસ (ક્રિયાગત યંત્ર શાસ્ત્ર)નો વિષય અગત્યનો હોવાથી અને એ વિષયને લગતું કોઈ પણ પુસ્તક ગુજરાતી ભાષામાં ન હોવાથી આવા વિદ્યાર્થીઓને એ વિષય શીખવામાં ઘણી મુશ્કેલી માલમ પડતી આ પુસ્તકના કર્તાએ ટેકનીકલ સ્કૂલોમાં પોતાના આઠ વર્ષના શિક્ષક તરીકેના અનુભવમાં જોઈ છે. આ મુશ્કેલી દુર કરવાના હેતુથી કર્તાએ એન્જીનીયરીંગ તથા તેને લગતી શાખાઓના વિદ્યાર્થીઓ તથા કારખાનામાં કામ કરતા એપ્રેન્ટીસો અને કારીગરોને ઉપયોગી થઈ પડે એવું આ વિષયને લગતું પુસ્તક ગુજરાતી ભાષામાં તૈયાર કરવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે.

મુંબઈ ઇલાકાની કમીટી ઓફ ડાયરેકશન ફોર ટેકનીકલ એજ્યુકેશને નક્કી કરેલા આ વિષયના ત્રણ વર્ષના ક્રમ (કોર્સ) મુજબ એપ્લાઇડ મીકેનીકસનાં આખાં પુસ્તકને ત્રણ ભાગમાં વહેંચી દરેક ભાગ છૂટો છપાવી પ્રગટ કરવાની ધારણા રાખવામાં આવી છે, કે જેથી દરેક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓ અને શીખાઉ દરેક છૂટો ભાગ સવળ મુજબ ખરીદી શકે. તે મુજબ આ પહેલા ભાગનું પુસ્તક પ્રગટ કરવામાં આવ્યું છે, અને બીજા ભાગનું પુસ્તક પણ થોડા વખતમાં બહાર પાડવાની કર્તા આશા રાખે છે. આ પહેલા ભાગનાં પુસ્તકમાં મુંબઈ ઇલાકાની કમીટી ઓફ ડાયરેકશન ફોર ટેકનીકલ એજ્યુકેશને મંજુર કરેલા પહેલા વર્ષના ક્રમ (કોર્સ)નો સમાવેશ કરવામાં આવ્યો છે.

આ પુસ્તકમાં એપ્લાઇડ મીકેનીકસને લગતા શાસ્ત્રિય નિયમો વ્યવહારમાં કેવી રીતે લાગુ પડે છે તે દરેક પ્રકરણમાં ગણેલા નમુનાના દાખલાઓની સંખ્યા જેમ બને તેમ વધુ પ્રમાણમાં આપી સ્પષ્ટ સમજાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે. વળી દરેક પ્રકરણને છેડે

વ્યવહારમાં ઉપયોગી થઈ પડે એવા દાખલાઓ જેમ બને તેમ વધુ સંખ્યામાં આપવામાં આવ્યા છે, જેથી વિદ્યાર્થીઓને પોતાની મેળે ઘરે અથવા વર્ગમાં ગણવાનું સવળ થઈ પડે.

એન્જીનીયરીંગ અને તેને લગતી શાખાઓના વિષયોનો અભ્યાસ શરૂ કરવા પહેલાં વિદ્યાર્થીઓને ભૂમિતિ અને માપ કરણ (મેન્સ્યુરેશન)નાં મૂળ તત્વોની માહિતીની અવશ્ય જરૂર હોવાથી આ પુસ્તકની શરૂઆતમાં આ વિષયને લગતું પ્રકરણ આપવામાં આવ્યું છે.

આ પુસ્તક રચવામાં કર્તાએ મેસર્સ જેમીસન, ક્રૂયર અને જેરડન, લો, ડંકન, વિગેરે લેખકોનાં પુસ્તકોની મદદ લીધી છે, જે માટે તેમનો આભારી છું.

વળી આ પુસ્તક લખવાનાં અને તેને પ્રગટ કરવાનાં કામમાં મને ઉત્તેજન અને મદદ આપવા માટે કમીટી ઓફ ડાયરેકશન ફોર ટેકનીકલ એજ્યુકેશન તથા તેના સેક્રેટરી મી. એ. જે. ટરનરનો, અને મુંબાઈ ઇલાકાનાં કેળવણી ખાતાના ડાયરેકટર સાહેબનો આ તકે ખાસ આભાર માનું છું.

આ પુસ્તકમાં આવેલી આકૃતિના બ્લોકસ બનાવવા માટે ડ્રોઇંગો મારી સૂચના મુજબ તૈયાર કરવામાં તેમજ દરેક પ્રકરણને છેડે આપેલી એકસરસાઇઝના દાખલાઓના જવાબો શોધવામાં મને મદદ આપવા માટે પારેખ ટેકનીકલ ઇન્સ્ટીટયુટના ડ્રોઇંગ ટીચર મી. દેવશંકર ની. ભટનો અને મેથેમેતીકસ ટીચર મી. મગનલાલ કે. શ્રોફનો આભાર માનું છું.

આ પુસ્તકમાં દાખલાઓની સંખ્યા ઘણી હોવાથી તેમજ કર્તાનો પુસ્તક લખવાનો આ પહેલોજ પ્રયત્ન હોવાથી આ પુસ્તકમાં કાંઇક ભુલો અને ખામીઓ વાંચનારને જણાશે, જે તરફ કર્તાનું ધ્યાન ખેંચવામાં આવશે તો ઉપકાર સહિત તેનો સ્વીકાર કરવામાં આવશે.

પારેખ ટેકનીકલ ઇન્સ્ટીટયુટ,
સુરત, તા. ૧લી મે ૧૯૨૯. } **પીરોજશા એ. ચીચગર.**

અનુક્રમણિકા

CONTENTS

પ્રકરણ ૧લું

માપકરણ.

પૃષ્ઠ

પ્રકરણ ૨જું

જોર, મેટર, વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ, વજન.

પ્રકરણ ૬ઠું

પ્રકરણ ૭મું

પ્રકરણ ૮મું

પૃષ્ઠ

પ્રકરણ ૯મું

ઢાળ ઉપર ખેંચાણનું જોર અને તે ઉપર વજન ખસેડતાં થતાં કામ

પ્રકરણ ૧૦મું

શક્તિ. કાર્યસાધકત્વ (એફીશીઅન્સી).

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્ર

(એપ્લાઈડ મીકેનીકસ)

ભાગ પહેલો

પ્રકરણ ૧લું

માપકરણ (MENSURATION)

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્ર એટલે એપ્લાઈડ મીકેનીકસનો વિષય શરૂ કરવા પહેલાં વિદ્યાર્થીઓને માપકરણનાં મૂળતત્વોની માહિતીની ખાસ જરૂર હોવાથી આ વિષય શરૂ કરવા આગમચ ભૂમિતીને લગતી જરૂરી વ્યાખ્યાઓ અને માપકરણનાં મૂળતત્વો આ શરૂઆતનાં પ્રકરણમાં વર્ણવ્યાં છે.

ભૂમિતીને લગતી વ્યાખ્યાઓ

બિંદુ (a point)— જેને સ્થાન હોય છે પણ મહત્વતા હોતી નથી તેને "**બિંદુ**" કહે છે, અને વ્યવહારમાં તેને એક નાનાં ટપકાં (dot) થી દર્શાવવામાં આવે છે.

રેખા અથવા લીટી (a line)— રેખાને લંબાઈ હોય છે પણ પહોળાઈ હોતી નથી.

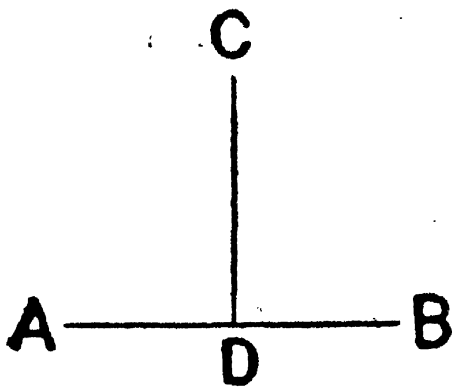
સીધી રેખા અથવા લીટી (a straight line)— બે બિંદુઓ વચ્ચેનું ઓછામાં ઓછું અંતર દર્શાવનારી રેખાને "**સીધી લીટી** અથવા **રેખા** કહે છે.



આકૃતિ ૧

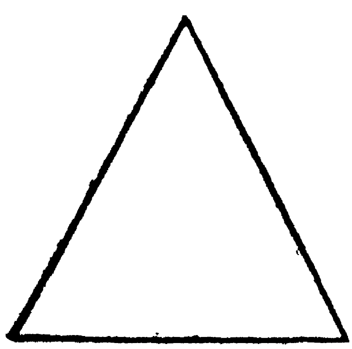
(જુઓ આકૃતિ ૧).

લંબ (perpendicular)—જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને એવી રીતે મળે કે પાસ પાસેનાં બે ખુણાઓ બરાબર થાય, ત્યારે આ ખુણાઓ માંહેલા દરેક ખુણાને **કાટખુણો (right angle)** કહે છે, અને લીટીઓ માંહેલી એક લીટી બીજી ઉપર "**લંબ**" છે એમ કહેવાય છે, જેમકે, પાસેની આકૃતિમાં લીટી AB ઉપર લીટી CD લંબ છે, અને ખુણાઓ ADC અને BDC એ દરેક **કાટખુણો** કહેવાય છે. (જુઓ આકૃતિ ૨).

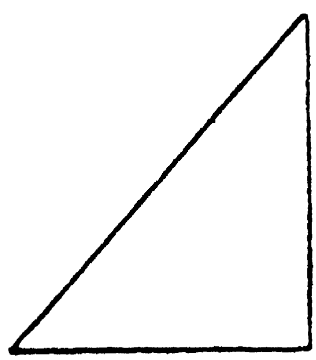


આકૃતિ ૨

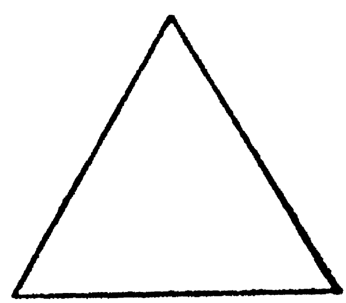
ત્રિકોણ (triangle)—જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીઓથી થએલી હોય તેને "**ત્રિકોણ**" (**triangle**) કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૩).



આકૃતિ ૩.



આકૃતિ ૪.

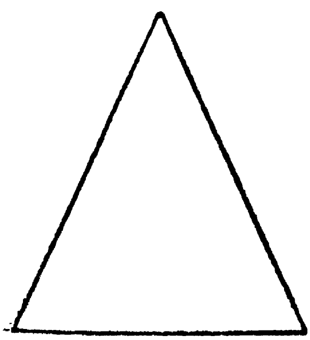


આકૃતિ ૫.

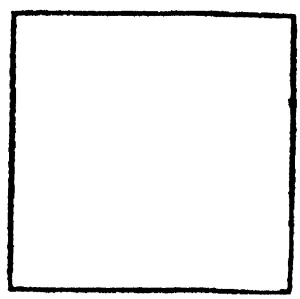
કાટકોણ ત્રિકોણ (right angled triangle)—જે ત્રિકોણનો એક ખુણો કાટ ખુણો હોય તેને "**કાટકોણ ત્રિકોણ**" કહે છે. કાટખુણો કરનારી એક બાજુને પાયો (base) અને બીજી બાજુને લંબ ઉંચાઈ (perpendicular height) કહે છે, અને કાટખુણા સામેની બાજુને કર્ણ (hypotenuse) કહેવામાં આવે છે. (જુઓ આકૃતિ ૪).

સમબાજુ ત્રિકોણ (**equilateral triangle**) — જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ બરાબર હોય તેને “ **સમબાજુ ત્રિકોણ** ” કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૫).

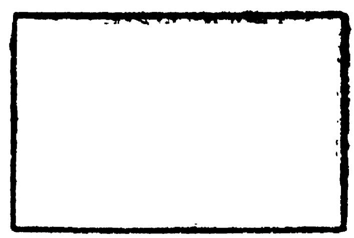
સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (**isosceles triangle**) — જે ત્રિકોણની બે બાજુઓ બરાબર હોય તેને “**સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ**” કહેવામાં આવે છે. (જુઓ આકૃતિ ૬).



આકૃતિ ૬



આકૃતિ ૭



આકૃતિ ૮

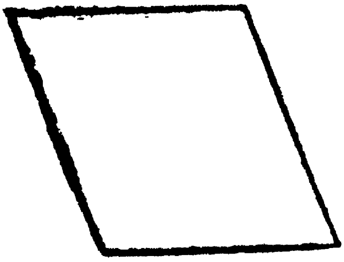
ચોખુણુ (**quadrilateral figure**) — જે આકૃતિની હદ ચાર સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય અને પરિણામે તેમાં ચાર ખુણાઓ હોય તેવી આકૃતિને “**ચોખુણુ**” કહે છે.

કાટકોણ ચોખુણુ (**rectangle**) — જે ચોખુણનાં ચારે ખુણા કાટખુણા હોય તેને “ **કાટકોણ ચોખુણુ** ” કહે છે.

ચોરસ (**square**) — જે ચોખુણની ચારે બાજુ સરખી હોય અને ચારે ખુણા કાટખુણા હોય તેને “**ચોરસ**” કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૭).

લંબ ચોરસ (**oblong** અથવા **rectangle**) — જે આકૃતિનાં ચારે ખુણા કાટખુણા હોય, પણ જેની પાસપાસેની બાજુઓ સરખી ન હોય, અને માત્ર સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તેને “**લંબ ચોરસ**” કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૮).

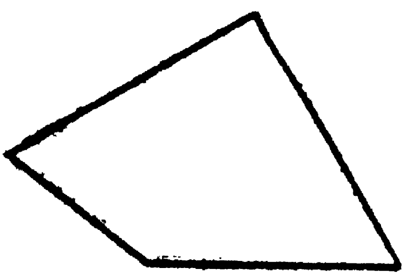
સમાંતરબાજુ ચોખુણ (parallelogram)—જે ચોખુણની સામસામેની બાજુઓ એક બીજીને સમાંતર હોય તેને "**સમાંતરબાજુ ચોખુણ**" કહે છે. ચોરસ અને લંબચોરસ એ સમાંતરબાજુ ચોખુણ (પેરેલેલોગ્રામ) છે; તેજ પ્રમાણે જે ચોખુણનાં ચારે ખુણાં કાટખુણા ન હોય પણ સામસામેની બાજુઓ એક બીજીને સમાંતર હોય તેને પણ સમાંતરબાજુ ચોખુણ (પેરેલેલોગ્રામ) કહે છે.



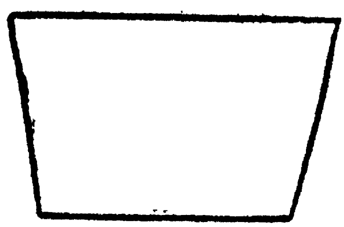
આકૃતિ ૯

ત્રેપેઝીયમ (trapezium)—એ સપાટ ચોખુણ આકૃતિ છે જેની હદ ચાર અસમાન સીધી લીટીઓથી થયેલી છે, અને તેથી તે ચોરસ અથવા લંબચોરસ નથી, તેમજ પેરેલેલોગ્રામ એટલે સમાંતરબાજુ ચોખુણ પણ નથી. (જુઓ આકૃતિ ૧૦).

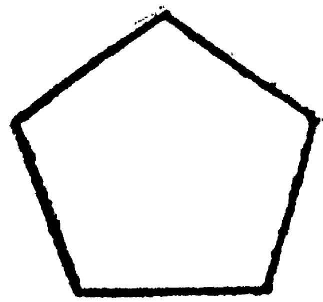
ત્રેપેઝોઈડ (trapezoid)—એ ચાર બાજુની બનેલી ચોખુણ આકૃતિ છે, જેની માત્ર બે બાજુઓ સમાંતર છે. (જુઓ આકૃતિ ૧૧).



આકૃતિ ૧૦



આકૃતિ ૧૧



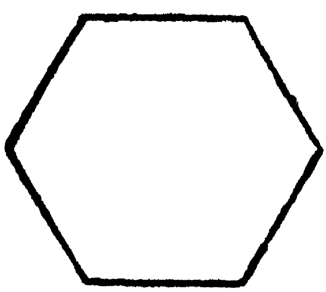
આકૃતિ ૧૨

બહુકોણાકૃતિ (polygon)—ચાર કરતાં વધુ સીધી લીટીઓથી બનેલી આકૃતિને "**બહુકોણાકૃતિ**" એટલે "**પોલીગોન**" કહે છે. જો આવી આકૃતિની સઘળી બાજુઓ અને ખુણાઓ સરખા હોય તો તેને "**નિયમિત બહુકોણાકૃતિ**" (**regular polygon**) કહે છે, જેમકે, પંચકોણ, ષટ્કોણ, વીગેરે; અને જો તેની ચારે બાજુઓ અને ખુણાઓ સરખા ન હોય તો તેને "**અનિયમિત બહુકોણાકૃતિ**" (**irregular polygon**) કહે છે.

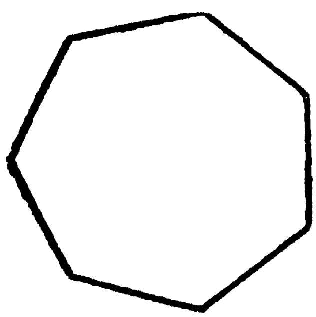
પંચકોણ (**pentagon**)—જે આકૃતિની હદ પાંચ સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય તેને "**પંચકોણ**" એટલે "**પેન્ટેગોન**" કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૧૨).

ષટ્કોણ (**hexagon**)—જે આકૃતિની હદ છ સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય તેને '**ષટ્કોણ**" એટલે "**હેકસેગૉન**" કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૧૩)

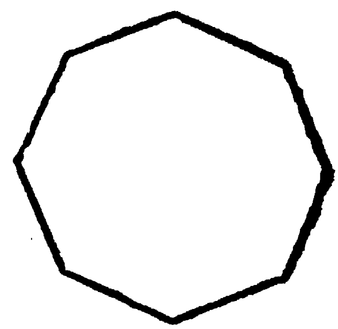
સપ્તકોણ (**heptagon**)—જે આકૃતિની હદ સાત સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય તેને "**સપ્તકોણ**" એટલે "**હેપ્ટેગૉન**" કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૧૪).



આકૃતિ ૧૩



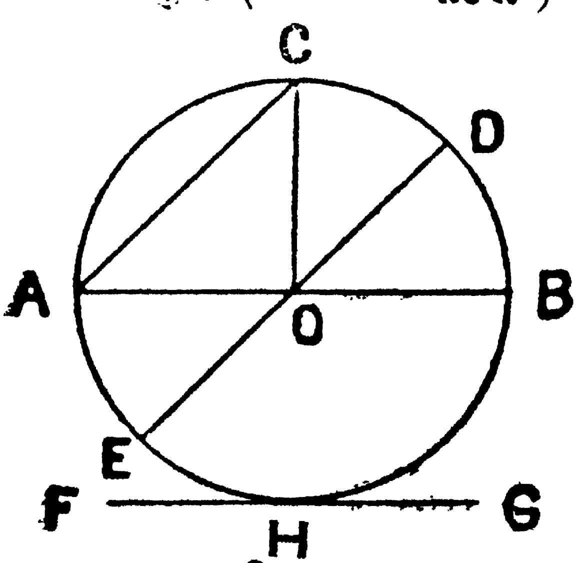
આકૃતિ ૧૪



આકૃતિ ૧૫

અષ્ટકોણ (**octagon**)—જે આકૃતિની હદ આઠ સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય તેને "**અષ્ટકોણ**" એટલે "**ઑકટેગૉન** કહે છે. (જુઓ આકૃતિ ૧૫).

વર્તુલ (**circle સર્કલ**)—એક સપાટ આકૃતિ જેની હદ એકજ વક્ર લીટીથી થયેલી હોય, અને જેમાં એક એવું મુકરર બિંદુ હોય કે તે બિંદુમાંથી તે વક્રલીટી સુધી જે સીધી લીટીઓ દોરીએ તે સઘળી બરાબર થાય, તો તે આકૃતિને "**વર્તુલ**" (સર્કલ) કહે છે; અને તે વક્રલીટીને "**પરિધ**" (**circumference સર્કમ્ફ્રન્સ**) કહેવામાં આવે છે; જે મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી



આકૃતિ ૧૬

દોરેલી સીધી લીટીઓ બરાબર થાય તે બિંદુને "**મધ્યબિંદુ**" (**centre** **સેન્ટર**) કહે છે; જેમકે-ACDBHE પરિઘ છે, અને O મધ્યબિંદુ છે.

ત્રિજ્યા (**radius રેડીઅસ**)—વર્તુલના મધ્યબિંદુ O થી પરિઘ સુધી દોરાયલી સીધી લીટીને " **ત્રિજ્યા** " કહે છે, જેમકે-OA અથવા OC ત્રિજ્યા છે.

વ્યાસ (**diameter ડાયમેટર**)—જે સીધી લીટી વર્તુલનાં મધ્યબિંદુમાં થઈને પાર જાય અને તેનાં બન્ને છેડાઓ પરિઘ ... તેને વર્તુલનો "**વ્યાસ**" કહે છે, જેમકે-AB અથવા DE.

જ્યા અથવા **કૉર્ડ** (**chord**)—પરિઘમાંનાં કોઈ પણ બે બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીને " **જ્યા** " એટલે "**કૉર્ડ**" (**chord**) કહે છે, જેમકે—AC.

કંસ અથવા **આર્ક** (**arc**)—પરિઘનાં કોઈપણ ભાગને "**કંસ**" એટલે " **આર્ક** " કહે છે, જેમકે—AC અથવા CD.

સેગ્મેન્ટ (**segment**)—વર્તુલનો કોઈ પણ ભાગ કે જેની હદ આર્ક અને તેની કૉર્ડ એટલે જ્યાથી થયેલી હોય તેને "**સેગ્મેન્ટ**" કહે છે, જેમકે—AC.

અર્ધવર્તુલ એટલે **સેમીસર્કલ** (**semi-circle**)—વર્તુલનાં અર્ધ ભાગને અથવા વ્યાસ વડે જુદા પાડેલા સેગ્મેન્ટને **અર્ધવર્તુલ** એટલે **સેમીસર્કલ** કહે છે, જેમકે—ACB અથવા AHB.

સેકટર (**sector**)—વર્તુલનો કોઈપણ ભાગ કે જેની હદ આર્ક અને બે ત્રિજ્યાઓથી થયેલી હોય તેને "**સેકટર**" કહે છે, જેમકે—COD.

ક્વાડ્રન્ટ (**quadrant**)— જે સેકટર વર્તુલનો ચોથો ભાગ હોય તેને " **ક્વાડ્રન્ટ** " કહે છે, જેમકે—AOC.

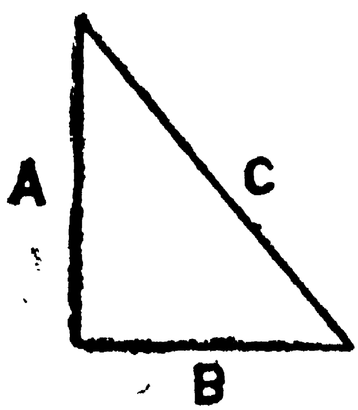
સેકસ્ટન્ટ (**sextant**)—જે સેકટર વર્તુલનો છઠ્ઠો ભાગ હોય તેને " **સેકસ્ટન્ટ** " કહે છે.

સ્પર્શરેખા એટલે ટેન્જન્ટ (tangent)—એક સીધી લીટી FG છે જે વર્તુલ અથવા વક્રને એક બિંદુ Hમાં અડે છે અને જેને લંબાવવામાં આવે તોપણ તે વર્તુલ અથવા વક્રને કાપતી નથી તેને "**સ્પર્શરેખા**" કહેવામાં આવે છે.

અંશ એટલે ડીગ્રી—દરેક વર્તુલનાં પરિધને ૩૬૦ સરખા ભાગમાં વિભક્ત કરવામાં આવે છે, જે દરેક ભાગને "**અંશ** એટલે "**ડીગ્રી**" (**degree**) કહે છે. અર્ધ વર્તુલમાં ૧૮૦ અંશ હોય છે. અને વર્તુલનાં ચાર કાટખુણા હોય છે, માટે દરેક કાટખુણો ૯૦ અંશનો હોય છે.

રેષામાપ

કોઈ પણ કાટકોણ ત્રિકોણ (right angled triangle) માં કાટખુણા સામેની બાજુ એટલે કર્ણનો વર્ગ કાટખુણો કરનારી બે બાજુઓનાં વર્ગોનાં સરવાળા બરાબર હોય છે. જો કાટખુણો કરનારી બે બાજુઓ A અને B લઈએ અને કર્ણ C લઈએ તો—



આકૃતિ ૧૭

$$C^२ = A^२ + B^२,$$

માટે $C = \sqrt{A^२ + B}$

તેમજ $A^२ = C^२ - B^२$

માટે $A = \sqrt{C^२ - B^२}$

તેમજ $B = \sqrt{C^२ - A^२}$.

દાખલો ૧—એક કાટકોણ ત્રિકોણની કાટખુણો કરનારી બે બાજુઓ અનુક્રમે ૩ ઈંચ અને ૪ ઈંચ છે, તો તેનો કર્ણ કેટલો હશે?

$$\text{કર્ણ}^२ = \text{પાયો}^२ + \text{ઉંચાઈ}^२$$

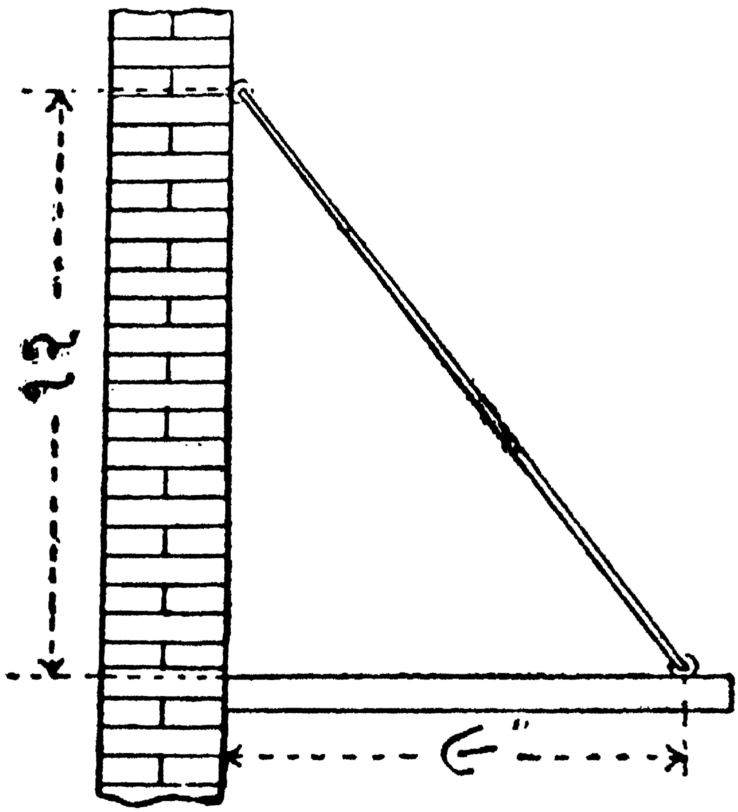
$$\text{માટે, કર્ણ} = \sqrt{\text{પાયો}^२ + \text{ઉંચાઈ}^२}$$

$$= \sqrt{३^२ + ४^२}$$

$$= \sqrt{९ + १६}$$

$$= \sqrt{२५} = \underline{\text{૫ ઈંચ.}}$$

દાખલો ૨—એક દુકાનનાં આડાં ઝુલતાં પાટીઆંને બન્ને છેડેથી બે સળીયાઓની મદદ વડે લટકાવેલું છે. સળીયાનાં એક છેડાને પાટીઆંની જે ધાર દીવાલ સાથે અડેલી છે તેનાથી ૯ ઇંચ દુર પાટીઆં સાથે જોડેલો છે, અને બીજા છેડાને પાટીઆંથી ૧૨ ઇંચ દુર દીવાલ સાથે જોડેલો છે, તો સળીયાઓની લંબાઈ કેટલી હશે?



આકૃતિ ૧૮

એમાં પાટીયું અને દીવાલ એ કાટખુણો કરનારી ત્રિકોણની બે બાજુઓ થઈ, અને સળીયો કર્ણ થયો, માટે

$$\text{સળીયાની લંબાઈ}^{૨} = ૯^{૨} + ૧૨^{૨}$$

$$\text{સળીયાની લંબાઈ} = \sqrt{૮૧ + ૧૪૪}$$

$$= \sqrt{૨૨૫}$$

$$= \underline{૧૫ \text{ ઇંચ}}$$

દાખલો ૩— ૧૩ ફુટ લાંબી એક નીસરણીનો જમીન ઉપર ટેકવાયલો એક છેડો દીવાલથી ૫ ફુટ દુર છે, તો તેનો ઉપલો છેડો જમીનથી દીવાલની કેટલી ઉંચાઇએ હશે ?

એમાં દીવાલની ઉંચાઈ અને દીવાલથી નીસરણીનાં જમીન ઉપર ટેકવાયલા છેડા સુધીનું અંતર એક કાટખુણો કરનારી બે બાજુઓ થઈ, અને નીસરણી કર્ણ થયો, માટે

$$\text{ઉંચાઈ} = \sqrt{૧૩^૨ - ૫^૨}$$
$$= \sqrt{૧૬૯ - ૨૫}$$
$$= \sqrt{૧૪૪}$$
$$= \underline{૧૨ \text{ ફુટ}}$$

દાખલો ૪—એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ ૨૦ ઈંચ છે અને લંબ ઉંચાઈ ૧૦ ઈંચ છે, તો તેનો પાયો કેટલો હશે ?

$$\text{પાયો} = \sqrt{\text{કર્ણ}^૨ - \text{ઉંચાઈ}^૨}$$
$$= \sqrt{૨૦^૨ - ૧૦^૨}$$
$$= \sqrt{૪૦૦ - ૧૦૦}$$
$$= \sqrt{૩૦૦}$$
$$= \underline{૧૭\cdot૩૨ \text{ ઈંચ}}$$

વર્તુલનો પરિઘ એટલે **સર્કમ્ફરન્સ**—વર્તુલનાં વ્યાસ અને પરિઘ વચ્ચેનું પ્રમાણ ૧ : ૩·૧૪૧૬, અથવા લગભગ ૭ : ૨૨ છે, એટલે વર્તુલનાં વ્યાસને અથવા બમણી ત્રિજ્યાને ૩·૧૪૧૬ અથવા $\frac{૨૨}{૭}$ વડે ગુણવાથી પરિઘ આવે છે.

ધારો કે, D = વર્તુલનો વ્યાસ, અને
r = વર્તુલની ત્રિજ્યા હોય તો,

$$\text{વર્તુલનો પરિઘ} = D \times ૩\cdot૧૪૧૬ \text{ અથવા } \tfrac{૨૨}{૭}$$
$$= ૨\,r \times ૩\cdot૧૪૧૬ \text{ અથવા } \tfrac{૨૨}{૭}.$$

દાખલો ૫—એક વર્તુલનો વ્યાસ ૪ ઇંચ છે, તો તેનો પરિધ શોધો ?

પરિધ = D × ૩·૧૪૧૬
= ૪ × ૩·૧૪૧૬
= ૧૨·૫૬૬૪ ઇંચ

દાખલો ૬—એક વર્તુલની ત્રિજ્યા ૩ ઇંચ છે, તો તેનો પરિધ શોધો ?

પરિધ = ૨r × ૩·૧૪૧૬
= ૨ × ૩ × ૩·૧૪૧૬
= ૧૮·૮૪૯૬ ઇંચ

દાખલો ૭—એક વર્તુલનો પરિધ ૧૪·૧૩૭૨ ઇંચ છે, તો તેનો વ્યાસ અને ત્રિજ્યા શોધો ?

વ્યાસ × ૩·૧૪૧૬ = પરિધ

માટે, વ્યાસ $= \frac{\text{પરિધ}}{૩·૧૪૧૬}$

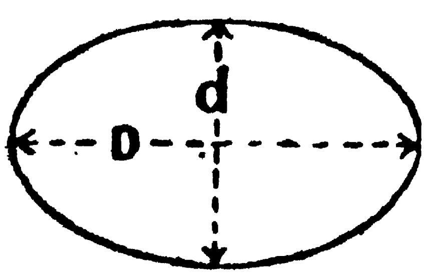
$= \frac{૧૪·૧૩૭૨}{૩·૧૪૧૬}$

= ૪·૫ ઇંચ

ત્રિજ્યા $= \frac{૪·૫}{૨}$

= ૨·૨૫ ઇંચ

અંડાકૃતિ અથવા લંબગોળ (ellipse)નો પરિધ શોધવાની રીત—



આકૃતિ ૧૯

નિયમ—મોટા અને નાના વ્યાસોનાં સરવાળાનાં અર્ધને ૩·૧૪૧૬ અથવા $\frac{૨૨}{૭}$ વડે ગુણવા, અથવા, લંબગોળનો પરિધ $= \frac{D + d}{૨} \times ૩·૧૪૧૬$ અથવા $\frac{૨૨}{૭}$, એમાં D = મોટો વ્યાસ, અને d = નાનો વ્યાસ.

 ૧૪૮૧૫

દાખલો ૮—એક લંબગોળનો મોટો વ્યાસ ૮ ઇંચ અને નાનો વ્યાસ ૬ ઇંચ છે તો તેનો પરિઘ શોધો ?

$$\text{પરિઘ} = \frac{D + d}{\text{૨}} \times \text{૩·૧૪૧૬}$$

$$= \frac{\text{૮} + \text{૬}}{\text{૨}} \times \text{૩·૧૪૧૬}$$

$$= \text{૭} \times \text{૩·૧૪૧૬}$$

$$= \underline{\text{૨૧·૯૯૧૨ ઇંચ}}$$

દાખલો ૯—એક અંડાકૃતિ અથવા લંબગોળનો પરિઘ ૨૫·૧૩૨૮ ઇંચ છે, અને તેનો નાનો વ્યાસ ૭ ઇંચ છે, તો મોટો વ્યાસ શોધો ?

$$\frac{D + d}{\text{૨}} \times \text{૩·૧૪૧૬} = \text{પરિઘ}$$

$$D + d = \frac{\text{૨} \times \text{પરિઘ}}{\text{૩·૧૪૧૬}}$$

$$D + d = \frac{\text{૨} \times \text{૨૫·૧૩૨૮}}{\text{૩·૧૪૧૬}}$$

$$D + \text{૭} = \text{૧૬}$$

$$D = \text{૧૬} - \text{૭}$$

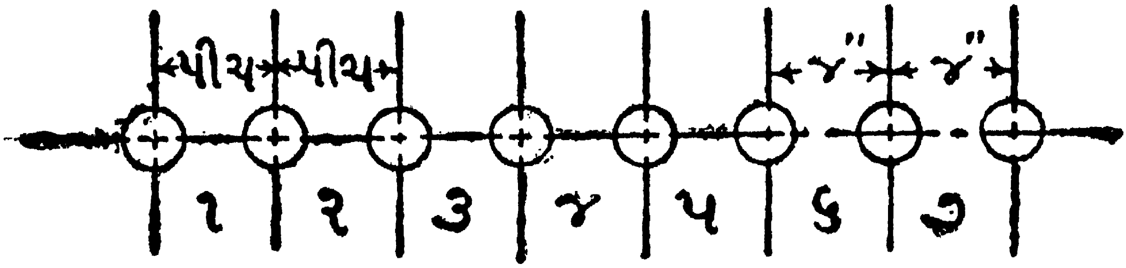
$$= \underline{\text{૯ ઇંચ}}$$

બોલ્ટ અને રીવેટનાં પીચ—એક બોલ્ટ અથવા રીવેટનાં મધ્યથી તેની પાસેનાં બીજા બોલ્ટ અથવા રીવેટનાં મધ્ય સુધીનાં અંતરને "**પીચ**" (**pitch**) કહે છે.

પીચ લાઈન—જે સીધી લીટી ઉપર બોલ્ટો અથવા રીવેટો અથવા તેનાં વેહોનાં મધ્યો આવેલાં હોય તેને "**પીચ લાઈન**" (**pitch line**) કહે છે.

પીચ સર્કલ—જે વક્રલીટી અથવા વર્તુલ ઉપર બોલ્ટો અથવા રીવેટો અથવા તેનાં વેહોનાં મધ્યો આવેલાં હોય તેને "**પીચ સર્કલ**" (**pitch circle**) કહે છે.

દાખલો ૧૦—આઠ બોલ્ટોને એક સીધી લીટીમાં ૪ ઇંચનાં પીચે બેસાડેલા છે, તો બન્ને છેડેનાં બોલ્ટોનાં મધ્યો વચ્ચેનું અંતર શોધો ?



આકૃતિ ૨૦

એમાં ૮ બોલ્ટ હોવાથી તેમની વચ્ચે ૭ પીચની જગ્યા છે, માટે બન્ને છેડેનાં બોલ્ટોનાં મધ્યો વચ્ચેનું અંતર = ૭ × ૪ = <u>૨૮ ઇંચ.</u>

દાખલો ૧૧—એક સીધી લીટીમાં ૧૧ બોલ્ટસ બેસાડેલા છે. બન્ને છેડેનાં બોલ્ટોનાં મધ્યો વચ્ચેનું અંતર ૨ ફુટ ૧૧ ઇંચ છે, તો પીચ કેટલો હશે ?

એમાં ૧૧ બોલ્ટ હોવાથી પીચની જગ્યાઓ ૧૦ છે.

જગ્યા		જગ્યા		ઇંચ		
૧૦	:	૧	: :	૩૫	:	પીચ

$$\therefore \text{પીચ} = \frac{૩૫ \times ૧}{૧૦} = \underline{૩\cdot૫ \text{ ઇંચ}}$$

દાખલો ૧૨—બોલ્ટોની એક સીધી હારમાં બન્ને છેડેનાં બોલ્ટોનાં મધ્યો વચ્ચેનું અંતર ૫ ફુટ ૧૦$\frac{૧}{૮}$ ઇંચ છે, અને પીચ ૬$\frac{૩}{૮}$ ઇંચ છે, તો તે હારમાં બોલ્ટોની સંખ્યા કેટલી હશે ?

				પીચની જગ્યા		
૬$\frac{૩}{૮}$"	:	૭૦$\frac{૧}{૮}$"	: :	૧	:	પીચની જગ્યાઓ

$$\therefore \text{પીચની જગ્યાઓ} = \frac{૫૬૧ \times ૧ \times ૮}{૮ \times ૫૧} = ૧૧$$

પણ પીચની જગ્યાઓની સંખ્યા કરતાં બોલ્ટોની સંખ્યા એક વધુ હોય છે, માટે બોલ્ટોની સંખ્યા = ૧૧ + ૧ = <u>૧૨</u>

દાખલો ૧—એક પીસ્તનરોડનાં ટેપર કરેલા છેડાનો સૌથી મોટો વ્યાસ ૩$\frac{૩}{૧૬}$ ઇંચ, અને સૌથી નાનો વ્યાસ ૨$\frac{૭}{૮}$ ઇંચ છે, અને

તેની લંબાઈ ૭$\frac{૧}{૪}$ ઇંચ છે, તો દર ફુટ લંબાઈ દીઠ તેનો ઢાળ એટલે ટેપર (taper) કેટલો હશે ?

આખી લંબાઈનો કુલ ઢાળ = ૩$\frac{૩}{૧૬}$ − ૨$\frac{૭}{૮}$.

= $\frac{૫}{૧૬}$ ઇંચ

લંબાઈ		લંબાઈ		ઢાળ		
૭$\frac{૧}{૪}$″	:	૧૨″	: :	$\frac{૫}{૧૬}$″	:	દર ફુટ દીઠ ઢાળ.

દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ઢાળ = $\frac{૧૨\times૫\times૪}{૧૬\times૨૯}$ = $\frac{૧૫}{૨૯}$

= ·૫૧ ઇંચ

દાખલો ૧૪—એક સ્ક્રુ શાફ્ટનો ટેપર કરેલા છેડાનો સૌથી મોટો વ્યાસ ૧૦ ઇંચ છે, અને તેની લંબાઈ ૨ ફુટ ૪ ઇંચ છે. દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ઢાળ એટલે ટેપર (taper) $\frac{૩}{૪}$ ઇંચ છે, તો તે છેડાનો સૌથી નાનો વ્યાસ કેટલો હશે ?

લંબાઈ		લંબાઈ		ઢાળ		
૧′	:	૨$\frac{૪}{૧૨}$′	: :	$\frac{૩}{૪}$″	:	કુલ ઢાળ

કુલ ઢાળ = $\frac{૩}{૪}\times\frac{૨૮}{૧૨}$

= $\frac{૭}{૪}$ = ૧·૭૫ ઇંચ

માટે, સૌથી નાનો વ્યાસ = મોટો વ્યાસ−કુલ ઢાળ

= ૧૦ − ૧·૭૫

= ૮·૨૫ ઇંચ

દાખલો ૧૫—એક એનજીનનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૩૦ ઇંચ છે તો તેનો પરિઘ શોધો ?

પરિઘ = વ્યાસ × ૩·૧૪૧૬

= ૩૦ × ૩·૧૪૧૬

= ૯૪·૨૪૮ ઇંચ

દાખલો ૧૬—એક નળા એટલે સીલીન્ડરનો પરિઘ ૧૦૩·૬૭૨૮ ઇંચ છે તો તેનો વ્યાસ શોધો ?

$$\text{વ્યાસ} = \frac{\text{પરિઘ}}{૩\cdot૧૪૧૬}$$

$$= \frac{૧૦૩\cdot૬૭૨૮}{૩\cdot૧૪૧૬}$$

$$= ૩૩ \text{ ઇંચ}$$

દાખલો ૧૯—૧૦ ઇંચ વ્યાસનાં એક એનજીનનાં સીલીન્ડર માટેની પીસ્તન રીંગનો વ્યાસ તેને કાપવાની અગાઉ ૧૦⅛ ઇંચ છે, તો તે રીંગને પરિઘમાંથી કેટલી કાપવી જોઈએ કે જેથી તે સીલીન્ડરમાં બરાબર ચોક્કસ બેસી શકે ?

પરિઘમાંથી કાપવાની લંબાઈ = કાપવા અગાઉ રીંગનો પરિઘ —સીલીન્ડરનો પરિઘ.

$$= ૧૦\tfrac{૧}{૮} \times ૩\cdot૧૪૧૬ - ૧૦ \times ૩\cdot૧૪૧૬$$

$$= (૧૦\tfrac{૧}{૮} - ૧૦) \times ૩\cdot૧૪૧૬$$

$$= \tfrac{૧}{૮} \times ૩\cdot૧૪૧૬$$

$$= \cdot૩૯૨૮ \text{ ઇંચ}$$

દાખલો ૧૮—એક સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૩૦ ઇંચ છે. એક પીસ્તન રીંગને સીલીન્ડરનાં વ્યાસ કરતાં મોટી ટર્ન કર્યા પછી તેનાં પરિઘમાંથી $\frac{૯}{૧૬}$ ઇંચ જેટલી લંબાઈનો ટુકડો કાપી કાઢવામાં આવ્યો, અને ત્યાર પછી તેને સીલીન્ડરમાં બેસાડતાં માલમ પડ્યું કે તેનાં છેડાઓ $\frac{૧}{૩૨}$ ઇંચ જેટલા ખુલ્લા રહે છે, તો તે રીંગને કાપવાની અગાઉનાં વ્યાસ અને સીલીન્ડરનાં વ્યાસ વચ્ચે કેટલો તફાવત હશે ?

$$\text{સીલીન્ડરનો પરિઘ} = ૩૦ \times ૩\cdot૧૪૧૬$$

$$= ૯૪\cdot૨૪૮ \text{ ઇંચ}$$

$$\text{કાપવાની અગાઉ રીંગનો પરિઘ} = ૯૪\cdot૨૪૮ - \tfrac{૧}{૩૨} + \tfrac{૯}{૧૬}$$

$$= ૯૪\cdot૨૪૮ - \cdot૦૩૧૨૫ + \cdot૫૬૨૫$$

$$= ૯૪\cdot૭૭૯૨૫ \text{ ઇંચ}$$

માટે, કાપવાની અગાઉ રીંગનો વ્યાસ $= \frac{\text{પરિઘ}}{૩·૧૪૧૬}$

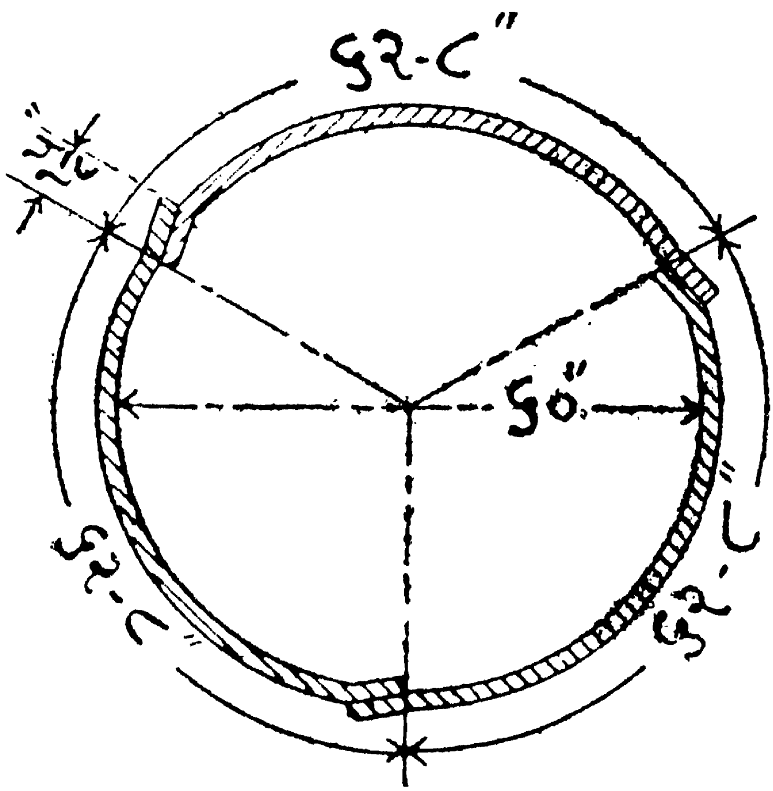
$= \frac{૯૪·૭૭૯૨૫}{૩·૧૪૧૬}$

= ૩૦·૧૬૯ ઇંચ

તફાવત = ૩૦·૧૬૯ − ૩૦

= ·૧૬૯ ઇંચ

દાખલો ૧૯—એક લોખંડનાં ભુંગળાંનો વ્યાસ ૫ ફુટ છે, અને તે ભુંગળાંનો પરિઘ ૩ જાડાં પત્રાં એટલે પ્લેટ જોડીને બનાવેલો છે. સાંધાઓ આગળનો પ્લેટનો ચઢાવ ૧$\frac{૫}{૮}$ ઇંચ છે, તો દરેક પત્રાં અથવા પ્લેટની પુરેપુરી લંબાઈ કેટલી હશે?



આકૃતિ ૨૧

ભુંગળાંનો પરિઘ = ૫ × ૧૨ × ૩·૧૪૧૬

= ૧૮૮·૪ ઇંચ.

$$\text{દરેક પ્લેટની લંબાઈ} = \frac{1}{3}\ \text{પરિધ} + \text{ચઢાવ}$$

$$= \frac{૧૮૮\cdot૪}{૩} + ૧\cdot૬૨૫$$

$$= ૬૪\cdot૪\ \text{ઈંચિ}$$

$$= \underline{૫'-૪\cdot૪''}$$

દાખલો ૨૦—એક એન્જીનનાં સીલીન્ડર કવરમાં ૨૮ડ માટેનાં ૨૪ વેહ છે, અને તેમનો પીચ ૬ ઈંચિ છે. કવરનાં પરિધની બહારની ધારથી વેહોનાં મધ્યો વચ્ચેનું અંતર ૨½ ઈંચિ છે, તો તે કવરનો બહારનો વ્યાસ શોધો ?

$$\text{પીચ સર્કલનો પરિધ} = ૨૪ \times ૬ = ૧૪૪\ \text{ઈંચ},$$

$$\text{માટે, પીચ સર્કલનો વ્યાસ} = \frac{૧૪૪}{૩\cdot૧૪૧૬} = ૪૫\cdot૮૩\ \text{ઈંચિ},$$

$$\therefore\ \text{સીલીન્ડર કવરનો બહારનો વ્યાસ} = ૪૫\cdot૮૩ + ૨\cdot૫ + ૨\cdot૫$$

$$= \underline{૫૦\cdot૮૩\ \text{ઈંચ.}}$$

દાખલો ૨૧—એક સીલીન્ડર કવરનો વ્યાસ ૪૦ ઈંચિ છે, કવરની બહારની ધારથી વેહોનાં મધ્યો ૧½ ઈંચ દુર છે, તો તે કવરમાંનાં વેહોનાં પીચ સર્કલનો પરિધ શોધો ?

કવરનાં બહારનાં વ્યાસથી પીચ સર્કલ ૧½ ઈંચિ અંદર છે, માટે પીચ સર્કલ ૩ ઈંચિ નાનું છે, તેટલા માટે

$$\text{પીચ સર્કલનો વ્યાસ} = ૪૦ - ૩ = ૩૭\ \text{ઈંચિ.}$$

$$\text{પરિધ} = \frac{\text{વ્યાસ}}{૩\cdot૧૪૧૬}$$

$$= \underline{૧૧૬\cdot૨૩૯૨\ \text{ઈંચિ}}$$

દાખલો ૨૨—એક સીલીન્ડર કવરમાં પીચ સર્કલ ઉપર વેહોનાં મધ્યો વચ્ચેનું અંતર એટલે પીચ ૪ ઈંચિ છે. કવરનો વ્યાસ ૨૧·૮૨૫ ઈંચિ છે, અને વેહોનાં મધ્યો કવરની બહારની ધારથી ૨ ઈંચ દુર છે, તો તે કવરમાં કેટલા વેહો હશે ?

પીચ સર્કલનો વ્યાસ = ૨૧·૮૨૫ − (૨ + ૨)
= ૧૭·૮૨૫ ઇંચ

પીચ સર્કલનો પરિઘ = ૧૭·૮૨૫ × ૩·૧૪૧૬
= ૫૫·૯૯૯, લગભગ ૫૬ ઇંચ

વેહ

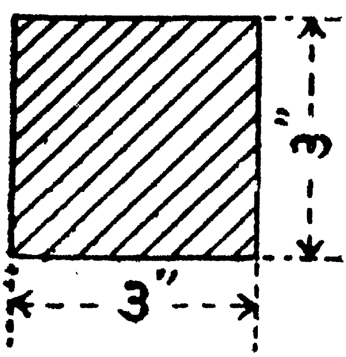
૪″ : ૫૬″ : : ૧ : વેહોની સંખ્યા

∴ વેહોની સંખ્યા = $\frac{૫૬ \times ૧}{૪}$ = ૧૪ વેહ

ક્ષેત્રફળ (AREA એરીઆ)

ચોરસ (square સ્કવેર)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—
લંબાઈને પહોળાઈ વડે ગુણવા, અથવા ચોરસમાં સઘળી બાજુઓ સરખી હોય છે, માટે ક્ષેત્રફળ=એક બાજુના વર્ગ.

દાખલો ૨૩—ધાતુનાં ચોરસ પત્રાંના એક બાજુની લંબાઈ ૩ ફુટ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૨૨

ક્ષેત્રફળ = ૩²
= ૩ × ૩
= ૯ ચોરસ ઇંચ

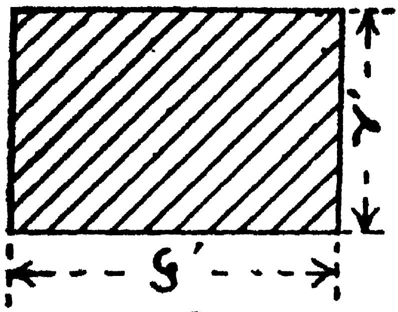
દાખલો ૨૪—બોયલરની પ્લેટનાં એક ચોરસ ટુકડાનું ક્ષેત્રફળ ૪૨·૨૫ ચોરસ ફુટ છે તો તેની એક બાજુની લંબાઈ શોધો ?

એક બાજુની લંબાઈનો વર્ગ = ક્ષેત્રફળ
એક બાજુની લંબાઈ = $\sqrt{\text{ક્ષે. ફ.}}$
= $\sqrt{૪૨·૨૫}$
= ૬·૫ ફુટ

લંબ ચોરસ (ઓબ્લોંગ અથવા રેકટંગલ)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

લંબાઈને પહોળાઈ વડે ગુણવા.

દાખલો ૨૫—એક લોખંડનાં પત્રાંની લંબાઈ ૬ ફુટ અને પહોળાઈ ૪ ફુટ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૨૩

ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

= ૬' × ૪'

= ૨૪ ચોરસ ફુટ

દાખલો ૨૬—એક બોયલરની પ્લેટનું વજન દર ચોરસ ફુટ દીઠ ૫૦ પૈાંડ છે, અને તેનું કુલ વજન ૨૨૦૦ પૈાંડ છે. જો તે પ્લેટની પહોળાઈ ૪·૪ ફુટ હોય તો લંબાઈ કેટલી હશે ?

પૈાંડ		પૈાંડ			ચો. ફુ.		
૫૦	:	૨૨૦૦	:	:	૧	:	કુલ ક્ષેત્રફળ

$$\text{કુલ ક્ષેત્રફળ} = \frac{૨૨૦૦ \times ૧}{૫૦}$$

= ૪૪ ચોરસ ફુટ.

ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

$$\text{માટે, લંબાઈ} = \frac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{\text{પહોળાઈ}}$$

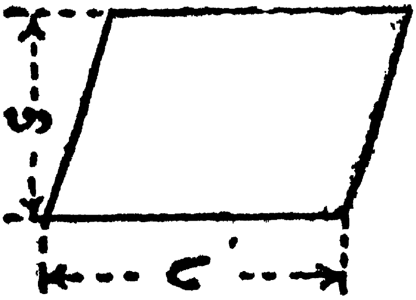
$$= \frac{૪૪}{૪·૪}$$

= ૧૦ ફુટ

કોઈપણ સમાંતરબાજુ ચોખુણ (પેરેલેલોગ્રામ)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

લંબાઈને લંબ ઉંચાઈ અથવા લંબ પહોળાઈ વડે ગુણવા.

દાખલો ૨૭—નીચે આપેલી આકૃતિનાં આકારની એક પ્લેટની લંબાઈ ૮ ફુટ અને લંબ પહોળાઇ ૬ ફુટ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



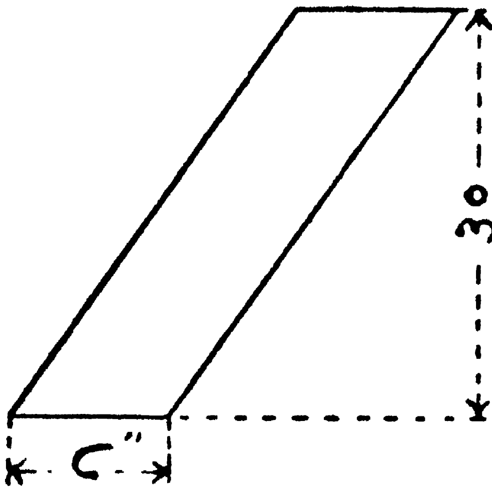
આકૃતિ ૨૪

ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × લંબ પહોળાઈ

= ૮' × ૬'

= ૪૮ ચોરસ ફુટ

દાખલો ૨૮—એક સમાંતર બાજુ ચોખુણનો પાયો ૮ ઇંચ છે, અને લંબ ઉંચાઈ ૩૦ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ ચોરસ ફુટ અને ચોરસ ઇંચમાં શોધો ?



આકૃતિ ૨૫

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = ૮ \times ૩૦$$
$$= \underline{\text{૨૪૦ ચોરસ ઇંચ.}}$$

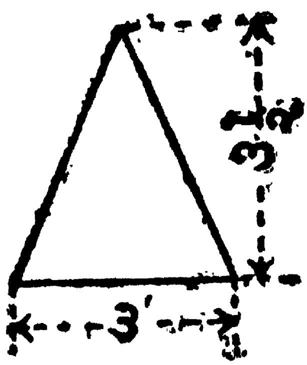
૧૪૪ ચો. ઇંચ = ૧ ચો. ફુટ

$$\therefore \text{ ક્ષેત્રફળ ચો. ફુટમાં} = \frac{૨૪૦}{૧૪૪}$$
$$= \underline{\text{૧·૬ ચો. ફુટ}}$$

ત્રિકોણ (ત્રાયએંગલ)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—પાયાને અર્ધ લંબ ઉંચાઈ વડે ગુણવા.

દાખલો ૨૯—એક ત્રિકોણનો પાયો ૩ ફુટ અને લંબ ઉંચાઈ ૩½ ફુટ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ ચોરસ ફુટમાં શોધો ?

$$\text{ત્રફળ} = \text{પાયો} \times \frac{\text{લંબ ઉંચાઈ}}{૨}$$
$$= ૩ \times \frac{૩·૫}{૨}$$
$$= \underline{\text{૫·૨૫ ચો. ફુટ}}$$



આકૃતિ ૨૬

દાખલો ૩૦—એક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ૨૭૦ ચોરસ ઇંચ છે, અને તેનો પાયો ૩૦ ઇંચ છે, તો તેની લંબ ઉંચાઈ શોધો ?

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \text{પાયો} \times \frac{\text{લંબ ઉંચાઈ}}{૨}$$
$$૨૭૦ = ૩૦ \times \frac{\text{લંબ ઉંચાઈ}}{૨}$$
$$૨૭૦ = ૧૫ \times \text{લંબ ઉંચાઈ}$$

માટે, લંબ ઉંચાઈ$=\frac{૨૭૦}{૧૫}$

$=$ ૧૮ ઇંચ

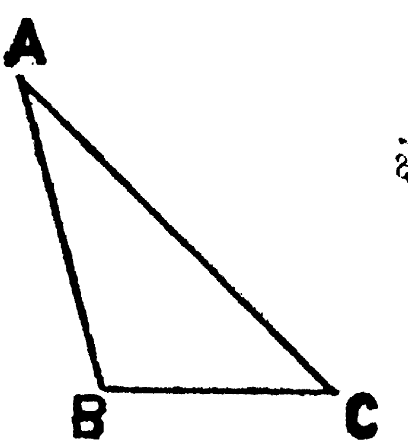
ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ આપી હોય ત્યારે તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

ત્રિકોણની આપેલી ત્રણે બાજુઓનાં સરવાળાનું અર્ધ કરી તે અર્ધમાંથી ત્રણ બાજુઓ જુદી જુદી બાદ કરવી; પછી એ ત્રણે બાકીઓ અને સરવાળાનું અર્ધ એ ચારેનાં ગુણાકારનું વર્ગમૂળ કાઢવું એટલે તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ આવશે; ટુંકમાં,

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $=\sqrt{S\times(S-a)\times(S-b)\times(S-c)}$,

એમાં S = ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓનાં સરવાળાનું અર્ધ, અને a, b, અને c અનુક્રમે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓની લંબાઈ.

દાખલો ૩૧—આપેલી આકૃતિમાં ABC ત્રિકોણ છે, એમાં AB = ૧૬ ઇંચ, BC = ૧૨ ઇંચ, અને CA=૨૪ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૨૭

ક્ષેત્રફળ$=\sqrt{S\times(S-a)\times(S-b)\times(S-c)}$

$S=\frac{૧૬+૧૨+૨૪}{૨}$

$=\frac{૫૨}{૨}$

$=૨૬$

ત્યારે, ક્ષેત્રફળ $=\sqrt{૨૬\times(૨૬-૧૬)\times(૨૬-૧૨)\times(૨૬-૨૪)}$

$=\sqrt{૨૬\times૧૦\times૧૪\times૨}$

$=\sqrt{૭૨૮૦}$

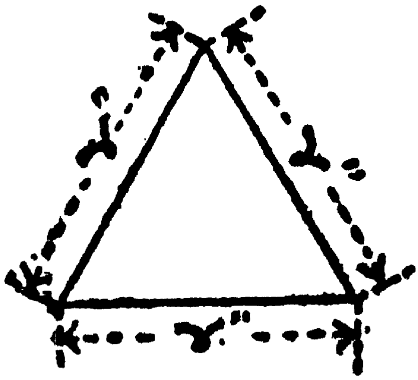
$=$ ૮૫·૩૨ ચોરસ ઇંચ

કોઈ સમબાજુ ત્રિકોણ (ઇક્વીલેટરલ ત્રાયએંગલ)ની

બાજુઓની લંબાઈ આપી હોય ત્યારે તેનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{\text{એક બાજુનો વર્ગ} \times \sqrt{3}}{4}$$

દાખલો ૩૨—એક સમબાજુ ત્રિકોણની દરેક બાજુની લંબાઈ ૪ ઇંચ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

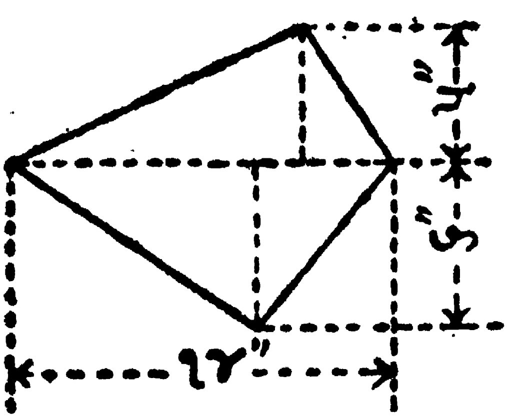


આકૃતિ ૨૮

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{\text{એક બાજુનો વર્ગ} \times \sqrt{3}}{4}$$
$$= \frac{4^2 \times \sqrt{3}}{4}$$
$$= \frac{4 \times 4 \times \sqrt{3}}{4}$$
$$= 4 \times \sqrt{3}$$
$$= 4 \times 1{\cdot}732$$
$$= 6{\cdot}928 \text{ ઇંચ}$$

ટ્રેપેઝીયમનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—ટ્રેપેઝીયમનાં કોઈપણ બે સામેનાં ખુણાઓને એક સીધી લીટી વડે જોડો, એટલે તેને બે ત્રિકોણમાં વિભક્ત કરો. આ લીટીને માપો, અને તેને દરેક ત્રિકોણનો પાયો કહો. પછી આ પાયાની લીટી ઉપરથી દરેક ત્રિકોણની લંબ ઉંચાઈ માપો, અને ત્રિકોણનાં નિયમ મુજબ બન્ને ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો. આ ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો કરવાથી આખી આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ મળશે.

દાખલો ૩૩—એક ટ્રેપેઝીયમના માપો નીચે પ્રમાણે છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૨૯

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = 14 \times \frac{5}{2} = 35 \text{ ચો. ઇંચ}$$
$$= 14 \times \frac{6}{2} = 42 \text{ ચો. ઇંચ}$$
$$77 \text{ ચો. ઇંચ}$$

ટ્રેપેઝોઇડનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—બે સમાંતર બાજુઓનાં સરવાળાના અર્ધને તે બાજુઓ વચ્ચેનાં લંબ અંતર વડે ગુણો.

દાખલો ૩૪—ચાર બાજુવાળી એક પ્લેટની સમાંતર બાજુઓની લંબાઈ ૩ ફુટ અને ૫ ફુટ છે, અને તેમની વચ્ચેનું લંબ અંતર ૨.૫ ફુટ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

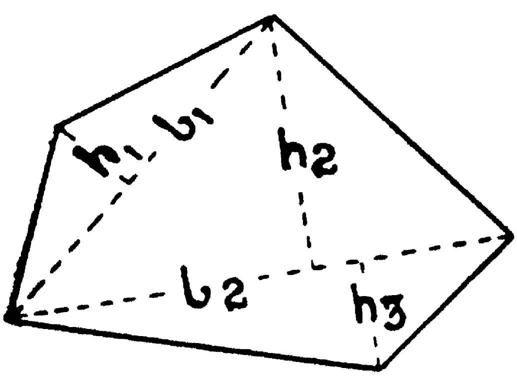
$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{૩ + ૫}{૨} \times ૨{\cdot}૫$$

$$= \underline{૧૦ \text{ ચોરસ ફુટ}}$$

બહુકોણાકૃતિ (પોલીગોન)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

બહુકોણાકૃતિને સવળભરેલા ભાગોમાં વિભક્ત કરવી, અને દરેક ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધી તે ક્ષેત્રફળનો સરવાળો કરવાથી આખી આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ મળશે.

દાખલો ૩૬—નીચે આપેલાં માપ અને આકારની એક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૩૦

$b_1 = ૭{\cdot}૫$ ફુટ, $b_2 = ૯$ ફુટ, $h_1 = ૧{\cdot}૫$ ફુટ, $h_2 = ૪{\cdot}૫$ ફુટ, અને $h_3 = ૩$ ફુટ.

આ આકૃતિ ત્રણ ત્રિકોણમાં વિભક્ત થાય છે,

$$\therefore \text{ ક્ષેત્રફળ} = b_1 \times \frac{h_1}{૨} + b_2 \times \frac{h_2}{૨} + b_2 \times \frac{h_3}{૨}$$

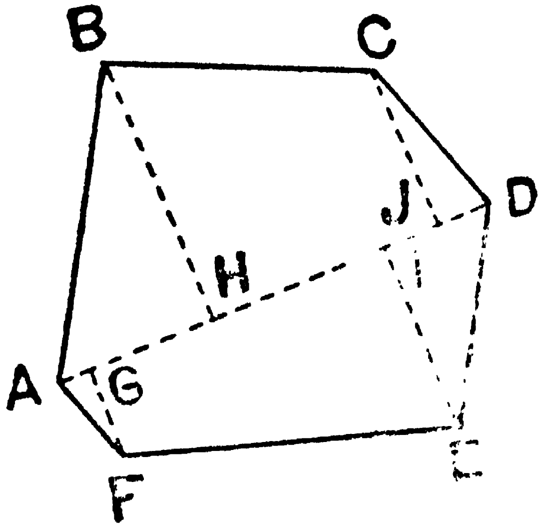
$$= ૭{\cdot}૫ \times \frac{૧{\cdot}૫}{૨} + ૯ \times \frac{૪{\cdot}૫}{૨} + ૯ \times \frac{૩}{૨}$$

$$= ૭{\cdot}૫ \times {\cdot}૭૫ + ૯ \times ૨{\cdot}૨૫ + ૯ \times ૧{\cdot}૫$$

$$= ૫{\cdot}૬૨૫ + ૨૦{\cdot}૨૫ + ૧૩{\cdot}૫$$

$$= \underline{૩૯{\cdot}૩૭૫ \text{ ચોરસ ફુટ}}$$

દાખલો ૩૯—નીચે આપેલી છ બાજુની બનેલી આકૃતિમાં BH = ૫″, CJ = ૪·૫″, EI = ૩·૭૫″, FG = ૩″, AH = ૩·૫″, HJ = ૫·૫″, JD = ૨″, AG = ૨·૫″, અને GI=૫·૩″ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૩૧

ઉપલાં માપ ઉપરથી માલમ પડશે કે AD = ૧૧″ અને AI = ૭·૮″ છે, ત્યારે ID = ૧૧ − ૭·૮ = ૩·૨″ છે.

આ આકૃતિને ચાર ત્રિકોણ અને બે ટ્રેપેઝોઇડમાં વિભક્ત કરી શકાય છે, માટે

ત્રિકોણ AHBનું ક્ષેત્રફળ = ૩·૫ × $\frac{૫}{૨}$ = ૮·૭૫ ચોરસ ઇંચ.

ટ્રેપેઝોઇડનું BHJCનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{૫ + ૪·૫}{૨}$ × ૫·૫ = ૨૬·૧૨૫ ચો. ઈં.

ત્રિકોણ CJDનું ક્ષેત્રફળ = ૨ × $\frac{૪·૫}{૨}$ = ૪·૫ ચોરસ ઇંચ

ત્રિકોણ AGFનું ક્ષેત્રફળ = ૨·૫ × $\frac{૩}{૨}$ = ૩·૭૫ ચોરસ ઇંચ

ટ્રેપેઝોઇડ FGIEનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{૩+૩·૭૫}{૨}$ × ૫·૩ = ૧૭·૮૮૭૫ ચો. ઈં.

ત્રિકોણ DIEનું ક્ષેત્રફળ = ૩·૨ × $\frac{૩·૭૫}{૨}$ = ૬·૦૦૦ ચો. ઇંચ

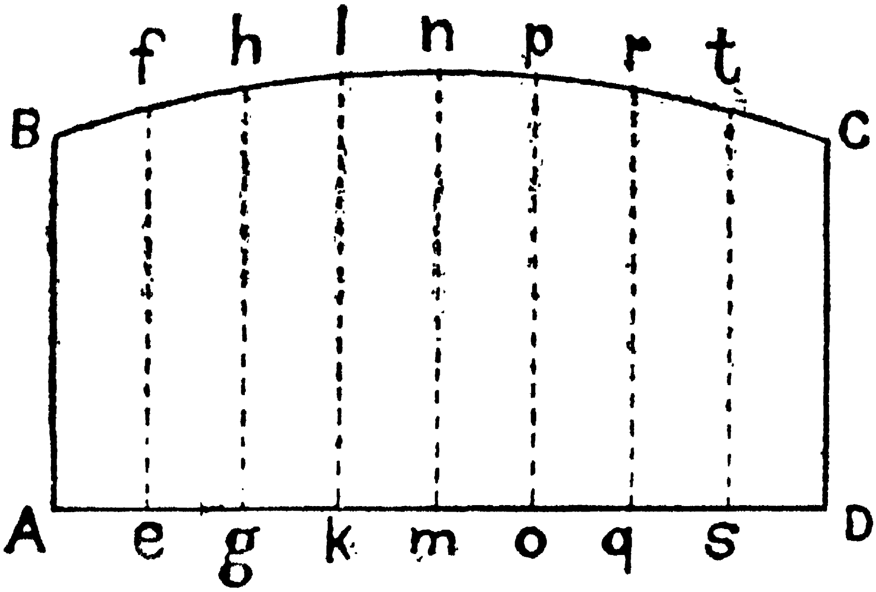
∴ આખી આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ = ૮·૭૫ + ૨૬·૧૨૫ + ૪·૫
+ ૩·૭૫ + ૧૭·૮૮૭૫ + ૬·૦૦૦
= ૬૭·૦૧૨૫ ચો. ઇંચ

સમબાજુ ષટ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીતઃ—ષટ્કોણની એક બાજુના વર્ગને $\frac{૩}{૨}\sqrt{૩}$ વડે ગુણવા.

દાખલો ૨૮—એક ષટ્કોણની દરેક બાજુની લંબાઈ ૨ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

ક્ષેત્રફળ = ૨^{૨} × $\frac{૩}{૨}$ × $\sqrt{૩}$
= ૨ × ૨ × $\frac{૩}{૨}$ × ૧·૭૩૨
= ૧૦·૩૯૨ ચોરસ ઇંચ

ચાર બાજુની બનેલી આકૃતિ જેની એક બાજુ વાંકવાળી હોય તેનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીતઃ—(જુઓ આકૃતિ ૩૨).



આકૃતિ ૩૨

પહેલો નિયમઃ—આપેલી આકૃતિ ABCDમાં લીટી ADને કોઈ પણ સંખ્યાનાં સરખા ભાગો Ae, eg, gk, વીગેરેમાં વિભક્ત કરો, અને દરેક બિંદુમાંથી તે લીટીને કાટખુણે ઉભી લીટીઓ દોરો. આ પ્રમાણે આખું ક્ષેત્રફળ ઉપલી આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ૮ ત્રેપેઝોઇડમાં વિભક્ત કરવામાં આવ્યું છે, અને હવે દરેક ત્રેપેઝોઇડની વાંકવાળી બાજુને સીધી લીટી તરીકે ધારી લેવામાં આવે છે; ત્યારે ત્રેપેઝોઇડનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનાં નિયમ પ્રમાણે દરેક ત્રેપેઝોઇડનાં ક્ષેત્રફળ શોધી તે સઘળાંનો સરવાળો કરવાથી આખી આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ મળશે. આ નિયમને "**ત્રેપેઝોઇડલ રૂલ**" (trapezoidal rule) એટલે "**ત્રેપેઝોઇડનો નિયમ**" કહે છે.

ત્રેપેઝોઇડ BAefનું ક્ષેત્રફળ $= (\frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} ef) \times Ae$

„ fegh „ $= (\frac{1}{2} ef + \frac{1}{2} gh) \times eg$

„ hgkl „ $= (\frac{1}{2} gh + \frac{1}{2} kl) \times gk$

$$\begin{array}{llll} ,, & lkmn & ,, & = (\frac{1}{2} kl + \frac{1}{2} mn) \times km \\ ,, & nmop & ,, & = (\frac{1}{2} mn + \frac{1}{2} op) \times mo \\ ,, & poqr & ,, & = (\frac{1}{2} op + \frac{1}{2} qr) \times oq \\ ,, & rqst & ,, & = (\frac{1}{2} qr + \frac{1}{2} st) \times qs \\ ,, & ts\ DC & ,, & = (\frac{1}{2} st + \frac{1}{2} DC) \times sD \end{array}$$

પણ એ ઉભી લીટીઓ વચ્ચેનાં અંતર સરખાં છે, માટે

આકૃતિ ABCDનું ક્ષેત્રફળ $= (\frac{1}{2}AB + ef + gh + kl + mn + op + qr + st + \frac{1}{2} DC) \times Ae$.

ત્યારે આવી આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનો નીયમ (ટ્રેપેઝોઇડલ રૂલ) નીચે પ્રમાણે થશે:—

નિયમઃ—આકૃતિને ઉભી લીટીઓ વડે કોઇપણ સંખ્યાનાં સરખા ભાગોમાં વિભક્ત કરો અને તે ઉભી લીટીઓની લંબાઈ માપો; પહેલી અને છેલ્લી ઉભી લીટીઓની લંબાઇનાં સરવાળાનાં અર્ધમાં બાકીની સઘળી ઉભી લીટીઓની લંબાઈ ઉમેરો, અને જે સરવાળો આવે તેને ઉભી લીટીઓ વચ્ચેનાં એક અંતર વડે ગુણો.

દાખલો ૩૯—આગળ આપેલી ચાર બાજુની બનેલી આકૃતિ કે જેની એક બાજુ વાંકવાળી છે તેમાં ઉભી લીટીઓ AB = ૪૨″, ef = ૪૮″, gh = ૫૬″, kl = ૬૦″, mn = ૬૨″, op = ૬૨″, qr = ૬૦″, st = ૫૮″ અને DC = ૫૨″ છે, અને ઉભી લીટીઓ વચ્ચેનું અંતર ૧૬″ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

ક્ષેત્રફળ $= (\frac{૪૨ + ૫૨}{૨} + ૪૮ + ૫૬ + ૬૦ + ૬૨ + ૬૨ + ૬૦ + ૫૮) \times ૧૬ =$ <u>૭૨૪૮ ચોરસ ઇંચ.</u>

બીજો નિયમ જેને “સીમ્પ્સનનો નિયમ (સીમ્પ્સન્સ રૂલ Simpson's rule) કહે છે — આપેલી આકૃતિની લંબાઇને કોઇપણ બેકી (even) સંખ્યાના સરખા ભાગમાં વિભક્ત કરો, એટલે

બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો ઉભી લીટીઓની સંખ્યા એકી હોવી જોઈએ. હવે પહેલી અને છેલ્લી ઉભી લીટીઓનાં સરવાળામાં બેકી ઉભી લીટીઓનાં સરવાળાનું ચારગણું અને એકી ઉભી લીટીઓનાં સરવાળાનું બમણું ઉમેરો, અને જે સરવાળો આવે તેને ૩ વડે ભાગી ઉભી લીટીઓ વચ્ચેનાં કોઇપણ એક અંતર વડે ગુણો.

દાખલો ૪૦ — ઉપલીજ આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ સીમ્પસનનાં નિયમ વડે શોધો ?

આ આકૃતિની લંબાઈને બેકી સંખ્યાનાં સરખા ભાગોમાં એટલે બે, ચાર, છ, આઠ, દશ, વગેરેમાં વિભક્ત કરો. અત્રે ૮ સરખા ભાગમાં વિભક્ત કરેલી છે, ત્યારે

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \left\{ \frac{(૪૨+૫૨)+૪(૪૮+૬૦+૬૨+૫૮)+૨(૫૬+૬૨+૬૦)}{૩} \right\} \times ૧૬$$

$$= \left\{ \frac{૯૪+(૪\times ૨૨૮)+(૨\times ૧૭૮)}{૩} \right\} \times ૧૬$$

$$= \left(\frac{૯૪+૯૧૨+૩૫૬}{૩} \right) \times ૧૬$$

$$= \frac{૧૩૬૨}{૩} \times ૧૬$$

$= \underline{\text{૭૨૬૪ ચોરસ ઇંચ.}}$

વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—વ્યાસનાં વર્ગને ·૭૮૫૪ અથવા $\frac{૧૧}{૧૪}$ વડે ગુણવા. અથવા, ત્રિજ્યાનાં વર્ગને ૩·૧૪૧૬ અથવા $\frac{૨૨}{૭}$ વડે ગુણવા.

દાખલો ૪૧—એક વર્તુલનો વ્યાસ ૧૦ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \text{વ્યાસ}^{૨} \times ·૭૮૫૪$$

$$= ૧૦ \times ૧૦ \times ·૭૮૫૪$$

$= \underline{\text{૭૮·૫૪ ચોરસ ઇંચ}}$

દાખલો ૪૨—એક વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ ૩૮૦·૧૩૩૬ ચોરસ ઇંચ છે, તો તેનો વ્યાસ શોધો ?

$$\text{વ્યાસ}^2 \times \cdot ૭૮૫૪ = \text{ક્ષેત્રફળ}$$

માટે, $\text{વ્યાસ} = \sqrt{\dfrac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{\cdot ૭૮૫૪}}$

$$= \sqrt{\frac{૩૮૦\cdot ૧૩૩૬}{\cdot ૭૮૫૪}}$$

$$= \sqrt{૪૮૪}$$

$$= \underline{૨૨ \text{ ઇંચ}}$$

દાખલો ૪૩—એક વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ ૧૫૯૦·૪૩૫ ચોરસ ઇંચ છે, તો તેનો પરિઘ કેટલો હશે ?

$$\text{વ્યાસ} = \sqrt{\frac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{\cdot ૭૮૫૪}}$$

$$= \sqrt{\frac{૧૫૯૦\cdot ૪૩૫}{\cdot ૭૮૫૪}}$$

$$= ૪૫ \text{ ઇંચ}$$

$$\text{પરિઘ} = \text{વ્યાસ} \times ૩\cdot ૧૪૧૬$$

$$= ૪૫ \times ૩\cdot ૧૪૧૬$$

$$= \underline{૧૪૧\cdot ૩૭૨ \text{ ઇંચ}}$$

દાખલો ૪૪—એક વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ એક લંબચોરસ જેની બાજુઓ ૭ ઇંચ અને ૫ ઇંચ છે તેનાં ક્ષેત્રફળની બરાબર છે, તો તે વર્તુલની ત્રિજ્યા કેટલી હશે ?

લંબ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = ૭ × ૫ = ૩૫ ચો. ઇંચ

∴ વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ = ૩૫ ચો. ઇંચ છે.

$$\text{ત્રિજ્યા}^2 \times ૩\cdot ૧૪૧૬ = \text{ક્ષેત્રફળ}$$

$$\text{ત્રિજ્યા} = \sqrt{\frac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{3\cdot14 16}}$$

$$= \sqrt{\frac{35}{3\cdot1416}}$$

$$= \underline{11\cdot14 \text{ ઇંચ}}$$

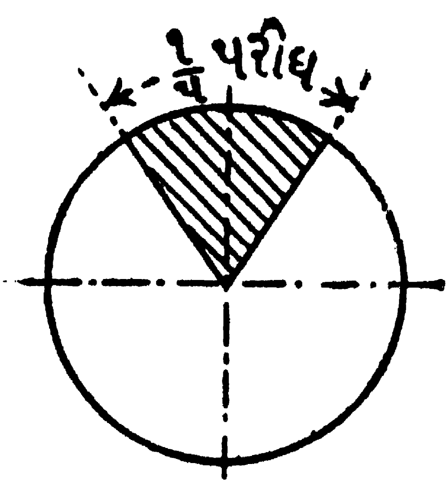
સેકટર (Sector)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

સેકટરમાંનાં આર્કની લંબાઈને વર્તુલની અર્ધ ત્રિજ્યા વડે ગુણવા, અથવા, આર્કનાં અંશ અથવા ડીગ્રીની સંખ્યાને વર્તુલનાં ક્ષેત્રફળ વડે ગુણી તેને ૩૬૦ વડે ભાગવા, ટુંકમાં—

$$\text{સેકટરનું ક્ષેત્રફળ} = \text{આર્કની લંબાઈ} \times \frac{\text{ત્રિજ્યા}}{2},$$

$$\text{અથવા,} \quad = \frac{\text{આર્કનાં અંશ} \times \text{વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ}}{360}$$

દાખલો ૪૫—૧૦ ઇંચ વ્યાસનાં વર્તુલનાં એક સેકટર કે જેની આર્ક $\frac{1}{5}$ પરિધની બરાબર છે તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૩૩

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \text{આર્કની લંબાઈ} \times \frac{\text{ત્રિજ્યા}}{2}$$

$$= \frac{1}{5} \times 10 \times 3\cdot1416 \times \frac{5}{2}$$

$$= \underline{15\cdot708 \text{ ચોરસ ઇંચ.}}$$

અથવા

$$= \frac{\text{આર્કનાં અંશ} \times \text{વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ}}{360}$$

$$= \frac{360}{5} \times \frac{10 \times 10 \times \cdot7854}{360}$$

$$= \underline{15\cdot708 \text{ ચોરસ ઇંચ.}}$$

સેગ્મેન્ટ (segment)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત:—

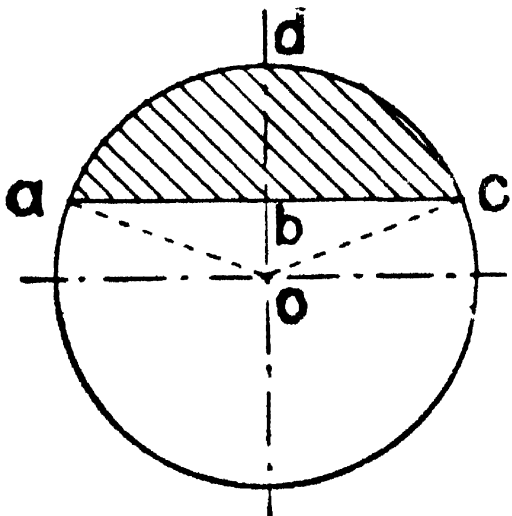
અર્ધવર્તુલ કરતાં નાનાં સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત—સેગ્મેન્ટનાં આર્કની લંબાઈ જેટલાં આર્કવાળાં સેકટરનાં ક્ષેત્રફળમાંથી જે ત્રિકોણનાં પાયા તરીકે સેગ્મેન્ટની કોર્ડ અથવા જયા હોય અને તેની ટોચ (vertex) તરીકે વર્તુલનું મધ્ય બિંદુ હોય તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ બાદ કરવું; ટુંકમાં—

ક્ષેત્રફળ = સેકટરનું ક્ષેત્રફળ—સેગ્મેન્ટનાં કોર્ડ અને વર્તુલની બે ત્રિજ્યા વડે બનેલા સેકટરમાંનાં ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ.

અર્ધ વર્તુલ કરતાં મોટા સેગ્મેન્ટનુ ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીત—સેગ્મેન્ટનાં આર્કની લંબાઈ જેટલા આર્કવાળા સેકટરનાં ક્ષેત્રફળમાં જે ત્રિકોણનાં પાયા તરીકે સેગ્મેન્ટની કોર્ડ અથવા જયા હોય અને તેની ટોચ (vertex વર્ટેક્સ) તરીકે વર્તુલનું મધ્યબિંદુ હોય તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ઉમેરવું; અથવા, વર્તુલનાં ક્ષેત્રફળમાથી અર્ધવર્તુલ કરતાં નાનાં સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ બાદ કરવું.

દાખલો ૪૬—૬ ફુટ વ્યાસવાળાં વર્તુલનાં સેગ્મેન્ટ abcd, જેમાં આર્ક adcની લંબાઈ $\frac{1}{3}$ પરિઘ જેટલી છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

આકૃતિ ૩૪માં દેખાડયા પ્રમાણે કોઈ પણ સ્કેલે ૬ ફુટ વ્યાસનું વર્તુલ દોરી કોર્ડ અથવા જયા abcની લંબાઈ શોધો. ao અને co જોડવાથી સેકટર oadco બનશે, એમાં aoc ત્રિકોણ છે. આ ત્રિકોણની લંબ ઉંચાઈ ob નક્કી કરો. વર્તુલનાં સ્કેલવાળા માપ લેતાં કોર્ડ abc ની લંબાઈ ૫$\frac{1}{5}$ ફુટ મળે છે, અને લંબ ઉંચાઈ ob ૧$\frac{1}{2}$ ફુટ મળે છે, ત્યારે—



આકૃતિ ૩૪

સેગ્મેન્ટ abcdનું ક્ષેત્રફળ=સેકટર oadcનું ક્ષેત્રફળ–ત્રિકોણ aocનું ક્ષેત્રફળ

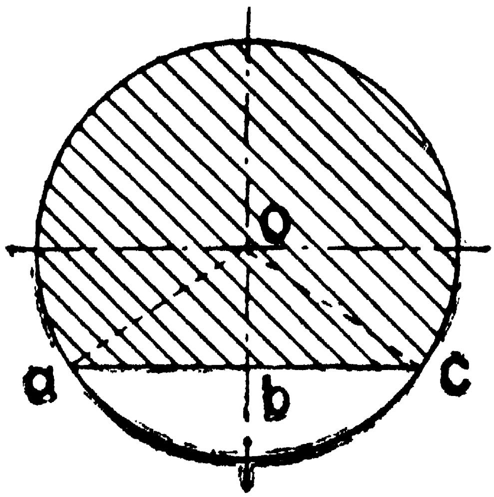
$$=\left(\text{આર્કની લંબાઈ}\times\frac{\text{ત્રિજ્યા}}{૨}\right)-\left(\text{કોર્ડ}\times\frac{\text{લંબ ઉંચાઇ}}{૨}\right)$$

$$=\left(\frac{૬\times ૩\cdot૧૪૧૬}{૩}\times\frac{૩}{૨}\right)-\left(૫\cdot૨૫\times\frac{૧\cdot૭૫}{૨}\right)$$

$$=૯\cdot૪૨૪૮-૪\cdot૫૯૩૭૫$$

$$=\underline{૪\cdot૮૩૧૦૫ \text{ ચોરસ ફુટ}}$$

દાખલો ૪૯—૬ ફુટ વ્યાસવાળાં વર્તુલનાં નીચે આપેલાં સેગ્મેન્ટ abcd જેમાં આર્ક adcની લંબાઈ $\frac{૨}{૩}$ પરિઘ જેટલી છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?



આકૃતિ ૩૫

આકૃતિ ૩૫માં દેખાડ્યા પ્રમાણે કોઈપણ સ્કેલે ૬ ફુટ વ્યાસનું વર્તુલ દોરી કોર્ડ abcની લંબાઈ શોધો; ao અને co જોડવાથી સેકટર oadc બનશે. એમાં aoc ત્રિકોણ છે. આ ત્રિકોણની લંબ ઉંચાઈ ob નક્કી કરો.

વર્તુલનાં સ્કેલથી માપ લેતાં કોર્ડ abcની લંબાઇ ૫$\frac{૧}{૪}$ ફુટ મળે છે, અને લંબ ઉંચાઈ ob ૧$\frac{૩}{૪}$ ફુટ છે, ત્યારે સેગ્મેન્ટ abcdનું ક્ષેત્રફળ = સેકટર oadcનું ક્ષેત્રફળ + ત્રિકોણ aocનું ક્ષેત્રફળ.

માટે, સેગ્મેન્ટ abcdનું ક્ષેત્રફળ$=\left(\text{આર્કની લંબાઈ}\times\frac{\text{ત્રિજ્યા}}{૨}\right)+\left(\text{કોર્ડ}\times\frac{\text{લંબ ઉંચાઈ.}}{૨}\right)$

$$=\left(\frac{૨}{૩}\times ૬\times ૩\cdot૧૪૧૬\times\frac{૩}{૨}\right)+\left(૫\cdot૨૫\times\frac{૧\cdot૭૫}{૨}\right)$$

$$=૧૮\cdot૮૪૯૬+૪\cdot૫૯૩૭૫$$

$$=\underline{૨૩\cdot૪૪૩૩૫ \text{ ચોરસ ફુટ}}$$

અથવા

સેગ્મેન્ટ abcdનું ક્ષેત્રફળ=વર્તુલનું ક્ષેત્રફળ–નાના સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ

પણ નાના સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ દાખલા ૪૬માં શોધ્યું છે, જે ૪·૮૩૧૦૫ ચો. ફુટ છે, માટે

સેગ્મેન્ટ abcdનું ક્ષેત્રફળ = (૬ × ૬ × ·૭૮૫૪) − (૪·૮૩૧૦૫)

= ૨૮·૨૭૪૪ − ૪·૮૩૧૦૫

= ૨૩·૪૪૩૩૫ ચો. ફુટ

લંબગોળ અથવા અંડાકૃતિ (ઇલીપ્સ)નું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીતઃ—લંબગોળનાં બન્ને વ્યાસોનાં ગુણાકારને ·૭૮૫૪ અથવા $\frac{૧૧}{૧૪}$ વડે ગુણવા

દાખલો ૪૮—એક લંબગોળનો મોટો વ્યાસ ૮ ઇંચ અને નાનો વ્યાસ ૫ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

ક્ષેત્રફળ = મોટો વ્યાસ × નાનો વ્યાસ × ·૭૮૫૪

= ૮ × ૫ × ·૭૮૫૪

= ૩૧·૪૧૬ ચોરસ ઇંચ

દાખલો ૪૯—એક લંબગોળનું ક્ષેત્રફળ ૪૯·૪૮૦૨ ચોરસ ફુટ છે. જો તેનો મોટો વ્યાસ ૯ ફુટ હોય તો નાનો વ્યાસ કેટલો હશે ?

મોટો વ્યાસ × નાનો વ્યાસ × ·૭૮૫૪ = ૪૯·૪૮૦૨

૯ × નાનો વ્યાસ × ·૭૮૫૪ = ૪૯·૪૮૦૨

∴ નાનો વ્યાસ = $\frac{૪૯·૪૮૦૨}{૯ × ·૭૮૫૪}$

= ૭ ફુટ

નક્કર એટલે સોલીડ (SOLID)નાં સાદા આકારોને લગતી વ્યાખ્યાઓ

પેરેલેલોપાઈપેડ (Parallelopiped)— એ નક્કર છે જેની હદ છ સમાંતર બાજુ ચોખુણોથી બનેલી છે, જેમાંના દરેક સામ સામેના બે ચોખુણો સરખા અને સમાંતર ક્ષેત્રમાં હોય છે.

રેકટેંગ્યુલર (કાટકોણ ચોખુણાકાર) **અને ઓબ્લીક** (**ત્રાંસા**) **પેરેલેલોપાઇપ્ડ** — જે ચોખુણો વડે પેરેલેલોપાઇપ્ડની હદ બનેલી છે તે જ્યારે કાટકોણ ચોખુણો હોય છે ત્યારે તે પેરેલેલો-પાઇપ્ડને "**રેકટેંગ્યુલર પેરેલેલોપાઇપ્ડ**" કહેવામાં આવે છે. અને જ્યારે આ ચોખુણો કાટકોણ ચોખુણ હોતા નથી ત્યારે તેને "**ઓબ્લીક એટલે ત્રાંસા પેરેલેલોપાઇપ્ડ**" કહેવામાં આવે છે.

ઘન (**કયુબ Cube**) — જે પેરેલેલોપાઇપ્ડની હદ છ સમચોરસથી બનેલી હોય છે તેને "**કયુબ**" એટલે "**ઘન**" કહેવામાં આવે છે, એટલે ઘન એ નક્કર છે જે છ સરખી બાજુઓનો બનેલો છે અને તે દરેક બાજુ સમચોરસ છે.

પ્રિઝમ (**Prism**) **એટલે સમપાદ ઘન** — એ નક્કર છે જેનાં છેડાઓ સમાંતર, એક સરખી અને અકેકને મળતી આવતી સપાટ આકૃતિઓ છે, અને જેની બાજુઓ સમાંતર બાજુ ચોખુણો (પેરેલેલોગ્રામ્સ) છે.

પિરામિડ (**Pyramid**) — એ નક્કર છે જેનો પાયો કોઈ પણ સપાટ આકૃતિ છે અને તેની બાજુઓ ત્રિકોણો છે, જેને એક સામાન્ય શિરોબિંદુ (વર્ટેક્સ vertex) છે.

પ્રિઝમ અને પિરામિડ જુદી જુદી જાતનાં હોય છે, જેમકે, **ત્રિકોણાકાર પ્રિઝમ અને પિરામિડ, ચોરસ પ્રિઝમ અને પિરામિડ, ષટ્કોણાકાર પ્રિઝમ અને પિરામિડ**, વિગેરે. પ્રિઝમ અને પિરામિડને તેમના પાયાના આકાર ઉપરથી નામો આપવામાં આવે છે.

સીધા અથવા રાઈટ (right) પ્રિઝમ અને પિરામિડ — જે પ્રિઝમ અને પિરામિડની મધ્યરેષા (axis) પાયાને લંબ હોય છે તેને **સીધા એટલે રાઈટ પ્રિઝમ** અને **પિરામિડ** કહે છે.

ત્રાંસા એટલે ઓબ્લીક (oblique) પ્રિઝમ અને પિરામિડ — જે પ્રિઝમ અને પિરામિડની મધ્યરેષા (એકસીસ axis)

પાયાને લંબ હોતી નથી તેને **ત્રાંસા એટલે ઓબ્લીક પ્રિઝમ** અથવા **પિરામિડ** કહે છે.

નક્કર એટલે સોલીડની મધ્યરેષા (એકસીસ axis)—મધ્યરેષા એ નક્કરનાં મધ્ય ભાગમાંથી થઈને તેના પાયા અથવા છેડાઓના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી લીટી અથવા રેખા છે. ગોળાની મધ્યરેષા એ તેનાં મધ્યબિંદુથી સપાટી સુધી પસાર થતી કોઈ પણ સીધી લીટી છે.

વર્તુલ સ્થંભ એટલે સીલીન્ડર (Cylinder)—એ એક નક્કર અથવા સોલીડ છે જે, કાટકોણ ગોખુણને તેની કોઈ પણ એક બાજુ જેને મધ્યરેષા એટલે એકસીસ કહે છે અને જે સ્થાઈ રહે છે તેની ફરતે ચક્રગતિ આપવાથી ઉત્પન્ન થાય છે. તેને ગોળાકાર પાયા સાથનાં ગોળ પ્રિઝમ તરીકે પણ વર્ણવી શકાય.

શંકુ એટલે કોન (Cone)—એ નક્કર એટલે સોલીડ છે જે, લંબ (perpendicular)ની ફરતે કાટકોણ ત્રિકોણનાં પરિભ્રમણ વર્તનથી (ચક્રગતિ આપવાથી) ઉત્પન્ન થાય છે. તેને ગોળાકાર પાયા સાથનાં ગોળ પિરામિડ તરીકે પણ વર્ણવી શકાય.

ગોળો એટલે સ્ફીઅર (Sphere અથવા Globe)—એ નક્કર છે જેની હદ એક બાહ્યગોળ સપાટીથી બનેલી છે અને તે સપાટીનો દરેક ભાગ તેની અંદર આવેલાં એક બિંદુ જેને મધ્યબિંદુ એટલે સેન્ટર કહે છે તેનાંથી સરખે અંતરે દુર છે.

ટેટ્રેહીડ્રોન (Tetrahedron)—એ ચાર સમબાજુ ત્રિકોણાકાર સપાટીઓ સાથનો સમ (રેગ્યુલર regular) પિરામિડ છે.

હેક્સેહીડ્રોન (Hexahedron) અથવા ઘન (Cube)—એ નક્કર છ સમચોરસ સપાટીઓનો બનેલો છે.

ઓકટેહીડ્રોન (Octahedron)—એ નક્કર આઠ સમબાજુ ત્રિકોણાકાર સપાટીઓનો બનેલો છે.

ડાડેકેહીડ્રોન (Dodecahedron)—એ નક્કર બાર સમ (રેગ્યુલર) પંચ કોણાકાર સપાટીઓનો બનેલો છે.

આઇકોસેહીડ્રોન (Icosahedron)—એ નક્કર વીસ સમબાજુ ત્રિકોણાકાર સપાટીઓનો બનેલો છે.

એક નક્કર એટલે સોલીડનું સેગ્મેન્ટ (Segment)—પાયાને સમાંતર આવેલાં ક્ષેત્રવડે કાપી નાંખેલા નક્કર ભાગને '**સેગ્મેન્ટ**' કહેવામાં આવે છે.

ફ્રસ્ટ્રમ (Frustrum)—સેગમેન્ટને કાપી નાંખ્યા પછી નક્કર એટલે સોલીડનાં બાકી રહેલા પાયાની નજદીકનાં ભાગને "**ફ્રસ્ટ્રમ**" કહે છે.

નક્કર (સોલીડ)નાં પૃષ્ઠફળ

પૃષ્ઠફળ—નક્કરની સપાટીનાં ક્ષેત્રફળને **પૃષ્ઠફળ** એટલે **સુપરફીશીઅલ એરીઆ** અથવા **સરફેસ એરીઆ (Superficial Area** અથવા **Surface Area)** કહેવામાં આવે છે.

પેરેલેલોપાઇપ્ડિનું પૃષ્ઠફળ—આ નક્કરની હદ છ સમાંતર બાજુ ચોખુણોથી બનેલી છે એટલે એનું પૃષ્ઠ (સરફેસ) છ સમાંતર બાજુ ચોખુણોનું બનેલું છે, માટે જે સમાંતર બાજુ ચોખુણોનો પેરેલેલોપાઇપ્ડ બનેલો છે તેનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો કરવાથી પેરેલેલોપાઇપ્ડનું પૃષ્ઠફળ મળે છે. તેટલા માટે, પેરેલેલોપાઇપ્ડનું પૃષ્ઠફળ=તેની છ સમાંતર બાજુ ચોખુણાકાર બાજુઓનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો.

વર્તુલ સ્થંભ અથવા નળા (સીલીન્ડર Cylinder)ની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ-આ નક્કરને કાટકોણ ચોખુણને તેની કોઇપણ એક બાજુ જેને મધ્યરેખા (એકસીસ) કહે છે અને જે સ્થાઈ રહે છે તેની ફરતે ચક્રગતિ આપીને ઉત્પન્ન કરેલો છે, માટે

વર્તુલ સ્થંભ (સીલીન્ડર)ની વાંકવાળી સપાટી આ કાટકોણ ચોખુણની બરાબર છે; આ કાટકોણ ચોખુણની લંબાઈ સીલીન્ડરનાં તળીયાંનો પરિઘ બને છે અને તેની પહોળાઈ સીલીન્ડરની ઉંચાઈ અથવા લંબાઇ બને છે, માટે વર્તુલ સ્થંભ (સીલીન્ડર)ની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ જે કાટકોણ ચોખુણને ચક્રગતિ આપી તેને ઉત્પન્ન કરેલો છે તે ચોખુણનાં ક્ષેત્રફળની બરાબર છે. તેટલા માટે વર્તુલ સ્થંભ (સીલીન્ડર)ની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધવા માટે–વર્તુલ સ્થંભ (સીલીન્ડર)ના પરિઘને તેની ઉંચાઈ અથવા લંબાઈ વડે ગુણવા, અથવા વર્તુલ સ્થંભ (સીલીન્ડર)ની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ = વર્તુલ સ્થંભ અથવા નળાનો વ્યાસ × ૩·૧૪૧૬ × ઉંચાઈ અથવા લંબાઈ.

દાખલો ૫૦—એક ભુંગળાંનો બહારનો વ્યાસ ૧૨ ઇંચિ અને લંબાઈ ૬ ફુટ છે, તો તેનું પૃષ્ઠફળ ચોરસ ફુટ અને ચોરસ ઇંચિમાં શોધો.

પૃષ્ઠફળ = પરિઘ × લંબાઇ

= ૧ × ૩·૧૪૧૬ × ૬

= ૧૮·૮૪૯૬ ચોરસ ફુટ.

= ૧૮·૮૪૯૬ × ૧૪૪

= ૨૬૭૧·૧૪૨૪ ચોરસ ઇંચિ.

દાખલો ૫૧—એક વરાળ યંત્ર એટલે સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો અંદરનો વ્યાસ ૩૦ ઇંચિ છે, અને અંદરની લંબાઈ ૩ ફુટ છે, તો તે સીલીન્ડરના અંદરનાં ભાગનું પૃષ્ઠફળ શોધો.

પૃષ્ઠફળ = પરિઘ × લંબાઈ

= ૨·૫ × ૩·૧૪૧૬ × ૩

= ૨૩·૫૬૨ ચોરસ ફુટ.

દાખલો ૫૨—એક લોકો ટાઇપ બોયલરમાં ૪૮ નળીઓ (ટયુબ્સ) છે. દરેક નળીનો બહારનો વ્યાસ ૨ ઇંચ અને લંબાઈ ૧૦ ફુટ છે, તો બોયલરનાં પાણી સાથે સંબંધમાં રહેતી તે નળીઓની ગરમી આપનારી સપાટી (હીટીંગ સરફેસ)નું પૃષ્ઠફળ શોધો.

એક નળીનું પૃષ્ઠફળ = $\frac{૨}{૧૨}$ × ૩·૧૪૧૬ × ૧૦ ચો. ફુટ

∴ ૪૮ નળીઓનું પૃષ્ઠફળ = $\frac{૨}{૧૨}$ × ૩·૧૪૧૬ × ૧૦ × ૪૮

= ૨૫૧·૩૨૮ ચોરસ ફુટ.

પિરામિડનું પૃષ્ઠફળ—આ નક્કર જેનો પાયો કોઈ પણ સપાટ આકૃતિ છે અને જેની બાજુઓ ત્રિકોણો છે તેનું પૃષ્ઠફળ તે જેટલી ત્રિકોણાકાર બાજુઓનો બનેલો છે તે બાજુઓનાં ક્ષેત્રફળોનાં અને પાયાનાં ક્ષેત્રફળનાં સરવાળાની બરાબર છે.

ગોળાની સપાટીનું પુષ્ઠફળ—ગોળો (સ્ફીઅર) બાહ્યગોળ સપાટીનો બનેલો છે અને તે સપાટીનો દરેક ભાગ તેની અંદર આવેલાં મધ્યબિંદુ (સેન્ટર)થી સરખે અંતરે છે, તેટલા માટે ગોળાની બાહ્યગોળ સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધવા માટે—

ગોળાના વ્યાસનો વર્ગ કરી તેને ૩·૧૪૧૬ અથવા $\frac{૨૨}{૭}$ વડે ગુણવા, અથવા

ગોળાનું પૃષ્ઠફળ = (ગોળાનો વ્યાસ)^{૨} × ૩·૧૪૧૬.

દાખલો ૫૩—એક પીતળનાં ગોળાકાર દડાનો વ્યાસ ૯ ઈંચ છે. આ ગોળાની બહારની સપાટી ઉપર ગીલીટ ચઢાવવાની છે. ગીલીટ કરવાનો ભાવ દર ચોરસ ફુટ સપાટી દીઠ ચાર રૂપીઆ છે, તો તે ગોળાને ગીલીટ કરવાનો શું ખર્ચ થશે ?

દડાનું પૃષ્ઠફળ = વ્યાસ^{૨} × ૩·૧૪૧૬

= $\frac{૯}{૧૨}$ × $\frac{૯}{૧૨}$ × ૩·૧૪૧૬

= ૧·૭૬૭૧૫ ચોરસ ફુટ

ચો. ફુટ		ચો. ફુટ		રૂ.		
૧	:	૧·૭૬૭૧૫	: :	૪	:	કીંમત

∴ કીંમત = $\frac{૧·૭૬૭૧૫ × ૪}{૧}$

= રૂ. ૭–૧આ.–૧પાઈ

શંકુ એટલે કોન (Cone)ની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ—આ નક્કરને કાટકોણ ત્રિકોણને કાટખુણો બનાવતી તેની બે બાજુઓમાંની કોઇપણ એક બાજુ જે સ્થાઈ રહે છે તેની ફરતે ચક્રગતિ આપીને ઉત્પન્ન કરવામાં આવે છે. શંકુ (કોન)ની ઉંચાઈ કાટકોણ ત્રિકોણની જે બાજુ સ્થાઈ રહે છે અને જેની ફરતે તેને ચક્રગતિ આપવામાં આવે છે તેની લંબાઈની બરાબર છે, અને શંકુની ત્રાંસી ઉંચાઈ અથવા બાજુ તે કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ (હાઇપોટેન્યુસ hypotenuse) જેની ચક્રગતિથી શંકુ ઉત્પન્ન થાય છે તેની બરાબર છે. તેટલા માટે શંકુ એટલે કોનની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધવા માટે—શંકુનાં પાયાનાં પરિઘને ત્રાંસી ઉંચાઈ વડે ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેનું અર્ધ કરવું, અથવા

$$\text{શંકુ (કોન)ની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ} = \frac{\text{પાયાનો પરિઘ} \times \text{ત્રાંસી ઉંચાઈ}}{૨}$$

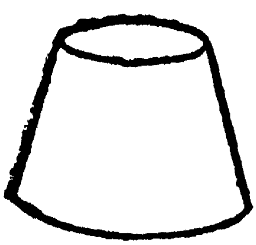
દાખલો ૫૪—એક શંકુનાં પાયાનો વ્યાસ ૧૨ ઇંચ છે અને તેની ત્રાંસી બાજુની ઉંચાઈ ૧૫ ઇંચ છે, તો તેની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધો.

$$\text{શંકુની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ} = \frac{\text{પાયાનો પરિઘ} \times \text{ત્રાંસી ઉંચાઈ}}{૨}$$

$$= \frac{૧૨ \times ૩{\cdot}૧૪૧૬ \times ૧૫}{૨}$$

$$= \underline{૨૮૨{\cdot}૭૪૪ \text{ ચોરસ ઇંચ.}}$$

શંકુ (કોન)નાં ફ્રસ્ટ્રમની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ—



આકૃતિ ૩૬

શંકુ (કોન)નાં ઉપલા ભાગને કાપી તેને ઉંચકી લીધા પછી જે બાકીનો નીચલો ભાગ રહે તેને **"કોનનો ફ્રસ્ટ્રમ"** કહેવામાં આવે છે. શંકુ (કોન)ના ફ્રસ્ટ્રમની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધવા માટે—શંકુ (કોન)નાં ફ્રસ્ટ્રમનાં બન્ને

છેડાઓનાં પરિઘોનાં સરવાળાને તેની ત્રાંસી ઉંચાઈ વડે ગુણવા, અને જે ગુણાકાર આવે તેનું અર્ધ કરવું.

દાખલો ૫૫—એક શંકુનાં ફ્રસ્ત્રમનો મોટો વ્યાસ ૧૦ ઇંચ અને નાનો વ્યાસ ૬ ઇંચ છે, તથા તેની ત્રાંસી ઉંચાઈ ૫ ઇંચ છે, તો તેની વાંકવાળી સપાટીનું પૃષ્ઠફળ શોધો.

$$\text{પૃષ્ઠફળ} = \frac{(૧૦ \times ૩\cdot૧૪૧૬ + ૬ \times ૩\cdot૧૪૧૬) \times ૫}{૨}$$

$$= \frac{૩\cdot૧૪૧૬\,(૧૦ + ૬) \times ૫}{૨}$$

$$= \frac{૩\cdot૧૪૧૬ \times ૧૬ \times ૫}{૨}$$

$$= \underline{૧૨૫\cdot૬૬૪ \text{ ચોરસ ઇંચ.}}$$

નક્કર (સોલીડ)નાં ઘનફળ (વોલ્યુમ).

કાટકોણ પ્રિઝમ અથવા રેકટેંગ્યુલર સોલીડનું ઘનફળ શોધવાની રીત:—કાટકોણ પ્રિઝમની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઉંચાઈનો ગુણાકાર કરવો; ટુંકમાં કાટકોણ પ્રિઝમનું ઘનમાપ એટલે વોલ્યુમ = લંબાઈ × પહોળાઈ × ઉંચાઈ.

દાખલો ૫૬—એક કાટકોણ પ્રીઝમ ૬ ફુટ લાંબો, ૫ ફુટ પહોળો અને ૩ ફુટ ઉંચો છે, તો તેનું ઘનફળ એટલે વોલ્યુમ શોધો?

$$\text{ઘનફળ} = ૬' \times ૫' \times ૩' = \underline{૯૦ \text{ ઘનફુટ}}$$

ઘન (ક્યુબ)નું ઘનફળ શોધવાની રીત:—ઘનની એક બાજુનો ઘન કરવો, એટલે (ઘનની એક બાજુ)^3.

દાખલો ૫૭—એક ઘનની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઉંચાઈ ૮ ઇંચ છે તો તેનું ઘનફળ શોધો?

$$\text{ઘનફળ} = ૮^3 = ૮ \times ૮ \times ૮$$

$$= \underline{૫૧૨ \text{ ઘન ઇંચ.}}$$

વર્તુલાકાર સ્થંભ અથવા નળા (સીલીન્ડર)નું ઘનફળ શોધવાની રીત :—નળાનાં પાયાનાં ક્ષેત્રફળને ઉંચાઈ અથવા લંબાઈ વડે ગુણવા, અથવા પાયાનું ક્ષેત્રફળ × ઉંચ્ચાઈ અથવા લંબાઇ, અથવા પાયાનાં વ્યાસનો વર્ગ × ·૭૮૫૪ × ઉંચાઈ અથવા લંબાઈ.

દાખલો ૫૮—એક નળાનો વ્યાસ ૪ ફુટ છે અને લંબાઈ ૭½ ફુટ છે, તો તેનું ઘનફળ શોધો ?

ઘનફળ = પાયાનું ક્ષેત્રફળ × લંબાઈ

= ૪ × ૪ × ·૭૮૫૪ × ૭·૫

= ૯૪·૨૪૮ ઘનફુટ.

શંકુ (કોન)નું ઘનફળ શોધવાની રીત :—શંકુનાં પાયાનાં ક્ષેત્રફળને લંબ ઉંચાઈ વડે ગુણવા અને જે ગુણાકાર આવે તેને ૩ વડે ભાગવા.

દાખલો ૫૯—એક શંકુનાં પાયાનો વ્યાસ ૧૦ ઈંચ અને લંબ ઉંચાઈ ૧૨ ઈંચ છે તો તેનું ઘનફળ શોધો ?

$$\text{ઘનફળ} = \frac{\text{પાયાનું ક્ષેત્રફળ} \times \text{લંબ ઉંચાઈ}}{૩}$$

$$= \frac{૧૦ \times ૧૦ \times ·૭૮૫૪ \times ૧૨}{૩}$$

= ૩૧૪·૧૬ ઘન ઈંચ

શંકુના ફ્રસ્ત્રમનું ઘનફળ શોધવાની રીત :—ફ્રસ્ત્રમનાં બન્ને વ્યાસોનાં વર્ગનાં સરવાળામાં બન્ને વ્યાસોનો ગુણાકાર ઉમેરવો અને જે ગુણાકાર આવે તેને ·૭૮૫૪ વડે ગુણી લંબ ઉંચાઈનાં ત્રીજા ભાગ ($\frac{h}{3}$) વડે ગુણવા, ટુંકમાં, ઘનફળ $= \left\{D^2 + d^2 + (D \times d)\right\} \times ·૭૮૫૪ \times \frac{h}{3}$,

એમાં D = ફ્રસ્ત્રમનો મોટો વ્યાસ

d = " નાનો વ્યાસ

અને h = લંબ ઉંચાઈ

દાખલો ૬૦—એક સેફ્ટીવાલ્વનાં વજનનો મોટો વ્યાસ ૧૨ ઈંચ અને નાનો વ્યાસ ૬ ઈંચ છે, તથા જાડાઈ ૪ ઈંચ છે, તો તેનું ઘનફળ શોધો ?

ઘનફળ $=\{ ૧૨^{૨} + ૬^{૨} + (૧૨ \times ૬)\} \times •૭૮૫૪ \times \frac{૪}{૩}$
$=\{ ૧૪૪ + ૩૬ + ૭૨ \} \times •૭૮૫૪ \times ૧•૩૩$
$= ૨૫૨ \times •૭૮૫૪ \times ૧•૩૩$
$=$ ૨૬૩•૨૩ ઘન ઈંચ

ગોળા (સ્ફીઅર)નું ઘનફળ શોધવાની રીત:—ગોળાનાં વ્યાસનાં ઘનને •૭૮૫૪ વડે ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેને $\frac{૨}{૩}$ વડે ગુણવા, અથવા ગોળાની ત્રિજયાનાં ઘનને ૩•૧૪૧૬ વડે ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેને $\frac{૪}{૩}$ વડે ગુણવા, ટુંકમાં —

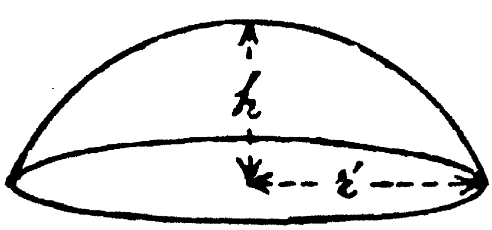
ગોળાનું ઘનફળ $= D^{3} \times •૭૮૫૪ \times \frac{૨}{૩}$.
અથવા ,, ,, $= r^{3} \times ૩•૧૪૧૬ \times \frac{૪}{૩}$,
એમાં $D =$ ગોળાનો વ્યાસ, અને $r =$ ગોળાની ત્રિજયા છે.

દાખલો ૬૧—એક ગોળાનો વ્યાસ ૫ ફુટ છે, તો તેનું ઘનફળ શોધો ?

ઘનફળ $= ૫ \times ૫ \times ૫ \times •૭૮૫૪ \times \frac{૨}{૩}$
$=$ ૬૫•૪૫ ઘનફુટ

ગોળાનાં સેગ્મેન્ટનુ ઘનફળ શોધવાની રીત:—

ઘનફળ $= •૫૨૩૬\ h\ (h^{૨} + ૩r^{૨})$, એમાં
$h =$ સેગ્મેન્ટની ઉંચાઈ, અને
$r =$ સેગ્મેન્ટનાં પાયા (base)ની ત્રિજ્યા.



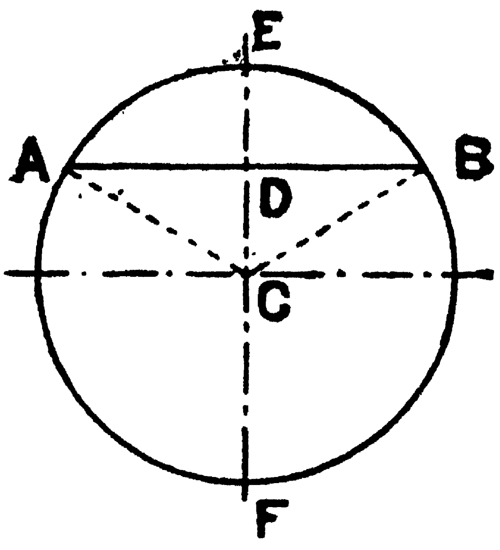
આકૃતિ ૩૭

દાખલો ૬૨—એક ગોળાનાં સેગ્મેન્ટનાં તળીયાંનો વ્યાસ ૮ ઈંચિ અને ઉંચાઈ ૨ ઈંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો ?

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \cdot 5236\, h\,(h^2 + 3r^2)$$
$$= \cdot 5236 \times 2\,(2 \times 2 + 3 \times 4 \times 4)$$
$$= \cdot 5236 \times 2\,(4 + 48)$$
$$= \cdot 5236 \times 2 \times 52$$
$$= 54 \cdot 4544 \text{ ઘન ઇંચ.}$$

વર્તુલ સ્થંભ અથવા સીલીન્ડરનાં સેગ્મેન્ટનું ઘનફળ શોધવાની રીત :—ઘનફળ = સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ × લંબાઈ.

દાખલો ૬૩—એક લૅંકેશીયર બૉયલર જેનો અંદરનો વ્યાસ ૭½ ફુટ અને લંબાઈ ૨૮ ફુટ છે, તેમાં પાણીની સપાટી બૉયલરનાં મથાળાંથી ૨૨·૫ ઇંચ નીચે છે, તો પાણીની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો, અને તે બૉયલરમાં વરાળ માટેની જગ્યા (steam space)નું ઘનફળ શોધો ?



આકૃતિ ૩૮

બૉયલરનાં છેદ ચિત્ર (ક્રોસ સેક્શન cross section) દર્શાવનારૂં એક વર્તુલ કોઈ પણ સ્કેલે દોરો, અને તેમાં ઉભો વ્યાસ EF દોરો (જુઓ આકૃતિ ૩૮); અને આ વ્યાસ ૯૦ ઇંચનો છે, માટે ત્રિજ્યા CE = ૪૫ ઇંચ છે. ત્રિજ્યા CEનાં બે સરખા ભાગો D આગળ કરો, જે દરેક વિભાગ ૨૨·૫ ઇંચ બરાબર થશે, અને ત્યારપછી Dમાંથી EFને કાટખુણે એક કોર્ડ AB દોરો, અને A તથા Bને વર્તુલનાં મધ્ય C સાથે અંકિત લીટીઓ AC અને BC વડે જોડો.

ત્યારે, AB = પાણીની સપાટીની પહોળાઈ થશે,
અને AD = પાણીની સપાટીની પહોળાઈનું અર્ધ છે.

કોર્ડ ABની લંબાઈ શોધવા માટે ત્રિકોણ ADC લેતાં—

$AC^{૨} = AD^{૨} + CD^{૨}$

માટે $AD^{૨} = AC^{૨} — CD^{૨}$

$= ૪૫^{૨} — ૨૨\cdot૫^{૨}$

માટે $AD = \sqrt{૧૫૧૮\cdot૭૫}$

$= ૩૮\cdot૯$ ઇંચ.

$AB = ૨AD$ છે, માટે

$= ૨ \times ૩૮\cdot૯$

$= ૭૭\cdot૮$ ઇંચ.

ત્યારે પાણીની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = પહોળાઈ × લંબાઈ

$= \frac{૭૭\cdot૮}{૧૨} \times ૨૮$

$= \underline{૧૮૧\cdot૫૩ \text{ ચો. ફુટ.}}$

વરાળ માટેની જગ્યાનું છેદચિત્ર (ક્રોસ સેક્શન) વર્તુલનું સેગ્મેન્ટ છે, માટે

વરાળ માટેની જગ્યાનું ઘનફળ = સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ × બોયલરની લંબાઈ.

સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ = સેક્ટર CAEBનું ક્ષેત્રફળ — ત્રિકોણ ACBનું ક્ષેત્રફળ.

$= \left(\text{આર્કની લંબાઈ} \times \frac{\text{ત્રિજ્યા}}{૨}\right) —$

$— \left(\text{કોર્ડ} \times \frac{\text{લંબ ઉંચાઈ}}{૨}\right).$

આર્કની લંબાઈ માપતાં પરિઘનો ત્રીજો ભાગ છે, માટે

સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ $= \left(\frac{૯૦ \times ૩\cdot૧૪૧૬}{૩} \times \frac{૪૫}{૨}\right) — \left(૭૭\cdot૮ \times \frac{૨૨\cdot૫}{૨}\right)$

= ૨૧૨૦·૫૮ − ૮૭૫·૨૫
= ૧૨૪૫·૩૩ ચોરસ ઇંચિ
= $\frac{૧૨૪૫·૩૩}{૧૪૪}$ ચોરસ ફુટ

સેગ્મેન્ટનું ઘનમાપ = સેગ્મેન્ટનું ક્ષેત્રફળ × બોયલરની લંબાઈ
= $\frac{૧૨૪૫·૩૩}{૧૪૪}$ × ૨૮
= <u>૨૪૨·૧૪૭૫ ઘનફુટ</u>

કોઈપણ પદાર્થનાં એક ઘનફુટ અને એક ઘન ઇંચિનું વજન શોધવાનાં નિયમો :—

નિયમ ૧—કોઈપણ પદાર્થનાં એક ઘનફુટનું વજન શોધવું હોય તો તે પદાર્થનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વને (વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ માટે જુઓ પ્રકરણ બીજું) એક ઘનફુટ મીઠાં પાણીનાં વજન ૬૨·૫ પૈાંડ વડે ગુણવા. (પાણીનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ એટલે સ્પેસીફીક ગ્રેવીટી ૧ લેવામાં આવે છે).

નિયમ ૨—કોઈપણ પદાર્થનાં એક ઘનઇંચિનું વજન શોધવું હોય તો તે પદાર્થનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વને એક ઘનઇંચિ મીઠાં પાણીનાં વજન ·૦૩૬ વડે ગુણવા.

વજનો અને માપોનો કોઠો

૧ હંન્ડ્રેડવેટ = ૧૧૨ પૈાંડ.
૧ ટન = ૨૦ હંન્ડ્રેડવેટ = ૨૨૪૦ પૈાંડ.
૧ ચોરસફુટ = ૧૪૪ ચોરસ ઇંચિ.

૧ ઘન ફુટ =	૧૭૨૮ ઘન ઇંચિ ૬·૨૫ ગેલન
૧ ગેલન =	૨૭૭·૨૫ ઘન ઇંચિ = ૦·૧૬ ઘનફુટ ૪ કવાર્ટ = ૮ પાઇન્ટ = ૩૨ જીલ
મીઠું પાણી	૧ ઘનફુટનું વજન ૬૨·૫ પૈાંડ ૧ ઘનઇંચનું વજન ·૦૩૬ પૈાંડ ૧ ગેલનનું વજન ૧૦ પૈાંડ
ખારૂં પાણી	૧ ઘનફુટનું વજન ૬૪ પૈાંડ ૧ ગેલનનું વજન ૧૦$\frac{૧}{૪}$ પૈાંડ

દાખલો ૬૪—એક ઘનફુટ અને એક ઘનઇંચિ ઘડતર લોઢાનું વજન શોધો ?

૧ ઘનફુટ ઘડતર લોઢાનું વજન = ઘડતર લોઢાનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ૬૨·૫

= ૭·૭ × ૬૨·૫

= <u>૪૮૧·૨૫ પૈાંડ</u>

૧ ઘનઇંચિ ઘડતર લોઢાનું વજન = ૭·૭ × ·૦૨૬ = **<u>·૨૦૭૨ પૈાંડ</u>**

દાખલો ૬૫—કેટલા ઘન ઇંચ ઘડતર લોઢાનું વજન ૧ પૈાંડ થશે ?

૧ ઘનફુટ = ૧૭૨૮ ઘન ઇંચિ

પૈાંડ પૈાંડ ઘન ઇંચિ

૪૮૧·૨૫ : ૧ :: ૧૭૨૮ : ઘન ઇંચ

$$\frac{૧૭૨૮ \times ૧}{૪૮૧·૨૫} = \underline{૩·૬ \text{ ઘન ઇંચિ}}$$

દાખલો ૬૬—એક ઘનફુટ અને એક ઘન ઇંચ બીડનું વજન શોધો ?

એક ઘનફુટ બીડનું વજન = બીડનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ૬૨·૫

= ૭·૧ × ૬૨·૫

= <u>૪૪૩·૭૫ પૈાંડ</u>

એક ઘન ઇંચિ બીડનું વજન = બીડનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ·૦૩૬

= ૭·૧ × ·૦૩૬

= <u>·૨૫૫૬ પૈાંડ</u>

દાખલો ૬૭—કેટલા ઘન ઇંચ બીડનું વજન ૧ પૈાંડ થશે ?

પૈાંડ પૈાંડ ઘન ઇંચિ

૪૪૩·૭૫ : ૧ :: ૧૭૨૮ : ૧ પૈાંડના ઘન ઇંચિ

$$\text{એક પૈાંડ બીડનાં ઘન ઇંચિ} = \frac{૧ \times ૧૭૨૮}{૪૪૩·૭૫}$$

$$= \underline{૩·૯ \text{ ઘન ઇંચિ}}$$

દાખલો ૬૮—એક ઘનફુટ અને એક ઘન ઇંચ નરમ પોલાદ એટલે માઇલ્ડ સ્ટીલનું વજન શોધો? વળી કેટલા ઘન ઇંચિ નરમ પોલાદનું વજન ૧ પૈાંડ થશે?

એક ઘનફુટ નરમ પોલાદનું વજન = તેનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ૬૨·૫
= ૭·૮ × ૬૨·૫
= ૪૮૭·૫ પૈાંડ

એક ઘન ઇંચિ નરમ પોલાદનું વજન = ૭·૮ × ·૦૩૬
= ·૨૮૦૮ પૈાંડ

પૈાંડ પૈાંડ ઘ. ઇંચ
·૨૮૦૮ : ૧ :: ૧ : ઘન ઇંચ

$$\frac{૧ \times ૧}{·૨૮૦૮} = ૩·૫ \text{ ઘન ઇંચ}$$

દાખલો ૬૯—પાણીની એક ઘન ટાંકીની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઉંચાઈ ૪ ફુટ છે, તો તેમાં કેટલા પૈાંડ અને ગેલન મીઠું પાણી સમાઈ શકશે?

ટાંકીનું ઘનફળ = ૪′ × ૪′ × ૪′
= ૬૪ ઘનફુટ

ઘનફુટ ઘનફુટ પૈાંડ
૧ : ૬૪ :: ૬૨·૫ : પાણીનું વજન

૬૪ × ૬૨·૫ = ૪૦૦૦ પૈાંડ

પૈાંડ પૈાંડ ગેલન
૧૦ : ૪૦૦૦ :: ૧ : ગેલન

$$\frac{૪૦૦૦ \times ૧}{૧૦} = ૪૦૦ \text{ ગેલન}$$

દાખલો ૭૦—એક તેલની ટાંકી ૨$\frac{૧}{૨}$ ફુટ લાંબી, ૧$\frac{૧}{૨}$ ફુટ પહોળી, અને ૨ ફુટ ઉંડી છે, તો તેમાં કેટલા ગેલન અને પૈાંડ તેલ સમાઈ શકશે?

ધનફળ = ૨·૫′ × ૩·૫′ × ૨

= ૭·૫ ધનફુટ

૧ ધનફુટ = ૬·૨૫ ગેલન

ધ.ફુ. ધ.ફુ. ગેલન

૧ : ૭·૫ :: ૬·૨૫ : ગેલન

૬·૨૫ × ૭·૫ = <u>૪૬·૮૭૫ ગેલન તેલ</u>

તેલનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ·૯૨ છે, માટે

૧ ધનફુટ તેલનું વજન = ·૯૨ × ૬૨·૫

= ૫૭·૫ પૌંડ

ધનફુટ ધનફુટ પૌંડ

૧ : ૭·૫ :: ૫૭·૫ : પૌંડ તેલનું વજન

૭·૫ × ૫૭·૫ = <u>૪૩૧·૨૫ પૌંડ તેલ</u>

દાખલો ૭૧—૨ ઇંચ પહોળા, ½ ઇંચ જાડા અને ૧૦ ફુટ લાંબા લોખંડના પાટાનું વજન શોધો ?

પાટાનું ધનફળ = ૨ × ½ × ૧૦ × ૧૨

= ૧૨૦ ધન ઇંચ

૧ ધનઇંચ ઘડતર લોઢાનું વજન = ૭·૭ × ·૦૩૬

= ·૨૭૭૨ પૌંડ

ધનઇંચ ધનઇંચ પૌંડ

૧ : ૧૨૦ :: ·૨૭૭૨ : વજન

∴ વજન = (૧૨૦ × ·૨૭૭૨) / ૧

= <u>૩૩·૨૬૪ પૌંડ.</u>

દાખલો ૭૨—પોલાદ એટલે સ્ટીલનાં ૧¼ ચોરસ અને ૧૨ ફુટ લાંબા સળીયાનું વજન કેટલું થશે ?

સળીયાનું ધનફળ = ૫/૪ × ૫/૪ × ૧૨ × ૧૨

= ૨૨૫ ધનઇંચ

પોલાદનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૭·૮ છે, માટે

૧ ઘનઈંચ પોલાદનું વજન = તેનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ·૦૩૬

= ૭·૮ × ·૦૩૬

= ·૨૮૦૮ પૌંડ

ઘ. ઈં.		ઘ. ઈં.		પૌંડ		
૧	:	૨૨૫	: :	·૨૮૦૮	:	વજન

વજન = ૨૨૫ × ·૨૮૦૮

= ૬૩·૧૮ પૌંડ

દાખલો ૭૩—ત્રાંબાનાં ઓતેલા એક નક્કર સીલીન્ડર (વર્તુલાકાર સ્થંભ)નો વ્યાસ ૪ ઈંચ છે, અને ઉંચાઈ ૬ ઈંચ છે તો તેનું વજન શોધો ?

વર્તુલાકાર સ્થંભનું ઘનફળ = પાયાનું ક્ષેત્રફળ × ઉંચાઈ

= ૪×૪×·૭૮૫૪×૬

= ૭૫·૪ ઘનઈંચ.

ઓતેલાં (cast) ત્રાંબાનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૮·૬૦૭ છે, માટે

એક ઘનઈંચ ત્રાંબાનું વજન = ૮·૬૦૭ × ·૦૩૬

= ·૩૧ પૌંડ

ઘનઈંચ		ઘનઈંચ		પૌંડ		
૧	:	૭૫·૪	: :	·૩૧	:	વજન

વજન = ૭૫·૪ × ·૩૧

= ૨૩·૩૭૪ પૌંડ

દાખલો ૭૪—એક પોલા બીડનાં વર્તુલાકાર સ્થંભનો બહારનો વ્યાસ ૧૦ ઈંચ અને અંદરનો વ્યાસ ૭ ઈંચ છે, તથા લંબાઈ ૨૦ ફુટ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

પોલા વર્તુલાકાર સ્થંભનું ઘનમાપ = (બહારનું ક્ષેત્રફળ–અંદરનું ક્ષેત્રફળ) × લંબાઈ.

$= (૧૦^૨ \times ·૭૮૫૪ - ૭^૨ \times ·૭૮૫૪) \times ૨૦ \times ૧૨$

$= ·૭૮૫૪ (૧૦^૨ - ૭^૨) \times ૨૦ \times ૧૨$

$= ·૭૮૫૪ \times ૫૧ \times ૨૪૦$

= ૯૬૧૩·૨૯૬ ઘનઈંચ

બીડનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૭·૧ છે, માટે

∴ ઘનઈંચ બીડનું વજન = ૭·૧ × ·૦૩૬

= ·૨૫૫૬ પૌંડ.

ઘનઈંચ		ઘનઈંચ		પૌંડ		
૧	:	૯૬૧૩·૨૯૬	: :	·૨૫૫૬	:	વજન

∴ વજન = ૯૬૧૩·૨૯૬ × ·૨૫૫૬

= ૨૪૫૭·૧૬ પૌંડ

દાખલો ૭૧—એક ગોળાકાર પીતળની પ્લેટનો વ્યાસ ૨ ફુટ છે અને જાડાઈ $\frac{૧}{૪}$ ઈંચ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

ગોળાકાર પ્લેટનું ઘનફળ = પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ × જાડાઈ

= ૨૪ × ૨૪ × ·૭૮૫૪ × $\frac{૧}{૪}$

= ૧૧૩·૦૯૭૬ ઘન ઈંચ

પીતલનાં પત્રાનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૮·૪૪ છે, માટે

૧ ઈંચ પીતલનું વજન = ૮·૪૪ × ·૦૩૬

= ·૩ પૌંડ.

ઘનઈંચ		ઘનઈંચ		પૌંડ		
૧	:	૧૧૩·૦૯૭૬	: :	·૩	:	વજન

∴ વજન = ૧૧૩·૦૯૭૬ × ·૩

= ૩૩·૯૨૯ પૌંડ

દાખલો ૭૨—$\frac{૧}{૮}$ ઈંચ જાડી અને એક ફુટ ચોરસ લોખંડની પ્લેટનું વજન કેટલું થશે ?

ઘનફળ = ૧૨ × ૧૨ × $\frac{૧}{૮}$

= ૧૮ ઘન ઈંચ

૩·૬ ઘન ઇંચ લોખંડનું વજન ૧ પૌંડ થાય છે એમ આગળ નક્કી કર્યું છે, માટે

ઘન ઇંચ   ઘન ઇંચ   પૌંડ
૩·૬ : ૧૮ :: ૧ : વજન

$$\therefore \text{વજન} = \frac{૧૮ \times ૧}{૩·૬}$$

= ૫ પૌંડ

નોટ—આ ઉપરથી લોખંડની પ્લેટનું વજન શોધવા માટેનો સાધારણ નિયમ નીચે પ્રમાણે ઉપજાવી શકાશે કે-લોખંડની પ્લેટનાં દરેક ચોરસ ફુટનું વજન દરેક $\frac{૧}{૮}$ ઇંચ જાડાઈ માટે ૫ પૌંડ થાય છે.

દાખલો ૯૭—એક વરાળયંત્ર એટલે સ્ટીમ એનજીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૩૬ ઇંચ છે, અને પીસ્તનનાં સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૪ ફુટ છે, તો સ્ટ્રોકને અંતે તે સીલીન્ડરમાં સમાયલી વરાળનું ઘન માપ એટલે વોલ્યુમ શોધો ? વળી જો વાતાવરણનાં દબાણની એક ઘનફુટ વરાળનું વજન ·૦૩૮ પૌંડ હોય તો તે સીલીન્ડરમાં સમાયલી વાતાવરણનાં દબાણની વરાળનું વજન શોધો ?

સીલીન્ડરમાં સમાયલી વરાળનું ઘનમાપ = સીલીન્ડરનું ઘનફળ

$= ૩' \times ૩' \times ·૭૮૫૪ \times ૪'$

= ૨૮·૨૭૪૪ ઘનફુટ

ઘ.ફુ.   ઘનફુટ   પૌંડ
૧ : ૨૮·૨૭૪૪ :: ·૦૩૮ : વજન

$\therefore$ વજન = ૨૮·૨૭૪૪ × ·૦૩૮

= ૧·૦૭૪ પૌંડ

દાખલો ૯૮—એક સીંગલ એકટીંગ ફીડ પમ્પનો વ્યાસ ૩ ઇંચ છે, અને સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૫ ઇંચ છે, પણ તે દરેક કાર્ય કરતા સ્ટ્રોકે માત્ર પોણો ($\frac{૩}{૪}$) ભરેલો આવે છે. જ્યારે પમ્પ દર મીનીટે ૫૦ સ્ટ્રોક કરે, ત્યારે તે એક કલાકમાં કેટલા ગેલન અને કેટલા પૌંડ પાણી બોયલરમાં આપશે ?

દરેક કાર્ય કરતા સ્ટ્રોકમાં પમ્પ વડે ખેંચી આપવામાં આવતાં પાણીનું ઘન માપ = પમ્પનું ઘન માપ

= ૩ × ૩ × ·૭૮૫૪ × ૫

= ૩૫·૩૪૩ ઘન ઈંચ

પણ પમ્પ પોણો ભરેલો આવે છે, માટે દરેક કાર્ય કરતા સ્ટ્રોકે પમ્પ વડે ખેંચી આપવામાં આવતાં પાણીનું ખરેખરૂં ઘનમાપ = $\frac{૩}{૪}$ × ૩૫·૩૪૩

= ૨૬·૫ ઘન ઈંચ

પમ્પ સીંગલ એકટીંગ હોવાથી દર બે સ્ટ્રોકે એક કાર્ય કરતો સ્ટ્રોક હોય છે, માટે આ પમ્પમાં દર મીનીટે $\frac{૫૦}{૨}$ = ૨૫ કાર્ય કરતા સ્ટ્રોક છે, માટે

કાર્ય કરતો સ્ટ્રોક		કાર્ય કરતા સ્ટ્રોક		ઘન ઈંચ પાણી	
૧	:	૨૫	: :	૨૬·૫	: ઘન ઈંચ પાણી.

∴ દર મીનીટે પાણીનો જથ્થો ઘન ઈંચમાં = ૨૫ × ૨૬·૫

= ૬૬૨·૫ ઘન ઈંચ.

ઘન ઈંચ		ઘન ઈંચ		પૈાંડ પાણી	
૧૭૨૮	:	૬૬૨·૫	: :	૬૨·૫	: દર મીનીટે પાણીનો જથ્થો

∴ દર મીનીટે પાણીનો જથ્થો પૈાંડમાં = $\frac{૬૬૨·૫ × ૬૨·૫}{૧૭૨૮}$

= ૨૩·૯૬ પૈાંડ

મીનીટ		મીનીટ		પૈાંડ	
૧	:	૬૦	: :	૨૩·૯૬	: ૧ કલાકમાં પાણીનો જથ્થો.

∴ એક કલાકમાં પાણીનો જથ્થો પૈાંડમાં = ૬૦ × ૨૩·૯૬

= **૧૪૩૭·૬ પૈાંડ**

" " " " ગેલનમાં = $\frac{૧૪૩૭·૬}{૧૦}$

= **૧૪૩·૭૬ ગેલન**

દાખલો ૭૬—એક ગોળાકાર ટાંકીનો વ્યાસ ૩ ફુટ ૧ ઈંચ છે, તો તેમાં ૧૧૧ ગેલન તેલ કેટલી ઉંચાઈએ રહેશે ?

ગેલન		ગેલન		ઘનફુટ
૬·૨૫	:	૧૧૧	: :	૧ : ઘનમાપ

$$\therefore \quad \text{તેલનું ઘનમાપ} = \frac{૧૧૧ \times ૧}{૬\cdot૨૫}$$

$$= ૧૭\cdot૭૬ \text{ ઘનફુટ}$$

ટાંકીનાં તળીયાનું ક્ષેત્રફળ × ઉંચાઈ = ઘનમાપ

૩·૦૮૩ × ૩·૦૮૩ × ·૭૮૫૪ × ઉંચાઈ = ૧૭·૭૬

$$\therefore \quad \text{ઉંચાઈ} = \frac{૧૭\cdot૭૬}{૩\cdot૦૮૩ \times ૩\cdot૦૮૩ \times \cdot૭૮૫૪}$$

$$= \underline{૨ \text{ ફુટ } ૪\tfrac{૧}{૬} \text{ ઇંચ}}$$

દાખલો ૮૦—એક ડબલ એકટીંગ પમ્પનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૫ ઇંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૦ ઇંચ અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૦૦ છે. જો પમ્પ દરેક સ્ટ્રોકે પા ($\frac{૧}{૪}$) ભાગ ખાલી કાર્ય કરે, તો ૧૫૦ ટન પાણી પમ્પ કરવા માટે તે પમ્પને કેટલો વખત લાગશે ?

પમ્પ ડબલ એકટીંગ હોવાથી સઘળા સ્ટ્રોક કાર્ય કરતા હોય છે.

૧ મીનીટમાં પમ્પ વડે ખેંચી બહાર કાઢવામાં આવતો પાણીનો

$$\text{જથ્થો ઘનફુટમાં} = \frac{૫\times૫\times\cdot૭૮૫૪\times૧૦\times૧૦૦\times૨\times૩}{૪\times૧૭૨૮}$$

$$= ૧૭\cdot૦૪૪૨ \text{ ઘનફુટ}$$

૧ મીનીટમાં પાણીનો જથ્થો પૌંડમાં = ૧૭·૦૪૪૨×૬૨·૫

= ૧૦૬૫·૨૬૨૫ પૌંડ

પૌંડ		પૌંડ		મીનીટ
૧૦૬૫·૨૬૨૫	:	૧૫૦×૨૨૪૦	: :	૧ : વખત

$$\therefore \quad \text{વખત} = \frac{૧૫૦\times૨૨૪૦\times૧}{૧૦૬૫\cdot૨૬૨૫}$$

$$= ૩૧૫\cdot૪ \text{ મીનીટ}$$

$$= \underline{૫ \text{ કલાક } ૧૫\cdot૪ \text{ મીનીટ}}$$

દાખલો ૮૧—એક પિત્તળનાં ગોળાનો વ્યાસ ૬ ઇંચ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

ગોળાનું ઘનફળ = (વ્યાસ)^3 × ·૭૮૫૪ × $\frac{૨}{૩}$

= ૬ × ૬ × ૬ × ·૭૮૫૪ × $\frac{૨}{૩}$

= ૧૧૩·૦૯૭૬ ઘન ઇંચિ.

પિત્તળનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૮·૪ છે, માટે

એક ઘનઇંચિ પિત્તળનું વજન = ૮·૪ × ·૦૩૬

= ·૩ પૈાંડ.

ધ. ઈં.		ધનઇંચિ		પૈાંડ		
૧	:	૧૧૩·૦૯૭૬	: :	·૩	:	વજન

∴ વજન = ૧૧૩·૦૯૭૬ × ·૩

= <u>૩૩·૯૨૯ પૈાંડ.</u>

દાખલો ૮૨—એક એર પમ્પના પિત્તળનાં લાઇનરનો અંદરનો વ્યાસ ૨૩ ઇંચિ છે; લંબાઈ ૧૭ ઇંચિ છે અને પિત્તળની જાડાઈ $\frac{૧}{૨}$ ઇંચિ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

બહારનો વ્યાસ = ૨૩ + $\frac{૧}{૨}$ + $\frac{૧}{૨}$

= ૨૪ ઇંચિ

પિત્તળની જાડાઈનું ક્ષેત્રફળ = બહારનું ક્ષેત્રફળ – અંદરનું ક્ષેત્રફળ

= ૨૪^2 × ·૭૮૫૪ – ૨૩^2 × ·૭૮૫૪

= ·૭૮૫૪ (૨૪^2 – ૨૩^2)

= ·૭૮૫૪ (૫૭૬ – ૫૨૯)

= ·૭૮૫૪ × ૪૭

= ૩૬·૯ ચોરસ ઇંચિ.

લાઇનરનું ઘનફળ = ૩૬·૯ × ૧૭

= ૬૨૭·૩ ઘનઇંચિ

૧ ઘનઇંચિ પિત્તળનું વજન ·૩ પૈાંડ થાય છે, માટે

ઘનઇંચિ		ઘનઇંચિ		પૈાંડ		
૧	:	૬૨૭·૩	: :	·૩	:	વજન

$$\therefore \text{વજન} = \frac{૬૨૭\cdot૩ \times \cdot૩}{૧}$$

$$= \underline{૧૮૮\cdot૧૯ \text{ પૌંડ}}$$

એકસર્સાઇઝ ૧લી.

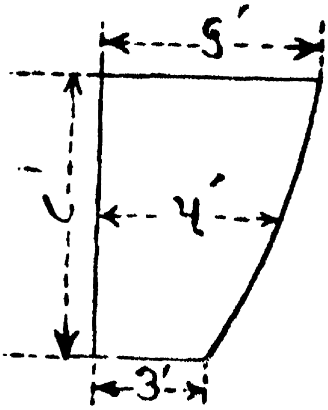
૧. એક વર્તુલનો વ્યાસ ૭$\frac{૩}{૪}$ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો?

૨. એક ધાતુની કડી (રીંગ)નો બહારનો વ્યાસ ૨૧ ઇંચ અને અંદરનો વ્યાસ ૧૯ ઇંચ છે, તો તે કડીની ધાતુનું ક્ષેત્રફળ શોધો?

૩. એક સ્ટીમ પોર્ટની લંબાઇ ૧૦ ઇંચ અને પહોળાઇ ૧$\frac{૩}{૪}$ ઇંચ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો?

૪. સ્ટીમર (આગબોટ)માં કોલસો ભરવાનાં ભંડાર (એટલે બંકર bunker)નાં છેડાની પ્લેટની ઉંચાઇ ૨૧ ફુટ છે. તેની મથાળેની પહોળાઇ ૧૨ ફુટ અને તળીયાં આગળની પહોળાઇ ૮ ફુટ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો?

૫. આકૃતિ ૩૯માં આપેલા આકારની એક પ્લેટની લંબાઇ ૮ ફુટ છે, બન્ને છેડેની પહોળાઇ અનુક્રમે ૬ ફુટ અને ૩ ફુટ છે, અને મધ્ય આગળની પહોળાઇ ૫ ફુટ છે, તો તેનું ક્ષેત્રફળ સીમ્પ્સનનાં નિયમ વડે શોધો?



આકૃતિ ૩૯

૬. એક પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ ૧૦૪૬·૩૪૯૧૫ ચોરસ ઇંચ છે, તો તેની ત્રિજ્યા શોધો?

૭. એક ગોળાકાર નળાનો પરિઘ દોરી વડે માપતાં ૩$\frac{૩}{૪}$ ફુટ માલમ પડ્યો, તો તેનો વ્યાસ શોધો?

૮. એક ગોળાકાર ફરનેસ ટ્યુબનો બહારનો વ્યાસ ૩$\frac{૩}{૪}$ ફુટ અને

લંબાઈ ૫$\frac{3}{4}$ ફુટ છે, તો તે ત્યુબની ગરમી આપનારી સપાટી (હીટીંગ સરફેસ) ગેારસ ફુટમાં શોધેા ?

૯. એક કારનીશ બોયલરનેા અંદરનેા વ્યાસ ૫ ફુટ અને લંબાઈ ૧૬ ફુટ છે. ફરનેસ ત્યુબનેા બહારનેા વ્યાસ ૨$\frac{3}{4}$ ફુટ છે. જો આ બોયલરમાં વરાળનું દબાણ દર ચેારસ ઈંચ દીઠ ૬૦ પેાંડ હોય, તેા છેડાની બન્ને પ્લેટેા ઉપરનું અને બોયલરનાં ભુંગળાં (shell શેલ) ઉપરનું કુલ દબાણ શેાધેા ?

૧૦. એક લંબગેાળ ફરનેસ ત્યુબનાં વ્યાસેા ૪ ફુટ અને ૩ ફુટ છે, તથા લંબાઈ ૯ ફુટ છે, તેા તેની ગરમી આપનારી સપાટી (પૃષ્ઠફળ) શેાધેા ?

૧૧. એક લેંકેશીયર બોયલરનેા વ્યાસ ૭$\frac{1}{2}$ ફુટ અને લંબાઈ ૩૦ ફુટ છે. એમાં ૩૦ ઈંચ વ્યાસની બે ફર્નેસ ત્યુબેા છે. આ બોયલરમાં દર ચેારસ ઈંચ દીઠ ૯૦ પેાંડનું દબાણ પ્રેશ્યેારગેજ દર્શાવે છે, તેા તેની છેડાની બન્ને પ્લેટેા ઉપરનું અને શેલ ઉપરનું કુલ દબાણ શેાધેા ?

૧૨. એક લંબગેાળ મેન હેાલ (બોયલરમાં માણસને દાખલ થવા માટેનું બાકું)નેા મેાટેા વ્યાસ ૧૬$\frac{3}{4}$ ઈંચ અને નાનેા વ્યાસ ૧૨$\frac{3}{4}$ ઈંચ છે, તેા તે બાકાંનેા પરિઘ ફુટમાં અને ક્ષેત્રફળ ચેારસ ફુટમાં શેાધેા ? આ બાકાંની ફરતી ધારને મજબુતી આપવા માટેની પ્લેટની કડી જેને બાકાંની ધારની બરાબર આવી રહે એમ અંદરની બાજુથી જડેલી છે તે ૪ ઈંચ પહેાળી છે, તેા તે કડીનેા બહારનેા પરિઘ અને પૃષ્ઠફળ શેાધેા ?

૧૩. એક વરાળયંત્ર એટલે સ્ટીમ એનજીનનાં સીલીન્ડર કવરને ૧૨ સ્ટડ વડે સીલીન્ડરનાં છેડા ઉપર સજ્જડ કરવામાં આવે છે. સીલીન્ડરનેા અંદરનેા વ્યાસ ૧૦ ઈંચ છે, અને સીલીન્ડરનાં છેડાની અંદરની ધારથી સ્ટડનાં મધ્યેા વચ્ચેનું અંતર ૧·૪૬ ઈંચ છે, તેા તે સ્ટડેા કેટલા ઈંચનાં પીચે ગેાઠવેલા હશે, એટલે પીચ સર્કલ ઉપર સ્ટડેાનાં મધ્યેા વચ્ચેનું અંતર કેટલું હશે ?

૧૪. એક ટાંકી ૧૫ ફુટ લાંબી, ૩ ફુટ પહોળી, અને $૨\frac{૧}{૪}$ ફુટ ઉંડી છે. તો તેમાં કેટલા ગેલન અને કેટલા પૈાંડ મીઠું પાણી સમાઈ શકશે ?

૧૫. ૧૦૦ ગેલન તેલનું વજન અને ઘનમાપ શેાધેા ?

૧૬. એ લેાખંડની ગેાળાકાર પ્લેટનેા વ્યાસ ૩ ફુટ અને જાડાઈ $\frac{૧૧}{૧૬}$ ઇંચિ છે, તેા તેનું વજન શેાધેા ?

૧૭. એક ટાંકી ૧૦ ફુટ લાંબી, ૬ ફુટ પહેાળી, અને ૬ ફુટ ઉંચી છે, તેા દર ચેારસ ફુટ દીઠ ત્રણ આનાના ભાવે તે ટાંકાની ચારે બાજુ, મથાળું તથા તળીયાંની બહારની સપાટી ઉપર રંગ લગાડવાની શી કીંમત પડશે ?

૧૮. એક ત્રિકેાણનેા પાયેા $૨\frac{૧}{૨}$ ફુટ છે, અને લંબ ઉચાઈ પણ $૨\frac{૧}{૨}$ ફુટ છે, તેા તેનું ક્ષેત્રફળ ચેારસ ફુટ અને ચેારસ ઇંચિમાં શેાધેા ?

૧૯. એક એન્ટી પ્રાઇમીંગ પાઇપનેા વ્યાસ ૧૧ ઇંચિ છે, અને તે ઉપર ૧૨ ઇંચિ લાંબા અને $\frac{૧}{૪}$ ઇંચિ પહેાળા ગાળા (લંબચેારસ વેહેા) છે, તેા તે પાઇપનાં છેદચિત્ર (સેકશન)નાં બમણાં ક્ષેત્રફળની બરાબરનું ગાળાઓનું કુલ ક્ષેત્રફળ કરવા માટે પાઇપ ઉપર કેટલા ગાળા રાખવા જોઈશે ?

૨૦. એક એંગલ આયર્નનેા ૩૦ ફુટ લાંબેા ટુકડેા $3'' \times 3'' \times \frac{૧}{૨}''$નાં માપનેા છે, તેા તેનાં ખુણાની ગેાળાઈ ધ્યાનમાં ન લેતાં તેનું વજન કેટલું હશે ?

૨૧. એક સેફ્ટી વાલ્વનું બીડનું ગેાળાકાર વજન ૮૦ પૈાંડનું છે. જો તે વજનની જાડાઈ $૧\frac{૧}{૨}$ ઇંચ હેાય તેા તેનેા વ્યાસ કેટલેા હશે ?

૨૨. સીસાનાં એક નક્કર પિરામિડનાં ચેારસ તળીયાંની ધાર ૪ ઇંચ લાંબી છે, અને લંબ ઉંચાઈ ૮ ઇંચિ છે, તેા તેનું વજન શેાધેા ?

૨૩. એક બીડની પાઇપનેા અંદરનેા વ્યાસ ૩ ઇંચિ છે, લંબાઈ ૬ ફુટ, અને ધાતુની જાડાઈ $\frac{૧}{૨}$ ઇંચિ છે. તેને બન્ને છેડે $૭\frac{૧}{૨}$ ઇંચ વ્યાસની અને $\frac{૩}{૪}$ ઇંચિ જાડી ફ્લેંજ છે, તેા તેનું વજન નક્કી કરેા ?

૨૪. એક સ્ટીમ એનજીન એટલે વરાળયંત્રનાં સીલીન્ડરનેા વ્યાસ ૬૦ ઇંચિ છે. વરાળને સ્ટ્રોકનાં એક ફુટે કટ–ઓફ કરવામાં આવે છે

(એટલે સ્ટ્રોકની શરૂઆતથી પીસ્તન એક ફુટ જેટલું અંતર ચાલ્યા પછી સીલીન્ડરમાં વરાળને દાખલ થવાનો માર્ગ બંધ કરવામાં આવે છે). જો એનજીન દર મીનીટે ૯૦ સ્ટ્રોક કરે તો તે એનજીનમાં દર મીનીટે કેટલા ઘનફુટ વરાળ જોઈશે ?

૨૫. એક મલ્તીત્યુબ્યુલર બોયલરમાં ૨$\frac{3}{4}$ ઇંચ વ્યાસની અને ૧૦ ફુટ લાંબી ૧૪૦ ત્યુબ (નળીઓ) છે, તો તે નળીઓની કુલ હીટીંગ સરફેસ (ગરમી આપનારી સપાટી) શોધો ?

૨૬. એક ટાંકી ૧૨ ફુટ લાંબી, ૫ ફુટ પહોળી અને ૫ ફુટ ઉંડી છે, તો તેમાં કેટલા પૈાંડ અને ગેલન મીઠું પાણી સમાઈ શકશે ?

૨૭. ૧૩૫૦ ગેલન મીઠું (પીવાનું) પાણી સમાઈ શકે એટલા કદની એક ઘન ટાંકી (ક્યુબીકલ ટેંક) બનાવવી છે, તો તેનાં માપો નક્કી કરો ?

૨૮. એક ટાંકી ૪ ફુટ લાંબી, ૩ ફુટ પહોળી અને ૧$\frac{3}{4}$ ફુટ ઉંડી છે, તો તેમાં કેટલા ગેલન અને કેટલા પૈાંડ તેલ સમાઈ શકશે ?

૨૯. એક નળાકાર ટાંકીનો વ્યાસ ૪ ફુટ અને ઉંચાઈ ૧૦ ફુટ છે, તો તેમાં કેટલા પૈાંડ અને કેટલા ગેલન મીઠું પાણી સમાઈ શકશે ?

૩૦. એક નળાકાર ટાંકીનો વ્યાસ ૫$\frac{1}{2}$ ફુટ છે, તો તેમાં ૧૯૨૦ ગેલન તેલ સમાવવા માટે તેની ઉંચાઈ કેટલી જોઈશે ?

૩૧. કોલસાનો એક સીંચેલો ઢગ ૧૮ ફુટ લાંબો, ૧૨ ફુટ પહોળો, અને ૫$\frac{1}{2}$ ફુટ ઉંચો છે. જો એક ટન કોલસાનું ઘનમાપ ૪૫ ફુટ હોય તો તે ઢગમાં કેટલા ટન કોલસો હશે ?

૩૨. એક બીડનાં ગોળાનો વ્યાસ ૧૦ ઈંચ છે, તો તેનું વજન કેટલું હશે ?

૩૩. એક બાલદી (બકેટ)નો મથાળેનો વ્યાસ ૩ ફુટ અને તળીયેનો વ્યાસ ૨ ફુટ છે, અને લંબ ઉંચાઈ ૧૩ ઈંચ છે, તો તેમાં કેટલા ગેલન પાણી સમાઈ શકશે ?

૩૪. માઇલ્ડ સ્ટીલની એક શાફ્ટનો વ્યાસ ૨$\frac{3}{4}$ ઈંચ છે, અને લંબાઈ ૨૦ ફુટ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

૩૫. એક ટી (T) આકારનાં માથાંવાળા ઘડતર લોઢાનાં પીસ્તન રોડનો વ્યાસ ૮ ઈંચ છે, અને માથાં સાથની આખી લંબાઈ ૧૧$\frac{3}{4}$ ફુટ છે; ટી માથાંની લંબાઈ ૨૮ ઈંચ, પહોળાઈ ૧૦ ઈંચ અને જાડાઈ ૪ ઈંચ છે, તો તે પીસ્તનરોડનું વજન શોધો ?

૩૬. એર પમ્પનાં પિત્તળનાં લાઈનરનો અંદરનો વ્યાસ ૨૪ ઈંચ, લંબાઈ ૨૪ ઈંચ, અને ધાતુની જાડાઈ $\frac{5}{8}$ ઈંચ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

૩૭. સ્ટીમરની ઘડતર લોઢાની ટનલ શાફ્ટને બન્ને છેડે કપ્લીંગની ફ્લેંજ ઘડીને બનાવેલી છે. આ શાફ્ટનો વ્યાસ ૧૧ ઈંચ અને ફ્લેંજો સાથની આખી લંબાઈ ૨૦$\frac{3}{4}$ ફુટ છે. દરેક કપ્લીંગ–ફ્લેંજનો વ્યાસ ૨૨ ઈંચ અને જાડાઈ ૪ ઈંચ છે, તો તેનું વજન શોધો ?

૩૮. જો ઉપલા દાખલામાં દરેક કપ્લીંગ–ફ્લેંજમાં બોલ્ટ માટેનાં ૨$\frac{1}{4}$ ઈંચ વ્યાસના ૮ વેહો આપેલા હોય, તો તે શાફ્ટનું વજન કેટલું હશે ?

૩૯. એક લાકડાંની ટાંકી જેનાં અંદરનાં માપો ૬ ફુટ લંબાઈ ૪ ફુટ પહોળાઈ અને ૩ ફુટ ઉંડાઈ છે, તેને અંદરની બાજુએ $\frac{1}{10}$ ઈંચ જાડાં સીસાંનાં પત્રાંનું પડ કરવાનું છે, તો આ કામ માટે જોઈતાં સીસાનાં પત્રાંનું વજન શોધો ?

૪૦. એક સીંગલ એકટીંગ વર્ટીકલ (ઉભા) ડોન્કી પમ્પ જે બોયલરનાં ફીડ પમ્પ તરીકે વપરાય છે તેનો વ્યાસ ૪ ઈંચ, અને સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૪ ઈંચ છે; પણ તે દરેક સ્ટ્રોકે પોણો ($\frac{3}{4}$) ભરેલો આવે છે. જ્યારે આ પમ્પ દર મીનીટે ૭૨ આંટાની ઝડપે ચાલે ત્યારે તે એક કલાકમાં કેટલા ગેલન અને કેટલા પૌંડ મીઠું પાણી બોયલરમાં આપશે ?

૪૧. એક ટાંકી જેની લંબાઈ ૩૮ ફુટ, પહોળાઈ ૨૨$\frac{૩}{૪}$ ફુટ અને ઉંડાઈ ૪$\frac{૧}{૨}$ ફુટ છે તેને એક ડબલ એકટીંગ પમ્પ વડે ભરવામાં આવે છે. પમ્પનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૮ ઇંચિ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૨ ઇંચિ અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૮૫ છે. જો પમ્પ દર સ્ટ્રોકે ૧૨ ટકા ખાલી કાર્ય કરે, તો તે ટાંકીને ભરવા માટે કેટલો વખત લાગશે?

પ્રકરણ ૨જું

જોર, પ્રકૃતિ (મેટર), વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ, વજન.

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્ર (એપ્લાઈડ મીકેનીક્સ Applied Mechanics)—આપણને જોર (force)નાં અને પદાર્થ (matter) ઉપર થતી તેની અસરોનાં નીયમો સમજાવે છે કે જે નીયમો મનુષ્યકળાનાં કામોને લાગુ પડે છે. એ શાસ્ત્રની એક શાખા છે કે જે યંત્રોને કેવી રીતે યોજવામાં અને બનાવવામાં આવે છે અને તેઓ કેવી રીતે કાર્ય કરે છે તે સમજાવે છે, તેમજ તેમની બનાવટ અને ઉપયોગનાં વર્ણન આપે છે; વળી તે યંત્રોનાં જોર અને કાર્યસાધકત્વની ગણત્રી અને કસોટી કેવી રીતે કરવી તે શીખવે છે.

ક્રિયાગત યંત્રશાસ્ત્રને ત્રણ મુખ્ય શાખાઓમાં વહેંચવામાં આવી છે:—**(૧) સ્ટેટીક્સ એટલે સ્થિતિશાસ્ત્ર, (૨) ડાયનેમીક્સ એટલે ગતિશાસ્ત્ર,** અને **(૩) હાઇડ્રોલીક્સ એટલે ઉદકશાસ્ત્ર** અથવા **જળશાસ્ત્ર.**

સ્ટેટીક્સ એટલે સ્થિતિશાસ્ત્ર—જે જોરો (forces) પદાર્થો અને બાંધકામો (structures) ઉપર કાર્ય કરી તેમાં ગતિ ઉત્પન્ન કરતા નથી, પણ તેને બદલે સ્ટ્રેન્સ (strains) અને સ્ટ્રેસીસ (જોરો) ઉત્પન્ન કરે છે તેવા ફોર્સીસને લગતો અભ્યાસ **સ્ટેટીક્સ** શીખવે છે.

ડાયનેમીક્સ એટલે ગતિશાસ્ત્ર—જે જોરો (forces) પદાર્થો અને બાંધકામો (structures) ઉપર કાર્ય કરી તેમાં ગતિ ઉત્પન્ન કરે છે તેવા ફોર્સીસને લગતી સમજણ **ડાયનેમીક્સ** આપે છે.

હાઇડ્રોલીક્સ એટલે ઉદકશાસ્ત્ર અથવા જળશાસ્ત્ર—એમાં **હાઇડ્રોસ્ટેટીક્સ** એટલે **ઉદકસ્થિતિશાસ્ત્ર** અને **હાઇડ્રોડાયનેમીક્સ** અથવા **હાઇડ્રોકાયનેટીક્સ** એટલે વહમાન ઉદકશાસ્ત્ર અથવા ચલજ જળશાસ્ત્રનો સમાવેશ થાય છે. સ્થાઈ પ્રવાહીનાં દબાણો અને સમતોલપણાને લગતો અભ્યાસ **હાઇડ્રોસ્ટેટીક્સ (hydrostatics)** શીખવે છે, જ્યારે ગતીવાળા પ્રવાહીને લગતી બાબદ **હાઇડ્રોડાયનેમીક્સ (hydrodynamics)** સમજાવે છે. એમાં પાઈપોની અંદર, અને વેહો અને રેમ્સમાંથી પાણી અથવા બીજા પ્રવાહીઓનાં પ્રવાહને લગતા તથા પ્રવાહીનાં ઘર્ષણ, વીગેરેને લગતા દાખલાઓ અને પ્રશ્નોનો સમાવેશ થાય છે.

જોર (force)—જોર (force) એ એક કારણ છે, જે પદાર્થ (matter)માં ગતી ઉત્પન્ન કરે છે અથવા ઉત્પન્ન કરવાનું વલણ કરે છે, અથવા પદાર્થની ગતી બદલે છે અથવા બદલવાનું વલણ કરે છે.

પ્રકૃતિ (મેટર matter)—પ્રકૃતિ (matter) એ કોઈપણ ચીજ છે કે જેનું આપણને ઇંદ્રિયદ્વારે જ્ઞાન થાય, અને ફોર્સ એટલે જોર વડે તે ઉપર કાર્ય થઈ શકે. મેટર ઘણા જુદા રૂપોમાં હયાત હોય છે અને તેને વારંવાર એક રૂપમાંથી બીજા રૂપમાં ફેરવી શકાય છે, પણ મનુષ્ય તેને ઉત્પન્ન કરી શકતો નથી કે તેનો નાશ કરી શકતો નથી. મેટર હમેશાં જગ્યા રોકે છે, અને મેટરનો આપેલો ટુકડો જે અમુક પરિમિત જગ્યા રોકે છે તેને **બોડી (body)** એટલે **અંગ** કહેવામાં આવે છે.

મેટર (matter) ત્રણ રૂપમાં હયાતી ભોગવે છે: **(૧) નક્કર, (૨) પ્રવાહી,** અને **(૩) વાયુ.** દાખલા તરીકે, લાકડાનો ટુકડો, લોખંડનો

ટુકડો, વીગેરે નક્કર છે, અને પારો (mercury) એ પ્રવાહી છે, જ્યારે હવા અને ઓક્સીજન (oxygen) એ વાયુ છે.

જ્યારે પદાર્થની ગતિને નડતો અવરોધ (resistance) લાગુ પાડેલાં જોર (force) કરતાં વધુ હોય કે જેથી કાંઈ પણ ગતિ ઉત્પન્ન થાય નહી તો તે પદાર્થ દબાણ (pressure) માં આવ્યો છે એમ કહેવાય છે.

જોરનો એકમ (unit of force)—ગ્રેટ બ્રીટનમાં ધારણ કરેલો જોરનો એકમ એક પોંડ (pound=lb.) વજન એવરડુપોઇસ છે, જેને **ગુરૂત્વાકર્ષણનો એકમ (gravitation unit)** અથવા **એનજીનીયરનો એકમ (engineer's unit)** પણ કહે છે; જે ગ્રેટ બ્રીટનની સરકારી તીજોરીખાતાં (Exchequer)ની ઓફીસમાં જાળવી રાખેલા પ્લેટીનમ ધાતુનાં અમુક જથ્થામાં સમાયલો પ્રકૃતિ એટલે મેટરનો જથ્થો છે. આ જથ્થાને **એક પોંડ (રતલ)** કહેવામાં આવે છે.

જ્યારે બે આપેલા પદાર્થો (bodies) જુદી વસ્તુઓ (materials)નાં હોય, પણ તેમનું કદ અથવા ઘનમાપ એક સરખું હોય ત્યારે તેઓ પ્રકૃતિ એટલે મેટર (matter)નાં જુદા જથ્થા ધરાવતા માલમ પડે છે. જે પદાર્થમાં વધારે જથ્થો સમાયલો હોય છે તે બીજા કરતાં વધુ ઘટ છે એમ કહેવામાં આવે છે. પદાર્થનું ઘટપણું અથવા સાંદ્રતા (density) તેનાં એક ઘન એકમમાં સમાયલા પદાર્થ (mtter અથવા mass)નાં જથ્થા વડે દર્શાવવામાં આવે છે. દાખલા તરીકે પાણીનું ઘટપણું અથવા સાંદ્રતા લગભગ ૬૨·૫ છે, એટલે એક ઘન ફુટ પાણીમાં ૬૨·૫ પોંડ જથ્થો સમાયલો છે તેજ પ્રમાણે લોખંડનું સાંદ્રતા ૪૮૦ છે.

વિશિષ્ટ સાંદ્રતા (Specific density)—પદાર્થની વિશિષ્ટ સાંદ્રતા એ તે પદાર્થનાં અમુક ઘનમાપ (volume)માં પદાર્થનો જે જથ્થો સમાયેલો છે તે જથ્થાને તેટલાજ ઘનમાપનાં પાણીમાં સમાયલા જથ્થા સાથે સરખાવતાં જે પ્રમાણ આવે તે છે. એમાં ધોરણ પદાર્થ

તરીકે પાણી લેવામાં આવ્યું છે જેની વિશિષ્ટ સાંદ્રતા એક છે. દાખલા તરીકે લોખંડની વિશિષ્ટ સાંદ્રતા ૭·૭ છે, એટલે જો પાણીનાં અમુક ઘનમાપમાં એક પૌંડ જથ્થો સમાયલો હોય તો લોખંડનાં તેટલાજ ઘનમાપમાં ૭·૭ પૌંડ જથ્થો સમાયલો છે.

આપણને સૌથી વધુ જાણીતો ફોર્સ એ વજન (weight) છે, જે સઘળાં પદાર્થો (bodies)ને હોય છે. વજન ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે હોય છે. પૃથ્વી પોતાની આસપાસનાં સઘળા પદાર્થોને પોતાનાં મધ્યબિંદુ તરફ ખેંચે છે, અને આ ખેંચાણ જેને **ગુરૂત્વાકર્ષણ (gravity)** કહેવામાં આવે છે તે પૃથ્વીની સપાટીને લંબ (perpendicular) અથવા કાટખૂણે હોય છે. વજન એ પૃથ્વીનાં મધ્યબિંદુથી પદાર્થનાં મધ્ય સુધીનાં અંતરનાં વર્ગનાં ઉલટા પ્રમાણમાં છે, તેટલા માટે આ અંતરમાં થયલો ફેરફાર પદાર્થનાં વજનમાં પણ ફેરફાર કરે છે. દાખલા તરીકે, આપેલા પદાર્થનું વજન પહાડનાં મથાળાં ઉપર દરીઆની સપાટી આગળનાં વજન કરતાં ઓછું હોય છે.

વળી પૃથ્વી સંપૂર્ણ ગોળાકાર નથી, પણ ધ્રુવ (poles) તરફ ચપટી થયલી હોય છે. આ કારણને લીધે ધ્રુવ નજદીક દરીઆની સપાટીએ આવેલો પદાર્થ વિષુવવૃત્ત (equator) નજદીકનાં પદાર્થ કરતાં પૃથ્વીનાં મધ્યને વધુ નજદીક છે, તેટલા માટે પદાર્થનું વજન વિષુવવૃત્તની નજદીકનાં કરતાં ધ્રુવ આગળ વધુ હોય છે. વળી પૃથ્વીનાં તેની ધરી ઉપર ગોળ ફરવાને લીધે થતી અસરનાં કારણે પદાર્થનાં વજનોમાં દેખીતો ફરક માલમ પડે છે, તેથી પદાર્થનું વજન વિષુવવૃત્ત કરતાં ધ્રુવ આગળ વધુ હોય છે. તોપણ આ ફેરફારો એટલા બધા તો ઓછા છે કે તે ધ્યાનમાં લેવામાં આવતા નથી.

જ્યારે બે આપેલી વસ્તુઓ (bodies) જુદા પદાર્થોની બનેલી હોય, પણ તેમનાં કદ અથવા ઘનમાપ (volume) એકજ સરખાં હોય ત્યારે જે વસ્તુમાં પદાર્થનો વધુ જથ્થો સમાયલો હોય તે બીજી

વસ્તુ કરતાં વજનમાં ભારે હોય છે, કારણ કે ગુરૂત્વાકર્ષણ વસ્તુની અંદર સમાયલા જથ્થા અથવા અણુઓનાં પ્રમાણમાં હોય છે.

વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ (Specific gravity)—વસ્તુ (body)નું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ એ તે વસ્તુનાં અમુક કદ અથવા ઘનમાપ (volume)માં પદાર્થનું જે વજન સમાયલું છે તે વજનને તેટલાજ ઘનમાપનાં પાણીમાં સમાયલાં વજન સાથે સરખાવતાં જે પ્રમાણ આવે તે છે. એમાં ધોરણ વસ્તુ (standard body) તરીકે પાણી લેવામાં આવ્યું છે, અને તેનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ એક છે. દાખલા તરીકે, લોઢાનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૭.૭ છે એટલે અમુક ઘનમાપનાં પાણીનું વજન એક પૌંડ હોય તો તેટલાજ ઘનમાપનાં લોઢાનું વજન ૭.૭ પૌંડ છે. એજ પ્રમાણે બીજી વસ્તુઓનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ માટે સમજવું.

એમ માલમ પડશે કે એક વસ્તુનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ માટે જે આંકડો હોય તેજ આંકડો તે વસ્તુનાં વિશિષ્ટ સાંદ્રતા માટે હશે. પણ વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ વજનને લાગુ પડે છે જ્યારે વિશિષ્ટ સાંદ્રતા પદાર્થ (matter)નાં જથ્થાને લાગુ પડે છે. એનજીનીયરીંગ કામમાં વસ્તુ-ઓનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૬૦° Fનાં ઉષ્મમાને (ટેમ્પરેચરે) માપવામાં આવે છે.

વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ શોધવાની રીત—જે વસ્તુનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ શોધવું હોય તે વસ્તુને પહેલાં હવામાં તોલી તેનું વજન નોંધી લઈ ત્યારપછી તેને પાણીમાં દુબાડી તેનું વજન કરી તે નોંધી લઈ નીચે પ્રમાણેની રીતે વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ નક્કી કરવું:—ધારો કે W = હવામાં વસ્તુનું વજન, અને w = પાણીમાં વસ્તુનું વજન, ત્યારે—

$$\text{વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ} = \frac{W}{W - w}$$

જો પાણી કરતાં વસ્તુ વજનમાં હલકી હોય તો તે ઉપર ભારે પદાર્થ મુકી તેને પાણીમાં દુબાડી વજન કરવું એટલે તે વસ્તુનું પાણીમાંનું વજન w આવશે

એનજીનીયરીંગ કામમાં આવતા પદાર્થોના વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ અને વજનોનો કોઠો.

પદાર્થનું નામ	વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ	વ.દરઘ. ફુ. દીઠ પૈંડમાં	વ. દર ઘ. ઈ. દીઠ પૈંડમાં
ઘડતર લોઢુ (wrought iron) સરેરાસ	૭·૭	૪૮૧·૨૫	·૨૮
બીડ (cast iron) સરેરાસ	૭·૧	૬૫૦	·૨૬
પોલાદ નરમ (steel mild)	૭·૮	૪૮૬ ૨૫	·૨૮૪
પોલાદ સખત (steel tempered)	૮·૦	૬૯૯	·૨૮૮
ત્રાંબું, ઓતેલું (copper, cast)	૮·૬૦૭	૫૩૭·૩	·૩૧
ત્રાંબુ, પત્રું (copper sheet)	૮·૭૮	૫૪૮·૧	·૩૧૬
પિત્તળ, ઓતેલું (brass, cast)	૮·૪	૫૨૪·૩૭	·૩૦
પિત્તળ, પત્રુ (brass sheet)	૮·૪૪	૫૨૬·૮૬	·૩૦૧
ગનમટલ (gun metal)	૮·૪૬	૫૨૮·૭૫	·૩૦૬
એલ્યુમીનીઅમ, ઓતેલું (aluminium, cast)	૨·૫૬	૧૫૯·૮	·૦૯૨
એલ્યુમીનીઅમ, પત્રું (aluminium sheet)	૨·૬૭	૧૬૬·૬	·૦૯૬
એન્ટીમની (antimony)	૬·૭૨	૪૧૯·૫	·૨૪૨
પારો (mercury)	૧૩·૫૯૬	૮૪૮·૭૫	·૪૯૧૧૭
પ્લેટીનમ (platinum)	૨૧·૫૩૧	૧૩૪૩·૯	·૭૭૫
બીસ્મથ (bismuth)	૯·૮૨	૬૧૩·૧	·૩૫૩
જસત (zinc)	૭·૦	૪૩૭	·૨૫૨
કલાઈ (tin)	૭·૨૯૧	૪૫૫·૧	·૨૬૨
સીસું (lead)	૧૧·૪	૭૧૧·૬	·૪૧
મીઠું પાણી (fresh water)	૧·૦	૬૨·૫	·૦૩૬
ખારૂં પાણી (sea water)	૧·૦૨૪	૬૪	·૦૩૭
સાગનું લાકડું (teak)	·૭૪	૪૬	·૦૨૬
ઓકનું ,, (oak)	·૮૬	૫૪	·૦૩૧
કોલસો (steam coal)	૧·૩	૮૧·૨૫	·૦૪૭
કોક (coke) સરેરાસ	૦·૭૩	૪૫·૬	·૦૨૬
તેલ (oil)	૦·૯૨	૫૭·૫	·૦૩૩
વાતાવરણનાં દબાણની વરાળ	૦·૦૦૦૬૧	·૦૩૮	·૦૦૦૦૨૨

પદાર્થોનાં વજનો શોધવાની રીત—કોઈપણ પદાર્થનાં એક ઘનફુટનું વજન શોધવું હોય તો તે પદાર્થનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વને એક ઘનફુટ મીઠાં પાણીનાં વજન ૬૨·૫ પૈાંડ વડે ગુણવા; અથવા કોઈ પણ પદાર્થનાં એક ઘન ઇંચિનું વજન શોધવું હોય તો તે પદાર્થનાં વિશિષ્ટ ગુરૂત્વને એક ઘન ઇંચિ મીઠાં પાણીનાં વજન ·૦૩૬ પૈાંડ વડે ગુણવા.

દાખલો ૧—એક સાદી ઘડતર લોઢાંની શાફ્ટનો વ્યાસ ૬ ઇંચિ છે, અને લંબાઇ ૧૨ ફુટ છે તો તેનું વજન કેટલું થશે?

શાફ્ટનું ઘનમાપ = d^2 × ·૭૮૫૪ × l
= ·૫′ × ·૫′ × ·૭૮૫૪ × ૧૨′
= ૨·૩૫૬૨ ઘનફુટ

એક ઘનફુટ ઘડતર લોઢાંનું વજન = તેનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ૬૨·૫
= ૭·૭ × ૬૨·૫
= ૪૮૧·૨૫ પૈાંડ

∴ શાફ્ટનું વજન = ૨·૩૫૬૨ × ૪૮૧·૨૫
= ૧૧૩૩·૯૨ પૈાંડ.

દાખલો ૨—એર પમ્પનાં પિત્તળનાં લાઇનિરનો અંદરનો વ્યાસ ૨૩ ઇંચિ, અને લંબાઈ ૧૭ ઇંચિ છે. તેની ધાતુની જાડાઈ ½ ઇંચ છે, છે, તો તેનું વજન કેટલું હશે?

લાઇનિરનો બહારનો વ્યાસ = ૨૩ + ½ + ½ = ૨૪ ઇંચિ.

લાઇનિરની ધાતુની કડીનું ક્ષેત્રફળ = બહારનું ક્ષેત્રફળ − અંદરનું ક્ષેત્રફળ
= (૨૪² × ·૭૮૫૪) − (૨૩² − ·૭૮૫૪)
= ·૭૮૫૪ (૨૪² − ૨૩²)
= ૩૬·૯ ચોરસ ઇંચિ.

લાઇનિરનું ધાતુનું ઘનમાપ = ધાતુની કડીનું ક્ષેત્રફળ × લંબાઈ
= ૩૬·૯ × ૧૭
= ૬૨૭·૩ ઘન ઇંચિ

પિત્તળનાં એક ઘનઇંચિનું વજન = પિત્તળનું વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ × ૬૨·૫
= ૮·૪ × ·૦૩૬
= ·૩ પૈાંડ

લાઇનિરની વજન = ૬૨૭·૩ × ·૩
= ૧૮૮૧·૯ પૈાંડ.

પ્રકરણ ૩જું

સીધી લીટીમાં કાર્ય કરતાં જોરો, કાર્ય અને પ્રતિકાર્ય.

જ્યારે એક વસ્તુ ઉપર જોર (force) કાર્ય કરે છે ત્યારે તેની અસર સંપૂર્ણ રીતે નક્કી કરવા માટે આપણને નીચલી વિગતો જાણવી જોઈએ :—(૧) જોરને જે જગ્યા અથવા બિંદુએ લાગુ પાડયો હોય તે જગ્યા અથવા બિંદુ, (૨) જે દીશામાં તે જોર કાર્ય કરે છે તે દીશા, (૩) તે જોરની અત્યંતતા (magnitude), અને (૪) તેની જાત (sense) એટલે લાગુ પાડવાનાં બિંદુ આગળ તે જોર ખેંચાણનું છે કે હડસેલવાનું છે તે.

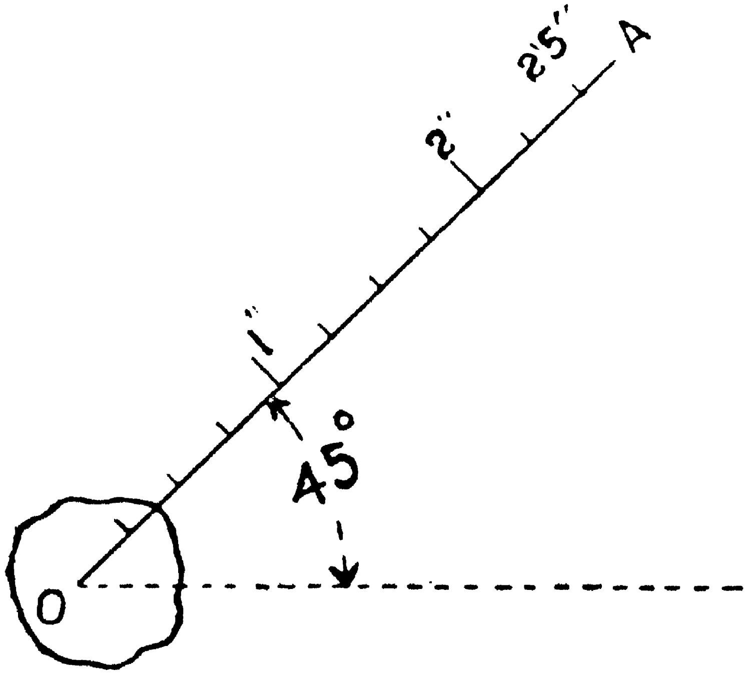
(૧) જોરને લાગુ પાડવાની જગ્યા અથવા બિંદુ—એક પદાર્થ ઉપર કાર્ય કરતા ગુરૂત્વનાં જોરની બાબદમાં તે જોરને લાગુ પાડવાની જગ્યા, એ તે પદાર્થનો આખો જથ્થો તે જગ્યા ઉપર લઈ શકાય, અથવા તો તે પદાર્થનું આખું વજન એક બિંદુ આગળ સંકોચીત થયલું છે એમ માની લેવાય, કે જે બિંદુને "ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે એક ફેલાયલી સપાટી ઉપર દબાણ કાર્ય કરે કે જેમાં પ્રવાહીથી ભરેલી ટાંકીની બાબદમાં અથવા તો એનજીનનાં પીસ્તન કે જે ઉપર ગેસ અથવા વરાળનું દબાણ કાર્ય કરે છે તેની બાબદમાં દબાણમાં આવતાં આખા ક્ષેત્રફળને જોર લાગુ પાડવાની જગ્યા લઈ શકાય. જ્યારે એક પદાર્થને દોરડાંની મદદ વડે ખેંચવામાં આવે અથવા સળીયા વડે હડસેલવામાં આવે ત્યારે જોર એક બિંદુ આગળ કાર્ય કરે છે એમ વિચારી શકાય.

(૨) જોરની દીશા—જોરની દીશા, એ જે પદાર્થ ઉપર તે જોર કાર્ય કરે છે તે પદાર્થને જે લીટી અથવા માર્ગમાં ખસેડવાનું વલણ કરે છે તે લીટી અથવા માર્ગ.

(૩) જોરની અત્યંતતા (magnitude અથવા intensity)—જોરની અત્યંતતા, એ તે જોર જેટલા પૈાંડ ખેંચાણ યા દબાણથી પદાર્થ ઉપર કાર્ય કરે છે તેટલા પૈાંડ છે.

(૪) જોરની જાત (senses)—જે પદાર્થ ઉપર જોર કાર્ય કરે છે તે પદાર્થ ઉપર તે હડસેલવાનું કે ખેંચવાનું જોર કરે છે તે.

જોરને રેખાથી લખીને દર્શાવવાની રીત (Method of graphic representation of forces)—જ્યારે જોર એક પદાર્થ ઉપર એક બિંદુ આગળ કાર્ય કરે ત્યારે તેને રેખા વડે લખીને નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય:—



આકૃતિ ૪૦

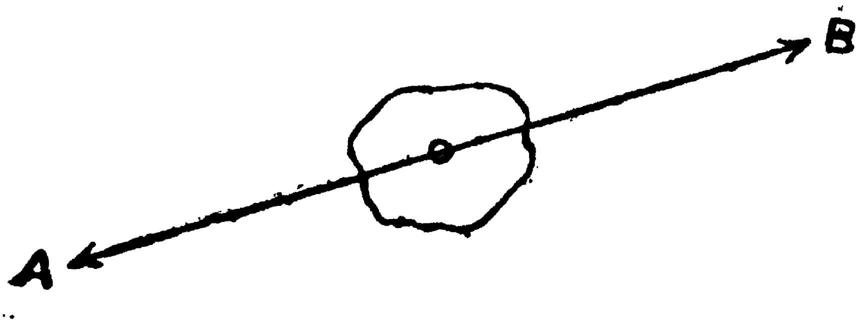
એક પદાર્થમાંના O બિંદુ આગળ આડી લીટીને ૪૫°ને ખૂણે કાર્ય કરતાં એક આપેલાં જોરને સીધી લીટી OA (આ. ૪૦) વડે

સંપૂર્ણ રીતે દર્શાવી શકાય. આકૃતિ ૪૦માં O એ જોર લાગુ પાડયાનું બિંદુ છે. તીર સાથની સીધી લીટી OAની પોતાની દીશા એ જોરની દીશા દર્શાવે છે. વિભક્ત કરેલી સીધી લીટી OAની લંબાઈ કોઈપણ આપેલા સ્કેલે જોરની અત્યંતતા દર્શાવે છે, અને તે લીટી ઉપરની તીરની દીશા જોરની જાત (sense), પછી તે હડસેલવાનું કે ખેંચાણનું હોય તે દર્શાવે છે.

ધારો કે O થી A સુધી ૨૦ પૌંડનું જોર કાર્ય કરે છે, અને ૮ પૌંડ = ૧ ઇંચનો સ્કેલ લીધો છે, તો તે જોર $\frac{૨૦}{૮}$ = ૨.૫ ઇંચ લાંબી લીટી વડે દર્શાવી શકાય, એટલે આ બાબદમાં લીટી OA ૨.૫ ઇંચ લાંબી દોરવી જોઈએ.

સમતોલપણામાં આવેલાં જોરો (forces in equilibrium)—જ્યારે જોરોની કોઈપણ સંખ્યા એક પદાર્થ ઉપર કાર્ય કરી એક બીજાની અસરોને નષ્ટ કરે છે એટલે તે પદાર્થને તે આગળ જે સ્થિતિમાં હોય, પછી ગમે તો ફોર્સ અથવા જોર લાગુ પાડયાની પૂર્વે તે પદાર્થ સ્થાઈ યા ગતિની સ્થિતિમાં હોય, તેજ સ્થિતિમાં રાખે છે, ત્યારે આ જોરો સમતોલપણામાં છે તેમજ તે પદાર્થ સમતોલપણામાં છે એમ કહેવાય છે.

દાખલા તરીકે, જો આકૃતિ ૪૧માં બે સરખા અને સામ સામે કાર્ય કરતાં જોરો A અને B એક પદાર્થમાંનાં O બિંદુ આગળ એકજ



આકૃતિ ૪૧

સીધી લીટીમાં લાગુ પાડવામાં આવે, તો તેઓ દેખીતી રીતે એક બીજાને સમતોલ કરશે, અને તે પદાર્થ સમતોલપણામાં રહેશે. જો ઉપલાં જોરોમાંનાં એક જોરને સહેજ પણ વધારવામાં યા ઘટાડવામાં આવે તો તે પદાર્થ પોતાનાં સ્થાનેથી ખસશે.

એક સળીયાને એકજ છેડેથી ખેંચાણનું જોર આપી સ્થાઈ અથવા સમતોલપણામાં રાખી શકાતો નથી, સિવાય કે તેને બીજે છેડે તેને સરખું અને સામું એકજ સીધી લીટીમાં કાર્ય કરતું જોર લાગુ પાડેલું હોય. તેજ પ્રમાણે, જો એક સ્થંભને એક છેડેથી દબાણનું જોર લાગુ પાડવામાં આવે અને તે સમતોલપણામાં રહે, તો તે સ્થંભને બીજે છેડે તે જોરની બરાબરનું અને તેની સામેની દીશામાં એકજ સીધી લીટીમાં કાર્ય કરતું દબાણ હોવું જોઈએ.

કાર્ય અને પ્રતિકાર્ય (action અને reaction)—જ્યારે પણ એક સજ્જડ કરેલા કઠણ પદાર્થ ઉપર એક જોર કાર્ય કરે ત્યારે તુરતજ તે જોરની બરાબર સરખું અને સામેની દીશામાં કાર્ય કરતું એક બીજું જોર તે પદાર્થમાં ઉત્પન્ન થાય છે તેને **પ્રતિકાર્ય** અથવા **પ્રતિકાર્યનું જોર** કહેવામાં આવે છે. આ પ્રમાણે **કાર્ય અને પ્રતિકાર્ય** સરખાં અને સામસામાં હોય છે, અને તેઓ એક બીજાની અસર નષ્ટ અથવા રદ કરે છે.

દાખલા તરીકે, ધારો કે એક સજ્જડ આડી ટેબલ ઉપર એક વજનને મુકવામાં આવે તો તે ટેબલમાં સામી દીશામાં કાર્ય કરતું એક જોર અથવા ઉપરની દીશાનું પ્રતિકાર્ય ઉત્પન્ન થાય છે જે વજનનાં નીચલી દીશાનાં જોરને બરાબર સમતોલ કરે છે. જો આ પ્રમાણે ન થયું હોત તો ગતિ ઉત્પન્ન થતે અને પરીણામે ટેબલ ભાંગી જતે અથવા તો વજન ટેબલમાં ઘુસી જતે.

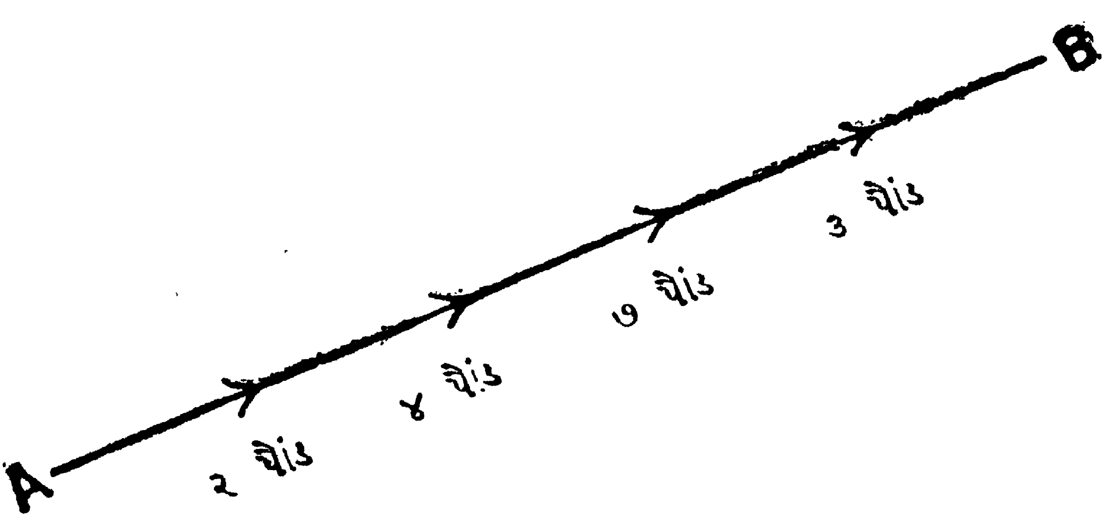
જોરોનાં રીઝલ્ટન્ટ અને કોમ્પોનન્ટસ (resultant and components of forces) એટલે લબ્ધબળ અને સાધનબળ—જો એક કઠણ પદાર્થમાંનાં એક બિંદુ ઉપર બે અથવા

વધુ જોરો કાર્ય કરે અને તે બે અથવા વધુ જોરોની જગ્યાએ એકજ જોર મુકવામાં આવે ત્યારે તે એકલું જોર બે અથવા વધુ જોરોનાં જેટલીજ અસર ઉત્પન્ન કરે તો તે એકલાં જોરને પહેલાં જોરોનો **રીઝલ્ટન્ટ (resultant)** કહેવામાં આવે છે, અને તે પહેલાં જોરોને **કોમ્પોનન્ટસ (components)** કહે છે.

જો આપણે એકલાં જોરને બદલે બે અથવા વધુ જોરો લાગુ પાડીએ તો તે છેલ્લાં જોરો મૂળ જોરનાં **કોમ્પોનન્ટસ (components)** કહેવાય છે.

સીધી લીટીમાં કાર્ય કરતાં જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ—(૧) એક પદાર્થમાંનાં એકજ બિંદુ ઉપર એકજ સીધી લીટીમાં અને એકજ દીશામાં કાર્ય કરતાં જોરોની કોઈ પણ સંખ્યાનો રીઝલ્ટન્ટ તે જોરોનાં સરવાળાની બરાબર છે અને તે રીઝલ્ટન્ટ તેજ દીશામાં કાર્ય કરે છે.

દાખલા તરીકે—આકૃતિ ૪૨માં ૨, ૪, ૭, અને ૩ પૌંડનાં ચાર જોરો એકજ સીધી લીટીમાં અને એકજ દીશામાં એટલે A થી Bની

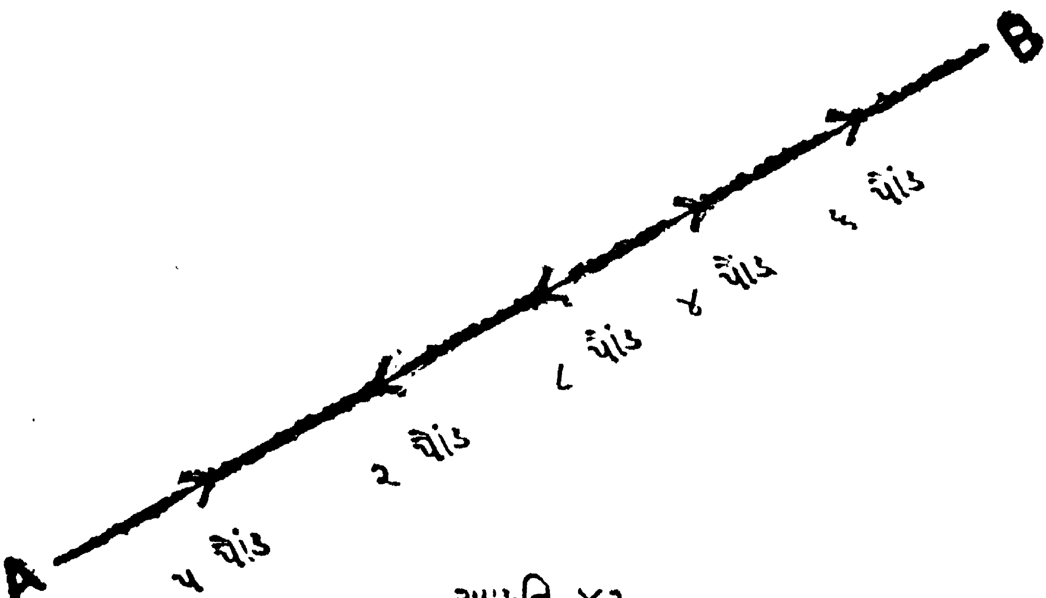


આકૃતિ ૪૨

દીશામાં કાર્ય કરે છે તો તે જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ = ૨ + ૪ + ૭ + ૩ = ૧૬ પૌંડ છે, અને તે A થી Bની દીશામાં કાર્ય કરે છે.

(૨) જો સઘળાં જોરો એકજ દીશામાં કાર્ય કરતા ન હોય, ત્યારે તે જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ એક દીશામાં કાર્ય કરતાં જોરોનાં રીઝલ્ટન્ટ અને તેનાથી સામી દીશામાં કાર્ય કરતાં બીજાં જોરોનાં રીઝલ્ટન્ટ વચ્ચેનાં તફાવટની બરાબર છે; અને તે બે રીઝલ્ટન્ટસમાંનાં સૌથી વધુ રીઝલ્ટન્ટની દીશામાં કાર્ય કરે છે.

દાખલા તરીકે—આકૃતિ ૪૩માં ૫, ૪, અને ૬ પૌંડનાં ત્રણ જોરો A થી Bની દીશામાં કાર્ય કરે છે અને ૨ તથા ૮ પૌંડનાં બે



આકૃતિ ૪૩

જોરો B થી Aની દીશામાં કાર્ય કરે છે, A થી Bની દીશામાં કાર્ય કરતાં ત્રણ જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ = ૫ + ૪ + ૬ = ૧૫ પૌંડ અને Bથી Aની દીશામાં કાર્ય કરતાં બે જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ = ૨ + ૮ = ૧૦ પૌંડ છે. ત્યારે સઘળાં પાંગે જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ = ૧૫ − ૧૦ = ૫ પૌંડ આવશે, અને તે A થી Bની દીશામાં કાર્ય કરશે.

જો સામસામે કાર્ય કરતાં જોરોનાં બે સમૂહ વચ્ચે સમતોલપણું હોય તો તેમનો રીઝલ્ટન્ટ સૂન્ય આવશે કે જેમ ટગ ઓફ વોર (દોરડું ખેંચવાની રમત)માં વારંવાર બને છે.

પ્રકરણ ૪થું

કામ, હોર્સપાવર.

કામ (work)—જ્યારે જોર એક પદાર્થ ઉપર કાર્ય કરી તે પદાર્થને અમુક અંતરે ખસેડે છે ત્યારે તે જોર વડે કામ થયું છે એમ કહેવાય છે. આ ક્રિયા ગમે એટલો વખત (ગમેતો એક સેકન્ડ, એક મીનીટ, એક કલાક, એક દીવસ, એક મહીનો, અથવા એક વરસ) લે તે વખત સાથે આ કામની ક્રિયાને સંબંધ નથી, એટલે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો કોઈ પણ જોર વડે અમુક અંતરેથી અવરોધ દુર કરવામાં થતો કામનો જથ્થો તે ક્રિયામાં રોકાયલા વખતથી સ્વતંત્ર છે. તેટલા માટે થયલું કામ નક્કી કરવાનાં દાખલામાં વખત ધ્યાનમાં લેવામાં આવતો નથી, અને કામનો જથ્થો માત્ર જોરની અત્યંતતા અથવા પરિમાણ (magnitude) અને જે અંતરે તે કાર્ય કરે છે તેના પ્રમાણમાં છે. અંતર હમેશાં જોરનાં કાર્યની લીટીએ અથવા સમાંતર માપવામાં આવે છે.

જો લાગુ પડેલું જોર પદાર્થની ગતિને નડતો અવરોધ (resistance) દુર કરવામાં પુરતું ન હોય કે જેથી કરીને તે પદાર્થનાં સ્થાનમાં ફેરફાર ન થાય, ત્યારે કશું પણ કામ થતું નથી. એટલા માટે કામ થાય તે સારૂ આપણે કોઈ પણ અંતરેથી જોરને લાગુ પાડવું જોઈએ, અને જોર તથા ગતિ એ બન્નેનું જોડાણ કામ થાય તે માટે જરૂરનું છે. એક બળદ સડક ઉપર ભાર સાથનું ગાડું ખેંચી જાય છે ત્યારે કામ થાય છે. એક આગગાડીનું એનજીન જ્યારે ગતિમાં હોય છે ત્યારે

કામ કરે છે. પણ ગમે એટલું મોટું જોર લાગુ પાડયું હોય તે છતાં જે પદાર્થ ઉપર ક્રિયા થાય તે પદાર્થ ખસી શકે નહી તો કશું પણ કામ થયલું કહેવાય નહી.

થયલાં કામનો જથ્થો એ લાગુ પાડેલાં જોર (અથવા દુર કરવામાં આવતા અવરોધ) અને તેની પોતાની દીશામાં તે જે અંતરે કાર્ય કરે છે તે અંતરના ગુણાકારની બરાબર છે. અથવા,

કામ = જોર × અંતર.

કામનો એકમ—આ દેશમાં અને ગ્રેટબ્રિટનમાં એનજીનીયરો જે કામનો એકમ વાપરે છે તે **ફુટ–પૈાંડ** છે, અને તે જ્યારે એક પૈાંડનું જોર અથવા અવરોધ એક ફુટનાં અંતરે તેનાં કાર્યની પોતાની દીશાએ ખસેડવામાં આવે ત્યારે જે કામ થાય તેની બરાબર છે. જો જોર અથવા અવરોધ બે પૈાંડનાં હોય અને તે એક ફુટનાં અંતરેથી ખસેડવામાં આવે તો પહેલાં કરતાં બમણું કામ થાય છે, એટલે ૨ ફુટ–પૈાંડ કામ થાય છે. વળી જો અવરોધ એક પૈાંડનો હોય અને અંતર બે ફુટ હોય તો પણ કામ ૨ ફુટ–પૈાંડ થાય છે. તેજ પ્રમાણે અવરોધ ૪ પૈાંડનો હોય અને તેને ૫ ફુટને અંતરેથી ખસેડવામાં આવે તો ૨૦ ફુટ–પૈાંડ કામ થાય છે. કામ નક્કી કરવામાં હમેશાં જોર, વજન, અવરોધ, દબાણ, અથવા ખેંચાણ (force, weight, resistance, pressure, અથવા tension) પૈાંડમાં અને અંતર ફુટમાં લેવામાં આવે છે. કોઈ કોઈ વાર કામનાં એકમ તરીકે ઈંચ–પૈાંડ, ઇંચ–ટન, અને ફુટ–ટન વપરાય છે. પહેલાંમાં જોર પૈાંડમાં અને અંતર ઇંચમાં તથા બીજાં અને ત્રીજાંમાં જોર ટનમાં અને અંતર અનુક્રમે ઈંચ અને ફુટમાં લેવામાં આવે છે. ટુંકમાં **કામ = P × S,** એમાં P = જોર, વજન, અવરોધ, દબાણ અથવા તાણ યા ખેંચાણ પૈાંડમાં, અને S = પસાર થયલું અંતર ફુટમાં છે.

દાખલો ૧—૩૫ પૈાંડનાં વજનને ૪૨ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડતાં કેટલું કામ થશે?

થયલું કામ = P × S

= ૩૫ × ૪૨ = ૧૪૭૦ ફુટ–પૈાંડ

દાખલેા ૨—એક નદી ઉપરનાં પુલનેા ગરડર કે જેનું વજન ૧૫ ટન છે તેને જમીનથી ૨૫ ફુટની ઉંચાઈએ આવેલા ટેકાએ ઉપર બેસાડવાનેા છે તેા આ ગરડરને તેનાં સ્થાને ઉપાડી બેસાડવામાં કેટલાં કામનાં એકમ થશે ?

વજન = ૧૫ × ૨૨૪૦ = ૩૩૬૦૦ પૈાંડ.

થયલા કામનાં એકમ = ૩૩૬૦૦ × ૨૫

= ૮૪૦૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

દાખલેા ૩—૧૫ હંડ્રેડવેટનાં વજનનાં કેાલસાને ૫૫ સેકન્ડમાં ૮૨ ફેધમ ઉંડી ખાણમાંથી ઉપાડવામાં આવે છે તેા આ ક્રિયાવિધિમાં થયલું કામ શેાધેા ?

વજન = ૧૫ × ૧૧૨ = ૧૬૮૦ પૈાંડ.

ઉંડાઈ = ૮૨ × ૬ = ૪૯૨ ફુટ.

થયલું કામ = ૧૬૮૦ × ૪૯૨

= ૮૨૬૫૬૦ ફુટ–પૈાંડ.

(આ દાખલામાં વખતને કશેા સંબંધ નથી, માટે તે ધ્યાનમાં લેવાનેા નથી).

દાખલેા ૪—એક ખાણમાંથી ૨૫૦ ઘનફુટ પાણીનેા જથ્થેા પમ્પ વડે બહાર કાઢતાં ૭૧૮૭૫૦ ફુટ–પૈાંડ કામ થાય છે, તેા તે ખાણની ઉંડાઈ કેટલી હશે ?

(નેાટ—એક ઘનફુટ મીઠાં પાણીનું વજન ૬૨·૫ પૈાંડ છે.)

પાણીનું વજન = ૨૫૦ × ૬૨·૫ = ૧૫૬૨૫ પૈાંડ.

થયલું કામ = P × S.

$$\therefore\ S = \frac{\text{થયલું કામ}}{P}$$

$$= \frac{૭૧૮૭૫૦}{૧૫૬૨૫} = ૪૬\ \text{ફુટ}$$

દાખલો ૫—એક ઘોડો પુલી ઉપરથી પસાર થતાં દોરડાંની મદદ વડે એક ખાણમાંથી કોલસો ઉપાડવાને કામે લગાડયો છે. તે ઘોડો દર કલાકે ૩ માઇલની ઝડપે દોડે છે અને ૬ મીનીટમાં ૧૯૮૦૦૦ ફુટ-પૈાંડ જેટલું કામ કરતો માલમ પડે છે, તો તે ઘોડો ચાલુ કેટલા પૈાંડનું ખેંચાણ કરતો હશે ?

આપેલી ઝડપે ઘોડો ૬ મીનીટમાં કેટલું અંતર પસાર કરે છે તે પહેલાં શેાધવું, અને આ આવેલાં અંતરને ખેંચાણ વડે ગુણવાથી ૬ મીનીટમાં થયલું કામ મલે છે.

$$\text{એક કલાકમાં પસાર થયલું અંતર} = ૩ \times ૫૨૮૦$$
$$= ૧૫૮૪૦ \text{ ફુટ.}$$

$$\therefore \text{૬ મીનીટમાં પસાર થયલું અંતર} = \frac{૧૫૮૪૦ \times ૬}{૬૦}$$
$$= ૧૫૮૪ \text{ ફુટ.}$$

$$\text{૬ મીનીટમાં થયલું કામ} = \text{ખેંચાણ} \times \text{૬ મીનીટમાંનું અંતર.}$$

$$\therefore \text{ખેંચાણ} = \frac{\text{૬ મીનીટમાં થયલું કામ}}{\text{૬ મીનીટમાંનું અંતર}}$$
$$= \frac{૧૯૮૦૦૦}{૧૫૮૪} = \underline{\text{૧૨૫ પૈાંડ}}$$

દાખલો ૬—એક ઘોડો ૮ મીનીટમાં ૯૦૦૦૦ ફુટ-પૈાંડ કામ કરે છે, અને તેમ કરતાં ૭૫ પૈાંડના જોરથી ચાલુ ખેંચાણ કરે છે, તો તે ઘોડો દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે દોડશે ?

મીનીટ		મીનીટ		ફુટ-પૈાંડ		
૮	:	૬૦	: :	૯૦૦૦૦	:	એક કલાકમાં કામ

$$\therefore \text{એક કલાકનું કામ} = \frac{૯૦૦૦૦ \times ૬૦}{૮}$$
$$= ૬૭૫૦૦૦ \text{ ફુટ-પૈાંડ}$$

$$\text{એક કલાકમાં થયલું કામ} = \text{ખેંચાણ} \times \text{એક કલાકનું અંતર}$$

$\therefore$ એક કલાકનું અંતર = $\dfrac{\text{એક કલાકમાં થયલું કામ}}{\text{ખેંચાણ}}$

$= \dfrac{૬૭૫૦૦૦}{૭૫} = ૯૦૦૦$ ફુટ

$\therefore$ એક કલાકમાં ઝડપ માઇલમાં = $\dfrac{૯૦૦૦}{૫૨૮૦}$

૧·૭ માઇલ

દાખલો ૭—કોલસાનાં ૧૨ વેગનની એક ટ્રેન કે જેનું કુલ વજન ૧૩૩ ટન છે તેને હાઇડ્રોલીક પાવર વડે ૧૨ મીનીટમાં ૨૦ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવામાં આવે છે તો થયલા કામનાં એકમ ફુટ–ટન, ઇંચ–ટન, ફુટ–પૈાંડ, અને ઇંચિ–પૈાંડમાં શેાધેા ? વળી એક મીનીટમાં થયલું કામ ફુટ–પૈાંડમાં શેાધેા ?

થયલું કામ ફુટ–ટનમાં = ૧૩૩ × ૨૦ = ૨૬૬૦ ફુટ–ટન

થયલું કામ ઇંચિ–ટનમાં = ૧૩૩ × ૨૦ × ૧૨

= ૨૬૬૦ × ૧૨ = ૩૧૯૨૦ ઇંચિ–ટન

થયલું કામ ફુટ–પૈાંડમાં = ૧૩૩ × ૨૨૪૦ × ૨૦

= ૨૬૬૦ × ૨૨૪૦

= ૫૯૫૮૪૦૦ ફુટ–પૈાંડ

થયલું કામ ઇંચિ–પૈાંડમાં = ૧૩૩ × ૨૨૪૦ × ૨૦ × ૧૨

= ૫૯૫૮૪૦૦ × ૧૨

= ૭૧૫૦૦૮૦૦ ઇંચિ–પૈાંડ

એક મીનીટમાં થયલું કામ ફુટ–પૈાંડમાં = $\dfrac{૫૯૫૮૪૦૦}{\text{૧૨ મીનીટ}}$

= ૪૯૬૫૩૩·૩ ફુટ–પૈાંડ.

દાખલો ૮—ઘડતર લેાઢાંની પેાણેા ઇંચિ જાડી એક પ્લેટમાં પંચ વડે આરપાર એક વેહ પાડવામાં આવે છે. પંચ ઉપર લાગુ પાડેલું દબાણ ૩૨ ટન છે એવી ગણત્રી કરવામાં આવી છે, તેા પંચને

નડતો અવરોધ ક્રિયા દરમ્યાન એક સમાન છે એમ માની લેતાં થયલું કામ ફુટ-પૈાંડમાં શોધો ?

પસાર થતું અંતર = $\frac{૩}{૪} \times \frac{૧}{૧૨} = \frac{૧}{૧૬}$ ફુટ.

$$\text{થયલું કામ} = \frac{૩૨ \times ૨૨૪૦ \times ૧}{૧૬} = \underline{૪૪૮૦ \text{ ફુટ-પૈાંડ.}}$$

દાખલો ૯—એક સ્ટીમ એનજીનનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૨૦ ઇંચિ છે, અને તે ઉપર કાર્ય કરતું વરાળનું સરેરાસ દબાણ દર ચોરસ ઇંચે ૧૦૦ પૈાંડ છે. પીસ્તનનો સ્ટ્રોક ૨ ફુટ લાંબો છે, અને દર મીનીટે આંટા (રેવોલ્યુશન)ની સંખ્યા ૧૫૦ છે, તો એક સ્ટ્રોકમાં કેટલું કામ થશે, અને વળી એક મીનીટમાં કેટલું કામ થશે ?

પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ = ૨૦ × ૨૦ × ·૭૮૫૪

= ૩૧૪·૧૬ ચોરસ ઇંચિ.

પીસ્તન ઉપરનું કુલ દબાણ = દર ચો. ઇંચિ ઉપરનું દબાણ × પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ.

= ૧૦૦ × ૩૧૪·૧૬

= ૩૧૪૧૬ પૈાંડ.

એક સ્ટ્રોકમાં પીસ્તન વડે પસાર થતું અંતર = સ્ટ્રોકની લંબાઈ

= ૨ ફુટ.

∴ એક સ્ટ્રોકમાં થતું કામ = ૩૧૪૧૬ × ૨

= <u>૬૨૮૩૨ ફુટ-પૈાંડ</u>

એક આંટા (રેવોલ્યુશન)માં પીસ્તન ૨ સ્ટ્રોક કરે છે, તો એક મીનીટમાં થતા સ્ટ્રોકની સંખ્યા = ૧૫૦ × ૨ = ૩૦૦

∴ એક મીનીટમાં થતું કામ = ૬૨૮૩૨ × ૩૦૦

= <u>૧૮૮૪૯૬૦૦ ફુટ-પૈાંડ.</u>

દાખલો ૧૦—એક એનજીનનાં પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ ૩૦૦ ચોરસ ઇંચિ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૩ ફુટ છે, અને એક સ્ટ્રોકમાં થયલું કામ ૪૫૯૦૦ ફુટ-પૈાંડ છે, તો પીસ્તનનાં દર ચોરસ ઇંચિ ઉપર વરાળનું સરેરાસ દબાણ કેટલા પૈાંડ હશે ?

એક સ્ટ્રોકમાં થયલું કામ=પીસ્તન ઉપરનું કુલ દબાણ×સ્ટ્રોકની લંબાઈ

$$\therefore \text{ પીસ્તન ઉપરનું કુલ દબાણ} = \frac{\text{એક સ્ટ્રોકમાં થયલું કામ}}{\text{સ્ટ્રોકની લંબાઇ}}$$

$$= \frac{૪૫૯૦૦}{૩} = ૧૫૩૦૦ \text{ પૈાંડ}$$

પીસ્તન ઉપરનું કુલ દબાણ=પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ×દર ચો. ઇંચ ઉપરનું દબાણ.

$$\therefore \text{ દર ચો. ઇંચ ઉપરનું દબાણ} = \frac{\text{પીસ્તન ઉપરનું કુલ દબાણ}}{\text{પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ}}$$

$$= \frac{૧૫૩૦૦}{૩૦૦} = \underline{૫૧ \text{ પૈાંડ}}$$

દાખલો ૧૧—એક માણસ એક મશીનના ૧૪ ઇંચ લાંબા હાથાને ફેરવવામાં ૩૦ પૈાંડનું જોર કરે છે તો એક આંટા (રેવેાલ્યુશન)માં (૧) જો જોર હમેશાં આડી દીશામાં કરવામાં આવે તો કેટલું કામ થશે, (૨) જો જોરને હમેશાં હાથાનાં માર્ગ વડે દોરાતાં વર્તુલને સ્પર્શરેખારૂપ (tangential) લાગુ પાડવામાં આવે તો કેટલું કામ થશે ?

(૧) જ્યારે જોરને હમેશાં આડી દીશામાં લાગુ પાડવામાં આવે ત્યારે—

એક આંટામાં પસાર થતું અંતર = હાથાનાં માર્ગ વડે દોરાતાં વર્તુલનેા વ્યાસ × ૨

$$\therefore \text{ એક આંટામાં પસાર થતું અંતર} = \frac{૧૪}{૧૨} \times ૨ \times ૨ = \frac{૧૪}{૩} \text{ ફુટ}$$

$$\therefore \text{ એક આંટામાં થયલું કામ} = \frac{૩૦ \times ૧૪}{૩} = \underline{૧૪૦ \text{ ફુટ–પૈાંડ}}$$

(૨) જ્યારે જોરને હમેશાં હાથાનાં માર્ગ વડે દોરાતાં વર્તુલને સ્પર્શરેખારૂપ (tangential) લાગુ પાડવામાં આવે ત્યારે—

એક આંટામાં પસાર થતું અંતર = હાથાનાં માર્ગ વડે દોરાતાં વર્તુલનો પરિઘ

$$= \frac{૧૪}{૧૨} \times ૨ \times \frac{૨૨}{૭} = \frac{૨૨}{૩} \text{ ફુટ}$$

$$\therefore \text{ એક આંટામાં થતું કામ} = \frac{૩૦ \times ૨૨}{૩} = \underline{૨૨૦ \text{ ફુટ–પૈાંડ}}$$

દાખલો ૧૨—એક ફોર્સ પમ્પનાં પ્લન્જર અથવા રેમનો વ્યાસ ૮¾ ઇંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨·૫ ફુટ, અને પ્લન્જર ઉપર કાર્ય કરતું પાણીનું દબાણ તેનાં ક્ષેત્રફળનાં દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૫૦ પૌંડ છે, તો એક સ્ટ્રોકમાં કેટલા ફુટ–પૌંડ કામ થશે ?

પ્લન્જરનું ક્ષેત્રફળ = ૮·૭૫ × ૮·૭૫ × ·૭૮૫૪
= ૬૦·૧૩૨ ચોરસ ઇંચ

પ્લન્જર ઉપરનું કુલ દબાણ = ૫૦ × ૬૦·૧૩૨
= ૩૦૦૬·૬ પૌંડ

એક સ્ટ્રોકમાં થતું કામ = ૩૦૦૬·૬ × ૨·૫
= ૭૫૧૬·૫ ફુટ–પૌંડ

દાખલો ૧૩—એક સાંચાને પુલી અને પટાની મદદ વડે ચલાવવામાં આવે છે. મશીનને ચલાવનારી પુલીનો વ્યાસ ૧૨ ઇંચ છે, અને તે દર મીનીટે ૨૦૦ આંટા (revolutions) ફરે છે. પટા ઉપરનું કાર્યસાધક તાણ અથવા ખેંચાણ ૫૨૦ પૌંડ છે, તો પટા વડે એક મીનીટમાં કેટલાં કામનો સંચાર થશે ?

પુલીનાં એક આંટામાં પટાની ઝડપ = પુલીનો પરિઘ
= ૧ × ૧ × ૩·૧૪૧૬
= ૩·૧૪૧૬ ફુટ

∴ એક મીનીટમાં પટાની ઝડપ = ૩·૧૪૧૬ × ૨૦૦
= ૬૨૮·૩૨ ફુટ

પટા વડે એક મીનીટમાં થતું કામ = ૫૨૦ × ૬૨૮·૩૨
= ૩૨૬૭૨૬·૪ ફુટ–પૌંડ.

દાખલો ૧૪—એક સાંચા એટલે મશીનને ચલાવનારી પુલી ઉપરનાં પટા ઉપર આવતું કાર્ય સાધક (effective) તાણ ૬૫૦ પૌંડ છે, અને પટા વડે સંચાર થતું કામ એક મીનીટમાં ૫૬૧૬૦૦ ફુટ–પૌંડ છે, તો દર મીનીટે પટાની ઝડપ કેટલી હશે ? જો પુલીનો વ્યાસ ૧૪ ઇંચ હોય તો તે પુલી એક મીનીટમાં કેટલા આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સ ફરતી હશે ?

દર મીનીટે પટા વડે સંચાર થતું કામ = પટા ઉપરનું તાણ × એક મીનીટમાં ઝડપ

$$\therefore \text{ દર મીનીટે પટાની ઝડપ} = \frac{\text{એક મીનીટમાં થતું કામ}}{\text{પટા ઉપરનું તાણ}}$$

$$= \frac{૫૬૧૬૦૦}{૬૫૦} = \underline{૮૬૪ \text{ ફુટ}}$$

પુલીના એક આંટામાં પટાની ઝડપ = પુલીનો પરીઘ.

$$= \frac{૧૪}{૧૨} \times \frac{૨૨}{૭} = \frac{૧૧}{૩} \text{ફુટ.}$$

ફુટ ફુટ આંટા

$\frac{૧૧}{૩}$: ૮૬૪ : : ૧ : એક મીનીટમાં પુલીનાં આંટા.

$$\therefore \text{ એક મીનીટમાં પુલીનાં આંટા} = \frac{૮૬૪ \times ૩}{૧૧}$$

$$= \underline{૨૩૫\cdot૬ \text{ આંટા}}$$

ક્રિયા દરમ્યાન એક સરખી રીતે ફેરફાર થતા અવરોધ સામે થતું કામ—અમુક જાણીતાં અંતરે જોર કાર્ય કરી જે અવરોધને દુર કરે તે અવરોધ જો તે અંતર દરમ્યાન ફેરફાર થતો હોય તો થયલું કામ સરેરાશ અવરોધ અને તે અંતરના ગુણાકારની બરાબર છે. જો દુર કરવામાં આવતો અવરોધ એક સમાન રીતે ધીમે ધીમે વધે કે જેમ જમીન ઉપરથી સાંકળને એક છેડો પકડી ઉપાડતાં બને છે અથવા તો અવરોધ એક સરખી રીતે ધીમે ધીમે ઘટે કે જેમ બેરલ ઉપર સાંકળ વિંટાળતાં બને છે, ત્યારે થયલાં કામનો જથ્થો સરેરાશ અવરોધને પસાર થયલાં અંતર વડે ગુણવાથી મળી શકે છે. એમાં સરેરાશ અવરોધ અથવા વજનને ક્રિયાની શરૂઆતમાંનાં અવરોધમાં ક્રિયાની છેવટનાં અવરોધને ઉમેરી જે સરવાળો આવે તેને બે વડે ભાગવાથી શોધી શકાય છે. ત્યારે આ બાબદમાં—

$$\text{થયલું કામ} = \frac{\text{ક્રિયાની શરૂઆતમાં અવરોધ + છેવટનો અવરોધ}}{૨} \times \text{અંતર}$$

$$= \text{સરેરાસ અવરોધ} \times \text{અંતર.}$$

દાખલો ૧૫—એક સાંકળ જે ૨૭ ફુટ લાંબી છે તે જમીન ઉપર ગુંછળું વળીને પડેલી છે. તેનું વજન દર વારની લંબાઈ દીઠ ૮૦ પૈાંડ છે, તો તે સાંકળનો ઉપલો છેડો પકડી તેને જમીન ઉપરથી ઉપાડતાં કેટલા ફુટ–પૈાંડ કામ થશે ?

$$\text{સાંકળનું કુલ વજન} = \frac{૮૦ \times ૨૭}{૩} = ૭૨૦ \text{ પૈાંડ}$$

સાંકળને ઉપાડવાની શરૂઆતમાં વજન = ૦ પૈાંડ, અને

અંતે વજન = ૭૨૦ પૈાંડ

$$\therefore \text{સરેરાસ વજન} = \frac{૦ + ૭૨૦}{૨} = ૩૬૦ \text{ પૈાંડ}$$

પસાર થતું અંતર = સાંકળની લંબાઈ

= ૨૭ ફુટ

$$\therefore \text{થયલું કામ} = ૩૬૦ \times ૨૭ = \underline{૯૭૨૦ \text{ ફુટ–પૈાંડ}}$$

દાખલો ૧૬—એક સાંકળ જેનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૫ પૈાંડ છે તેને એક બેરલ અથવા ડ્રમ ઉપર લપેટી એક ટનનું વજન ૩૦ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવા કામે લગાડી છે તો (૧) જ્યારે તે સાંકળને બેરલ ઉપર પુરેપુરી વિંટાળવામાં આવે ત્યારે કેટલું કામ થશે, અને (૨) તે સાંકળની ૧૮ ફુટ લંબાઈ વજન સાથે હજી લટકતી છે ત્યારે કેટલું કામ થયું હશે ?

(૧) સાંકળને બેરલ ઉપર પુરેપુરી વિંટાળવામાં આવે ત્યારે—

સાંકળની આખી લંબાઈનું વજન = ૩૦ × ૫ = ૧૫૦ પૈાંડ.

ક્રિયાની શરૂઆતમાં વજન = ૧૫૦ + ૨૨૪૦
= ૨૩૯૦ પૈાંડ

ક્રિયાની અંતે વજન = ૦ + ૨૨૪૦ = ૨૨૪૦ પૈાંડ

$\therefore$ સરેરાસ વજન = $\frac{૨૩૯૦ + ૨૨૪૦}{૨}$ = ૨૩૧૫ પૈાંડ

$\therefore$ આખી સાંકળ વિંટાળતાં થતું કામ = ૨૩૧૫ × ૩૦
= ૬૯૪૫૦ ફુટ–પૈાંડ

(૨) સાંકળની ૧૮ ફુટ લંબાઈ વજન સાથે લટકતી હોય ત્યારે—
બેરલ ઉપર વિંટાળવામાં આવેલી સાંકળની લંબાઈ = ૩૦ − ૧૮ = ૧૨ ફુટ.

સાંકળને બેરલ ઉપર જેટલા ફુટ વિંટાળવામાં આવે તેટલાજ ફુટ ઉંચાઈએ વજન ઉંચકાશે.

$\therefore$ પસાર થયલું અંતર = ૧૨ ફુટ.

ક્રિયાની શરૂઆતમાં વજન = (૩૦ × ૫) + ૨૨૪૦ = ૨૩૯૦ પૈાંડ.

સાંકળને ૧૨ ફુટ વિંટાળ્યા બાદ ક્રિયાની અંતે વજન =
= (૧૮ × ૫) + ૨૨૪૦ = ૨૩૩૦ પૈાંડ.

$\therefore$ સરેરાસ વજન = $\frac{૨૩૯૦ + ૨૩૩૦}{૨}$ = $\frac{૪૭૨૦}{૨}$ = ૨૩૬૦ પૈાંડ.

$\therefore$ આ ક્રિયા દરમ્યાન થયલું કામ = ૨૩૬૦ × ૧૨
= ૨૮૩૨૦ ફુટ–પૈાંડ.

દાખલો ૧૭—એક દોરડાંને એક છેડેથી ડ્રમ ઉપર લટકાવવામાં આવ્યું છે. તેની લંબાઈ ૮૦ ફુટ છે, અને તેનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૩ પૈાંડ છે, તેા (૧) તે દોરડાંને ડ્રમ ઉપર વિંટાળતાં કેટલું કામ થશે ? અને (૨) તે દોરડાંનો નીચલો છેડો ઉપલા છેડાને જઈ મળે તેમ ઉપાડતાં કેટલું કામ થશે ?

(૧) દોરડાંને પુરેપુરૂં ડ્રમ ઉપર વિંટાળવામાં આવે ત્યારે—

ક્રિયાની શરૂઆતમાં વજન = ૩ × ૮૦ = ૨૪૦ પૈાંડ.

અંતે વજન = ૦ પૈાંડ.

$$\therefore \text{ સરેરાસ વજન} = \frac{૨૪૦ + ૦}{૨} = ૧૨૦ \text{ પૈાંડ.}$$

થયલું કામ = ૧૨૦ × ૮૦ = ૯૬૦૦ પૈાંડ.

(૨) દોરડાંનેા નીચલેા છેડેા ઉંચકી ઉપલા છેડા સાથે મેળવવામાં આવે ત્યારે—

જ્યારે દોરડાંનેા નીચલેા છેડેા ઉપાડવા માટે પકડવામાં આવે ત્યારે શરૂઆતમાં વજન = ૦ પૈાંડ છે, અને તે છેડાને ઉપાડી ઉપલા છેડા સાથે મેળવવામાં આવે ત્યારે ક્રિયાની અંતે વજન = દોરડાંની અર્ધી લંબાઇનું વજન = ૩ × ૪૦ = ૧૨૦ પૈાંડ.

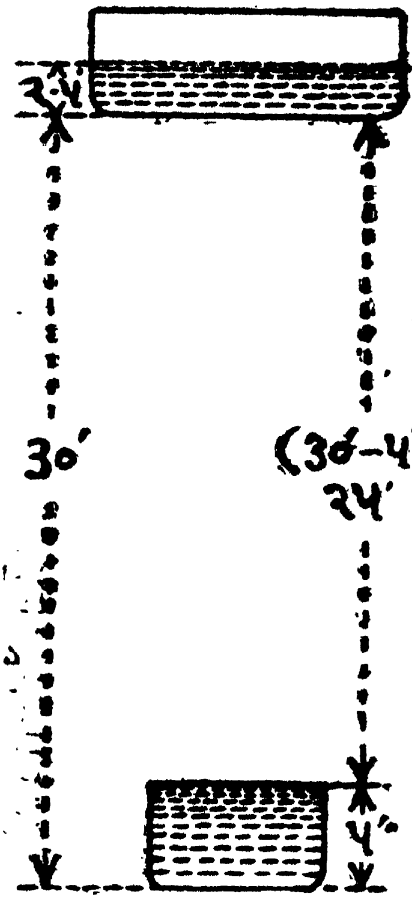
$$\therefore \text{ સરેરાસ વજન} = \frac{૦ + ૧૨૦}{૨} = ૬૦ \text{ પૈાંડ.}$$

દોરડાનેા નીચલેા છેડેા ઉપાડી ઉપલા છેડાને લગાડતાં પસાર થતું અંતર = ૮૦ ફુટ.

∴ થયલું કામ = ૬૦ × ૮૦ = ૪૮૦૦ ફુટ પૈાંડ

દાખલેા ૧૮—૧૫ ફુટ લાંબી × ૮ ફુટ પહેાળી × ૬ ફુટ ઉંચા એક ટાંકાને બીજી નાની ટાંકી કે જે ૧૦ ફુટ લાંબી × ૬ ફુટ પહેાળી × ૫ ફુટ ઉંડી છે તેની ઉપર એવી રીતે મુકેલી છે કે જેથી મેાટી ટાંકીનું તળીયું નાની ટાંકીનાં તળીયાંથી ૩૦ ફુટ ઉંચે રહે છે. નાની ટાંકી પાણીથી ભરેલી છે, અને તે ટાંકીમાંનું સઘળું પાણી ઉપલી ટાંકીમાં પમ્પ વડે ભરવું છે, તેા તે ક્રિયામાં કેટલા કામનાં એકમ ખર્ચ થશે?

નાની ટાંકીમાંનું સઘળું પાણી મોટી ટાંકીમાં ભરાતાં મોટી ટાંકીમાં પાણીની સપાટી તેનાં તળીયાંથી કેટલી ઉંચાઈએ આવશે તે શોધવા



આકૃતિ ૪૪

માટે—ધારો કે નાની ટાંકીનું પાણી મોટી ટાંકીમાં H ફુટની ઉંચાઈએ સમાશે, તો

$૧૫' \times ૮' \times H' = ૧૦ \times ૬ \times ૫$

$\therefore$ ઉંચાઈ $H' = \frac{૧૦\times૬\times૫}{૧૫\times૮} = \frac{૩૦૦}{૧૨૦} = ૨{\cdot}૫$ ફુટ

નાની ટાંકીમાંથી મોટી ટાંકીમાં પાણી પમ્પ કરવાની ક્રિયાની શરૂઆતમાં પાણીને ઉપાડવાની ઉંચાઈ $= ૩૦ - ૫ = ૨૫$ ફુટ, અને ક્રિયાને અંતે ઉંચાઈ $=૩૦+૨{\cdot}૫=૩૨{\cdot}૫$ ફુટ

$\therefore$ સરેરાસ ઉંચાઈ $= \frac{૨૫+૩૨{\cdot}૫}{૨} = \frac{૫૭{\cdot}૫}{૨}$

$= ૨૮{\cdot}૭૫$ ફુટ

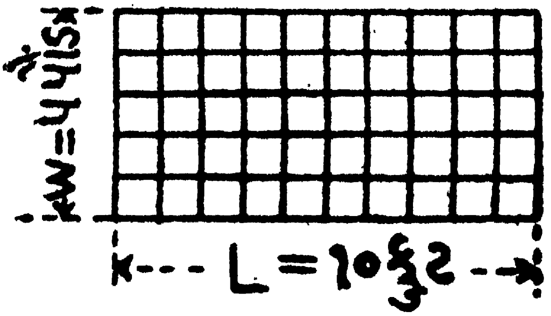
નાની ટાંકીમાંનાં પાણીનું વજન $= ૧૦ \times ૬ \times ૫ \times ૬૨{\cdot}૫ = ૧૮૭૫૦$ પૈાંડ

$\therefore$ થયલું કામ $= ૧૮૭૫૦ \times ૨૮{\cdot}૭૫$

$=$ ૫૩૯૦૬૨·૫ ફુટ–પૈાંડ

કામને આકૃતિ વડે દર્શાવવાની રીત (graphic representation of work):—(૧) ક્રિયા દરમ્યાન એક-સમાન અવરોધ સામે થતું કામ—જો દુર કરવામાં આવતો અવરોધ એક સમાન હોય તો થયલું કામ એક કાટકોણ ચોખુણ (rectangle)નાં ક્ષેત્રફળ વડે દર્શાવી શકાય છે. આ કાટકોણ ચોખુણનું ક્ષેત્રફળ તેની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણાકાર કરવાથી મળે છે. પસાર કરેલું અંતર આાડી લીટીએ મુકવું, અને દુર કરવામાં આવતો અવરોધ ઉભી લીટીએ મુકવો. દાખલા તરીકે, ૫ પૈાંડનો એક સમાન અવરોધ ૧૦ ફુટને અંતરેથી દુર કરવામાં આવે છે, ત્યારે થયલું કામ

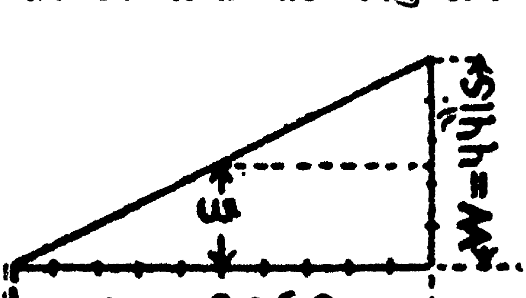
= W × L = ૫ × ૧૦ = ૫૦ ફુટ–પૌંડ છે. આ કામને આકૃતિ વડે દર્શાવવા માટે કોઈ પણ સુગમ પડતા સ્કેલે W (અથવા ૫ પૌંડ) દર્શાવવા માટે એક ઉભી લીટી દોરો, અને તેટલોજ સ્કેલ લઈ L (અથવા ૧૦ ફુટ) દશાવવાને એક આડી લીટી દોરો. આડી તથા ઉભી લીટીને



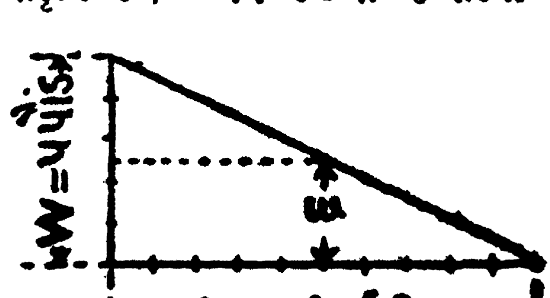
આકૃતિ ૪૫.

સમાંતર લીટીઓ દોરી કાટખુણ ચોખુણ સંપૂર્ણ કરો. આકૃતિ ૪૫માં ૧ પૌંડ અને ૧ ફુટ દર્શાવવા માટે ½ ઇંચનો સ્કેલ લેવામાં આવ્યો છે, પરીણામે દરેક નાના સમચોરસો કે જે દરેકનું ક્ષેત્રફળ ½ × ½ = ¼ ચો. ઇંચ છે તે કામનો એક ફુટ–પૌંડ દર્શાવે છે. આકૃતિમાં સઘળા મળીને ૫૦ ચોરસો છે, ત્યારે તે આકૃતિ ૫૦ ફુટ–પૌંડ કામ દર્શાવે છે.

(૨) ક્રિયા દરમ્યાન એક સરખી રીતે વધતા અથવા ઘટતા અવરોધ સામે થતું કામ—જો દુર કરવામાં આવતો અવરોધ, જેમ સાંકળ અથવા દોરડાંની લંબાઈને જમીન ઉપરથી એક છેડેથી પકડી ઉપાડતાં, ધીમે ધીમે એક સરખો વધે, અથવા તો બેરલ ઉપર લપેટતાં એક સરખી રીતે ધીમે ધીમે ઘટે, ત્યારે થયલાં કામનો જથ્થો સરેરાસ જોર અથવા વજનને પસાર કરેલાં અંતર વડે ગુણવાથી મળી શકે છે. તેટલા માટે થયલું કામ આકૃતિ ૪૬ અને ૪૭માં દેખાડયા



આકૃતિ ૪૬



આકૃતિ ૪૭

પ્રમાણે કાટકોણ ત્રિકોણ (rightangled triangle)નાં ક્ષેત્રફળ વડે દર્શાવી શકાય. એમાં W = ઉપાડેલી સાંકળ અથવા દોરડાંનું કુલ વજન પૈંડમાં, અને L = ઉપાડવામાં આવતી ઉંચાઈ ફુટમાં છે. આકૃતિ ૪૬માં સાંકળની લંબાઈનાં દર ફુટ દીઠ થતું કામ, જ્યાં સુધી આખી સાંકળ અથવા દોરડું જમીન ઉપરથી ઉંચકાય ત્યાં સુધી, સૌથી ઓછાં (minimum)થી સૌથી વધુ (maximum) સુધી વધે છે. એમાં થયલું કામ= $\frac{W \times L}{૨}$ છે. આકૃતિ ઉપરથી માલમ પડશે કે શરૂઆતમાં વજન ૦ પૈંડ અને અંતર પણ ૦ ફુટ છે, અને ક્રિયાને અંતે વજન ૫ પૈંડ અને અંતર ૧૦ ફુટ છે. તેજ પ્રમાણે આકૃતિ ૪૭માં સાંકળની લંબાઈનાં દર ફુટ દીઠ થતું કામ, જ્યાં સુધી આખી સાંકળ અથવા દોરડાંને બેરલ ઉપર લપેટવામાં આવે ત્યાં સુધી, સૌથી વધુ (maximum)થી સૌથી ઓછાં (minimum) સુધી ઘટે છે. એમાં પણ થયલું કામ= $\frac{W \times L}{૨}$ ફુટ–પૈંડ થાય છે. આકૃતિ ૪૭ ઉપરથી માલમ પડશે કે શરૂઆતમાં વજન ૫ પૈંડ અને અંતર ૦ ફુટ છે, અને ક્રિયાની અંતે વજન ૦ પૈંડ અને અંતર ૧૦ ફુટ છે. દરેક આકૃતિમાં સુગમ પડતો સ્કેલ વાપર્યો છે. બન્ને દાખલામાં જો ગતિ અર્ધી સાંકળ ઉપાડયા અથવા વિંટાળ્યા પછી અટકાવવામાં આવે તો ઉભી લીટી w એ તે વેળાએ ટેકવેલું સાંકળનું વજન સ્કેલ ઉપર દર્શાવે છે. અત્રે w = ૨·૫ પૈંડ થશે, જે વેળાએ અંતર ૫ ફુટ પસાર થશે. એજ પ્રમાણે બીજા સ્થાનો માટે પણ સમજવું. આકૃતિ વડે કામને દર્શાવવાની રીત માટે ચોરસ આંકેલાં (square ruled) કાગળોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે, અને એ કાગળોની મદદ વડે જુદા જુદા અવરોધ અને અંતર એક બીજા ઉપર કેવી રીતે આધાર રાખે છે તો રેખા અથવા વાંક (કર્વ)ની મદદ વડે દર્શાવી શકાય છે.

હોર્સપાવર.

પાવર (Power) એટલે શક્તિ—જો આપણે જોર (force) વડે થતા કામનો માત્ર જથ્થોજ ન દર્શાવતાં જે વખત દરમ્યાન તે કામ થાય છે તે વખત પણ દર્શાવીએ તો તે આપણને જે પ્રમાણ અથવા ઝડપથી કામ થાય છે તે પ્રમાણ અથવા ઝડપ (rate) આપે છે. ત્યારે "**પાવર**" (**power અથવા activity**) એટલે "**શક્તિ**" સંજ્ઞા વડે જે પ્રમાણ અથવા ઝડપથી કામ થાય છે તે દર્શાવાય છે. ત્યારે કોઈ પણ કામ કરનારની શક્તિ અથવા પાવરની ગણત્રી કરવામાં જે વખત દરમ્યાન કામ કરવામાં આવ્યું હોય તે વખતને નોંધી ધ્યાનમાં લેવું જોઈએ. દાખલા તરીકે, આપણે એક માણસનાં, એક ઘોડાનાં, કે એક એનજીનનાં પાવર વિશે બોલીએ તો તે માણસ, અથવા ઘોડો, અથવા એનજીન એક મીનીટમાં આટલા ફુટ-પૌંડ કામ કરવાને શક્તીમાન છે એમ કહેવાય છે.

પાવરનો એકમ (unit of power)—આ દેશમાં અને ગ્રેટબ્રિટનમાં ગ્રહણ કરેલા પાવરનાં એકમને **હોર્સપાવર (horse-power)** કહેવામાં આવે છે, અને તે જ્યારે ૩૩૦૦૦ ફુટ-પૌંડ કામ એક મીનીટમાં થાય અથવા ૫૫૦ ફુટ-પૌંડ કામ એક સેકન્ડમાં થાય ત્યારે કહેવાય છે. હોર્સપાવરનો એકમ હાલનાં સ્ટીમ એનજીનનાં શોધક જેમ્સ વૉટે (James Watt) પોતાનાં એનજીને ઉત્પન્ન કરેલા પાવરની ગણત્રી કરવા માટે પહેલ વહેલો દાખલ કર્યો હતો. તેણે પ્રયોગ વડે નક્કી કર્યું હતું કે એક સરેરાસ શક્તિવાળો ગાડામાં જોડેલો ઘોડો દર મીનીટે ૨૨૦૦૦ ફુટ-પૌંડ કામ કરી શકે છે, અને પોતાનાં એન-જીનોનાં ખરીદદારોને સારો બદલો આપવાની તેની જીજ્ઞાસાને લીધે તે કામનાં જથ્થામાં તેણે બીજા ૫૦ ટકા ઉમેર્યા: પરીણામે દર મીનીટે (૨૨૦૦૦+૧૧૦૦૦) ૩૩૦૦૦ ફુટ-પૌંડનો હોર્સ પાવરનો એકમ મળ્યો કે જે એકમ ત્યાર પછી તેણે પોતાનાં વરાળયંત્રો (steam engines)નાં

હોર્સ પાવર (ઘોડાનાં બળ)ની ગણુત્રી કરવા માટે વાપર્યો હતો; અને તે વખતથી સ્ટીમ તથા બીજી જાતનાં એનજીનોનાં પાવરની ગણુત્રી કરવા માટે પણ એજ એકમ ગ્રહણ કરવામાં આવ્યો છે.

હોર્સ પાવર શોધવાની રીત—કોઈ પણ આપેલા કાર્ય કરનાર પછી ગમે તો તે માણસ, ઘોડો, અથવા એનજીન હોય તેનાં હોર્સ પાવર શોધવા માટે પહેલાં એક મીનીટમાં થયલું કામ ફુટ-પૈાંડમાં શોધવું, અને જે આવે તેને ૩૩૦૦૦ ફુટ-પૈાંડ વડે ભાગવા. જેમકે,

P = દુર કરવામાં આવતો અવરોધ, દબાણ, જોર, અથવા ખેંચાણ, અને S = એક મીનીટમાં પસાર થયલું અંતર; ત્યારે,

$$\text{હોર્સ પાવર (H. P.)} = \frac{P \times S}{૩૩૦૦૦}, \therefore H.P. \times ૩૩૦૦૦ = P \times S,$$

$$P = \frac{H.\ P. \times ૩૩૦૦૦}{S}, \text{ અને } S = \frac{H.\ P. \times ૩૩૦૦૦}{P}.$$

એનજીનનાં હોર્સપાવર શોધવાની રીત—ધારો કે,

P = પીસ્તન ઉપર દર ચોરસ ઇંચે કાર્ય કરતું સરેરાસ કાર્યસાધક દબાણ પૈાંડમાં.

d = પીસ્તનનો વ્યાસ ઇંચિમાં.

A = પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ ચોરસ ઇંચિમાં = $d^2 \times .૭૮૫૪$.

L = પીસ્તનનાં સ્ટ્રોકની લંબાઈ ફુટમાં.

R = એક મીનીટમાં એનજીનનાં આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સ.

N = એક મીનીટમાં એનજીનનાં સ્ટ્રોકની સંખ્યા = 2 × R. ત્યારે

પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું કુલ દબાણ = $P \times d^2 \times .૭૮૫૪$
$= P \times A$.

એક સ્ટ્રોકમાં પસાર થયલું અંતર = L

∴ એક મીનીટમાં પસાર થયલું અંતર = L × 2 R
$= L \times N$.

એક મીનીટમાં થયલું કામ = કુલ દબાણ × એક મીનીટમાં અંતર
$= P \times A \times L \times N$ ફુટ-પૈાંડ.

$$\therefore \text{ એનજીનનાં હોર્સપાવર (H. P.)} = \frac{PALN}{૩૩૦૦૦}$$

વળી જો p = પીસ્તનના ક્ષેત્રફળનાં દર ચોરસ ફુટ ઉપર કાર્ય કરતું સરેરાસ દબાણ, અને a = પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ ચોરસ ફુટમાં હોય તો,

એક મીનીટમાં થયલું કામ = paLN ફુટ–પૈાંડ.

$$\therefore \text{H. P.} = \frac{paLN}{૩૩૦૦૦}$$

હવે a × L = એક સ્ટ્રોકમાં પીસ્તન વડે પસાર થતું ઘનમાપ (volume) ઘનફુટમાં થાય છે.

∴ a × L × N = દર મીનીટે પીસ્તન વડે પસાર થતું ઘન માપ (volume) ઘન ફુટમાં થશે.

ત્યારે એક મીનીટમાં થતું કામ = દર ચોરસ ફુટ ઉપરનું સરેરાસ દબાણ પૈાંડમાં × દર મીનીટે પીસ્તન વડે પસાર થયલું ઘનમાપ (અથવા વેાલ્યુમ) ઘનફુટમાં છે, અને એનજીનનાં હોર્સ પાવર = દર ચો. ફુટ ઉપરનું સરેરાસ દબાણ પૈાંડમાં × એક મીનીટમાં પસાર થતું ઘનમાપ અથવા વેાલ્યુમ ઘનફુટમાં ÷ ૩૩૦૦૦.

દાખલો ૧૯—એક ઘોડો સપાટ સડક ઉપર એક ગાડું ખેંચતાં ૮૦ પૈાંડનું એક સરખું ચાલુ ખેંચાણ કરે છે. જો તે ઘોડો દર કલાકે ૩ માઇલની ઝડપે ચાલે તો તે કેટલા હોર્સ પાવર ઉત્પન્ન કરશે?

એક કલાકમાં ઘોડો જે અંતર પસાર કરે છે તે=૩×૫૨૮૦=૧૫૮૪૦ ફુટ.

$$\therefore \text{એક મીનીટમાં પસાર થયલું અંતર} = \frac{૧૫૮૪૦}{૬૦} = ૨૬૪ \text{ ફુટ.}$$

એક મીનીટમાં થયલું કામ = ૮૦ × ૨૬૪ ફુટ–પૈાંડ.

$$\therefore \text{હોર્સપાવર} = \frac{૮૦ \times ૨૬૪}{૩૩૦૦૦}$$

$$= \underline{૦\cdot ૬૪ \text{ H. P.}}$$

દાખલો ૨૦—એક માણસ કે જેનું પોતાનું વજન ૧૬૦ પૈાંડ છે તે એક ડુંગર ઉપર એક કલાકમાં ૨૪૦૦ ફુટની ઉભી ઉંચાઈ એક સરખી ઝડપે ચઢે છે. બીજી વેળાએ તેજ માણસ એક દાદર ઉપર

એક સેકન્ડમાં ૪ ફુટની ઉંચાઈ ચઢે છે. તો દરેક બાબદમાં તે માણસે પોતાનું વજન ઉપાડવામાં કેટલા ઉપયોગી હોર્સપાવર ખર્ચ કર્યા હશે ?

(૧) એક મીનીટમાં ચઢવામાં આવતી ઉંચાઈ $= \frac{૨૪૦૦}{૬૦} = ૪૦$ ફુટ

$\therefore$ હોર્સપાવર H. P. $= \frac{૧૬૦ \times ૪૦}{૩૩૦૦૦} = \underline{\cdot૧૯૪}$ H. P.

(૨) એક મીનીટમાં ચઢવામાં આવતી ઉંચાઈ $= ૪ \times ૬૦ = ૨૪૦$ ફુટ

$\therefore$ હોર્સપાવર $= \frac{૧૬૦ \times ૨૪૦}{૩૩૦૦૦} = ૧\cdot૧૬$ H. P.

દાખલો ૨૧—દર કલાકે ૨૫૦ હંડ્રેડવેટ કોલસો ૯૦ ફેધમ ઉંડી ખાણમાંથી ઉપાડવા માટે કેટલા હોર્સ પાવરનું એનજીન જોઈશે ?

એક કલાકમાં કરવાનું કામ $= ૨૫૦ \times ૧૧૨ \times ૯૦ \times ૬$ ફુટ-પૌંડ

$\therefore$ એક મીનીટમાં કામ $= \frac{૨૫૦ \times ૧૧૨ \times ૯૦ \times ૬}{૬૦} = ૨૫૨૦૦૦$ ફુટ-પૌંડ

$\therefore$ હોર્સ પાવર $= \frac{૨૫૨૦૦૦}{૩૩૦૦૦} = \underline{૭\cdot૬૩ \text{ H. P.}}$

દાખલો ૨૨—એક ૪૦ હોર્સ પાવરનાં એનજીન વડે ૧૨૦ ફુટ ઉંડા કુવામાંથી એક કલાકમાં કેટલા ઘનફુટ પાણી બહાર કાઢી શકશે ?

એક મીનીટમાં ઉપાડવામાં આવતી ઉંચાઈ $= \frac{૧૨૦}{૬૦} = ૨$ ફુટ.

$$\text{H. P.} \times ૩૩૦૦૦ = \text{P} \times \text{S}$$

$$\therefore \text{P} = \frac{\text{H. P.} \times ૩૩૦૦૦}{\text{S}}$$

ઉપાડવામાં આવતાં પાણીનું વજન પૌંડમાં $\text{P} = \frac{૪૦ \times ૩૩૦૦૦}{૨}$

$= ૬૬૦૦૦૦$ પૌંડ

એક ઘનફુટ મીઠાં પાણીનું વજન $= ૬૨\cdot૫$ પૌંડ છે.

$\therefore$ પાણીનું વોલ્યુમ ઘનફુટમાં $= \frac{૬૬૦૦૦૦}{૬૨\cdot૫} = \underline{૧૦૫૬૦ \text{ ઘનફુટ}}$

દાખલો ૨૩—૧૦ હોર્સપાવરનું એક એનજીન એક ખાણમાંથી દર કલાકે ૧૫ ટન કોલસો ઉપાડી શકે છે તો તે ખાણની ઉંડાઈ કેટલા ફેધમ હશે ?

$$\text{એક મીનીટમાં થયલું કામ} = \frac{૧૫ \times ૨૨૪૦ \times S'}{૬૦} \text{ ફુટ-પૈાંડ}$$

$$\text{પણ H. P.} \times ૩૩૦૦૦ = \text{એક મીનીટમાં થતું કામ}$$

$$\therefore ૧૦ \times ૩૩૦૦૦ = \frac{૧૫ \times ૨૨૪૦ \times S'}{૬૦}$$

$$\therefore S' = \frac{૧૦ \times ૩૩૦૦૦ \times ૬૦}{૧૫ \times ૨૨૪૦} = ૫૮૯{\cdot}૨૮ \text{ ફુટ}$$

$$\therefore \text{ખાણની ઉંડાઈ ફેધમમાં} = \frac{૫૮૯{\cdot}૨૮}{૬} = \underline{૯૮{\cdot}૨૧ \text{ ફેધમ}}$$

દાખલો ૨૪—એક સ્ટીમ એનજીનનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૨૦ ઈંચિ છે, અને પીસ્તનનાં ક્ષેત્રફળનાં દર ચોરસ ઈંચિ દીઠ વરાળનું સરેરાસ કાર્યસાધક દબાણ ૫૦ પૈાંડ છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૮ ઈંચ છે, અને દર મીનીટે તે એનજીન ૨૦૦ આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સ ફરે છે, તો તે એનજીનનાં હોર્સ પાવર શોધો ?

$$\text{H. P.} = \frac{PALN}{૩૩૦૦૦}$$

$$\text{પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ } A = ૨૦ \times ૨૦ \times {\cdot}૭૮૫૪ \text{ ચોરસ ઈંચિ.}$$

$$\therefore \text{પીસ્તન ઉપરનું કુલ દબાણ} = P \times A = ૫૦ \times ૨૦ \times ૨૦ \times {\cdot}૭૮૫૪ \text{ પૈાંડ.}$$

$$\text{એક સ્ટ્રોકમાં પીસ્તનની ચાલ } L = \frac{૧૮}{૧૨} = ૧{\cdot}૫ \text{ ફુટ}$$

$$\therefore \text{એક મીનીટમાં પીસ્તનની ચાલ} = L \times ૨ R = L \times N.$$

$$= ૧{\cdot}૫ \times ૨ \times ૨૦૦ \text{ ફુટ.}$$

$$\therefore \text{H. P.} = \frac{૫૦ \times ૨૦ \times ૨૦ \times {\cdot}૭૮૫૪ \times ૧{\cdot}૫ \times ૨ \times ૨૦૦}{૩૩૦૦૦}$$

$$= \underline{૨૮૫{\cdot}૬ \text{ H. P.}}$$

દાખલો ૨૫—એક એનજીનનાં પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ ૧૩૭.૫ ચોરસ ઈંચિ છે. વરાળનું સરેરાસ દબાણ દર ચોરસ ઈંચિ દીઠ ૩૫ પૌંડ છે, અને ક્રેંકની લંબાઈ ૧૮ ઈંચિ છે, તો તે એનજીને ૭૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરવા માટે દર મીનીટે કેટલા આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સ કરવાં જોઈશે ?

સ્ટ્રોકની લંબાઈ $= ૨ \times$ ક્રેંકની લંબાઈ $= ૨ \times \frac{૧૮}{૧૨} = ૩$ ફુટ

$$H.\ P. \times ૩૩૦૦૦ = PALN.$$

$$\therefore\ N = \frac{H.\ P. \times ૩૩૦૦૦}{PAL} = \frac{૭૦ \times ૩૩૦૦૦}{૩૫ \times ૧૩૭.૫ \times ૩}$$

$\therefore\ N = ૧૬૦$ સ્ટ્રોક

$\therefore$ એક મીનીટમાં આંટા $= \frac{૧૬૦}{૨} = \underline{૮૦}$

દાખલો ૨૬—એક "ઓટો સાઇકિલ" અથવા "ફોર સાઇકિલ" ગેસ એનજીનનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૧૦ ઈંચિ છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૫ ઈંચિ, અને દર મીનીટે આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સની સંખ્યા ૨૪૦ છે. તે એનજીન ૪૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે, તો પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું ગેસનું સરેરાસ દબાણ દર ચોરસ ઈંચિ દીઠ કેટલું હશે ?

નોટ—ઓટો સાઇકિલ અથવા ફોર સાઇકિલ ગેસ અથવા ઓઇલ એનજીનમાં બે આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સ દીઠ માત્ર એક કાર્ય કરતો સ્ટ્રોક હોય છે, માટે આ દાખલામાં કાર્ય કરતા સ્ટ્રોકની સંખ્યા $= \frac{૨૪૦}{૨} = ૧૨૦$ લેવાની છે.

$$H.\ P. \times ૩૩૦૦૦ = PALN$$

$$\therefore\ P = \frac{H.\ P. \times ૩૩૦૦૦}{ALN} = \frac{૪૦ \times ૩૩૦૦૦}{૧૦ \times ૧૦ \times .૭૮૫૪ \times ૧.૨૫ \times ૧૨૦}$$

$= \underline{૧૧૨.૦૪\ \text{પૌંડ}}$

દાખલો ૨૭—એક પટો એનજીનનાં ફ્લાઈ વ્હીલ ઉપરથી બીજી પુલી ઉપર ૨૦ હોર્સપાવરનો સંચાર કરે છે. પટા ઉપરનું કાર્ય સાધક તાણ અથવા ખેંચાણ (tension) તેની પહોળાઈના દર ઈંચિ

દીઠ ૭૫ પૈાંડ છે. પટાની પહેાળાંઈ ૮ ઈંચ છે, તેા દર મીનીટે પટાની ઝડપ કેટલા ફુટ હશે ?

પટા ઉપરનું કુલ તાણુ અથવા ખેંચાણુ = ૭૫ × ૮ = ૬૦૦ પૈાંડ

$$P \times S = H.\ P. \times 33000$$

$$\therefore\ S = \frac{H.\ P. \times 33000}{P} = \frac{२० \times 33000}{६००}$$

= ૧૧૦૦ ફુટ

દાખલેા ૨૮—એક એનજીનની ડ્રાઈવીંગ પુલીનેા વ્યાસ ૩૬ ઈંચ છે અને તે દર મીનીટે ૧૮૦ આંટા અથવા રેવેાલ્યુશન્સ ફરે છે, અને તેમ ફરતાં તેની રીમ ઉપરથી પસાર થતા પટાની મદદ વડે ૮ હોર્સ પાવરનેા સંચાર કરે છે, તેા પુલીની રીમને નડતેા અવરેાધ કેટલા પૈાંડ હશે ?

પુલીનાં એક આંટા અથવા રેવેાલ્યુશનમાં પટાનેા વેગ અથવા ઝડપ = પુલીનેા પરીધ = $\frac{૩૬}{૧૨}$ × ૩·૧૪૧૬ ફુટ

∴ એક મીનીટમાં પટાની ઝડપ = ૩ × ૩·૧૪૧૬ × ૧૮૦ ફુટ

પણ $P \times S = H.\ P. \times 33000$

$$\therefore\ P = \frac{H.\ P. \times 33000}{S} = \frac{८ \times 33000}{३ \times ३\cdot१४१६ \times १८०}$$

= ૧૫૫·૬ પૈાંડ

દાખલેા ૨૯—એક ખાણમાંથી ત્રણ જુદી જુદી સપાટીએથી પાણીને પમ્પ વડે બહાર કાઢવાનું છે, જે સપાટીએ અનુક્રમે ૬૦, ૩૦, અને ૮૦ ફેધમ ઉંડી છે. પહેલીમાંથી ૬૦૦ ઘનફુટ, બીજીમાંથી ૨૮૦ ઘનફુટ, અને ત્રીજીમાંથી ૫૦૦ ઘનફુટ પાણી દર કલાકે પમ્પ વડે બહાર કાઢવાનું છે, તેા તે માટે એનજીનનાં કેટલા હોર્સ પાવરનેા ખર્ચ થશે ?

પહેલી સપાટીએથી પાણી બહાર કાઢતાં એક કલાકમાં થતું કામ = ૬૦૦ × ૬૨·૫ × ૬૦ × ૬ ફુટ-પૈાંડ.

બીજીમાંથી કાઢતાં દર કલાકે થતું કામ=૨૮૦×૬૨·૫×૩૦×૬ ફુટ-પૈાંડ

ત્રીજીમાંથી કાઢતાં દર કલાકે થતું કામ=૫૦૦×૬૨·૫×૮૦×૬ ફુટ-પૈાંડ

∴ ત્રણે સપાટીએથી પાણીને બહાર કાઢતાં દર કલાકે થતું કુલ કામ

= ૬ ×૬૨·૫{(૬૦૦×૬૦)+(૨૮૦×૩૦)+(૫૦૦×૮૦)}

= ૩૭૫ { ૩૬૦૦૦ + ૮૪૦૦ + ૪૦૦૦૦ } ફુટ–પૌંડ

= ૩૭૫ × ૮૪૪૦૦ ફુટ–પૌંડ

= ૩૧૬૫૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ

∴ હોર્સ પાવર = $\frac{૩૧૬૫૦૦૦૦}{૬૦×૩૩૦૦૦}$ = ૧૫·૯૮૪ H. P.

દાખલો ૩૭—દર ચોરસ ઇંચે ૮૨૫ પૌંડનાં દબાણવાળું પાણી એક ચોરસ ફુટ ક્ષેત્રફળવાળા પીસ્તન ઉપર એક ફુટ લાંબા સ્ટ્રોક સુધી કાર્ય કરે છે, તો એવાં એક ઘનફુટ અને એક ગેલન પાણી વડે કેટલું કામ થશે ? જો એક હાઇડ્રોલીક કુમ્પની (પાણી પુરૂં પાડનારી કુમ્પની) આ દબાણવાળું પાણી દર ૧૦૦૦ ગેલન દીઠ એક રૂપીઆનાં ભાવે પુરૂં પાડે તો એક આના દીઠ કેટલું કામ મળશે ?

દર ચોરસ ઇંચે ૮૨૫ પૌંડ દબાણવાળાં એક ઘનફુટ પાણી વડે થતું કામ ફુટ–પૌંડમાં=એક ચોરસ ફુટ ઉપરનું દબાણ×ઘનમાપ અથવા વોલ્યુમ ઘનફુટમાં (જે અત્રે ૧ ઘનફુટ છે.)

= ૮૨૫ × ૧૪૪ × ૧

= ૧૧૮૮૦૦ ફુટ–પૌંડ

એક ઘનફુટ મીઠાં પાણીનાં ૬$\frac{૧}{૪}$ ગેલન થાય છે.

∴ એક ગેલન પાણી વડે થતું કામ= $\frac{૧૧૮૮૦૦}{૬·૨૫}$

= ૧૯૦૦૮ ફુટ–પૌંડ

દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ ૮૨૫ પૌંડનાં દબાણવાળા ૧૦૦૦ ગેલન વડે થતું કામ = ૧૯૦૦૮ × ૧૦૦૦ ફુટ–પૌંડ.

= ૧૯૦૦૮૦૦૦ ફુટ–પૌંડ.

અને ૧૯૦૦૮૦૦૦ ફુટ–પૌંડ કામ એક રૂપીઆની કિંમતમાં મળે છે.

∴ એક આના દીઠ મળતું કામ = $\frac{૧૯૦૦૮૦૦૦}{૧૬}$

= ૧૧૮૮૦૦૦ ફુટ–પૌંડ

દાખલો ૩૧—એક કલાક સુધી એક હોર્સ પાવરનો ખર્ચ કરવામાં આવે છે તો તે શક્તિ (energy) ફુટ–પૌંડમાં દર્શાવો ? એક હાઇડ્રોલીક કુમ્પની દર ચોરસ ઇંચે ૬૫૦ પૌંડ દબાણનું ૧૦૦૦ ગેલન પાણી ૧૮ આનાની કિંમતે પુરૂં પાડે તો દર કલાકે દર હોર્સ પાવર દીઠ કેટલો ખર્ચ આવશે ? બીજી કુમ્પની ૨૮૦ ફુટના " હેડ " (head)નું પાણી પુરૂં પાડે છે તો તે પાણી દર ૧૦૦૦ ગેલન દીઠ શું ભાવે ખરીદ કરવું જોઈએ કે જેથી પહેલાનાં જેટલી કિંમતમાં જોઈતી શક્તિ (energy) મળી શકે.

(૧) એક કલાકમાં એક હોર્સ પાવર અથવા એક હોર્સ પાવર–અવરની શક્તિ = ૩૩૦૦૦ × ૬૦

= ૧૯૮૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ

(૨) દર ચો. ઇંચ દીઠ ૬૫૦ પૌંડવાળાં એક ઘનફુટ પાણી વડે થતું કામ = દર ચો. ફુટ ઉપરનું દબાણ × પસાર થતું ઘનમાપ અથવા વોલ્યુમ ઘનફુટમાં (જે અત્રે ૧ ઘનફુટ છે.)

= ૬૫૦ × ૧૪૪ × ૧ = ૯૩૬૦૦ ફુટ–પૌંડ

ફુટ–પૌંડ ફુટ–પૌંડ ગેલન

૯૩૬૦૦ : ૧૯૮૦૦૦૦ : : ૬.૨૫ : દર કલાકે દર હોર્સ પાવર દીઠ ખપતું પાણી ગેલનમાં

∴ દર કલાકે દર હોર્સ પાવર દીઠ ખપતું પાણી ગેલનમાં =

$$= \frac{૧૯૮૦૦૦૦ \times ૬.૨૫}{૯૩૬૦૦} = \frac{૧૨૩૭૫૦}{૯૩૬} \text{ ગેલન}$$

ગેલન ગેલન આના

૧૦૦૦ : $\frac{૧૨૩૭૫૦}{૯૩૬}$: : ૧૮ : દર કલાકે દર હો. પા. દીઠ ખર્ચ આનામાં

∴ દર કલાકે દર હો. પા. દીઠ કિંમત (ખર્ચ) $= \frac{૧૨૩૭૫૦ \times ૧૮}{૯૩૬ \times ૧૦૦૦}$

= ૨.૩૮ આના

(૩) નોટ—મીઠાં પાણીનો એક સ્થંભ કે જેનું ક્ષેત્રફળ એક ચોરસ ઈંચ અને ઉંચાઈ ૨·૩૦૪ ફુટ હોય તેનું વજન એક પૌંડ થાય છે, એટલે તે દર ચોરસ ઈંચ ઉપર એક પૌંડનું દબાણ કરે છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો જે ઉંચાઈએ પાણીને ટાંકી અથવા કોઈ વાસણમાં મુકવામાં આવ્યું હોય તો તે ઉંચાઈનાં દર ૨·૩૦૪ ફુટ દીઠ તે દર ચોરસ ઈંચે એક પૌંડનું દબાણ કરે છે, અથવા તે પાણીનું દબાણ દર ચોરસ ઈંચે ૧ પૌંડ છે, અને આ ઉંચાઈને "હેડ" ("head") કહેવામાં આવે છે.

આ દાખલામાં પાણીનો "હેડ" ૨૮૦ ફુટ છે.

∴ ૨૮૦ ફુટના "હેડ"વાળા પાણીનું દર ચોરસ ઈંચ દીઠ દબાણ $= \frac{૨૮૦}{૨·૩૦૪} =$ ૧૨૧·૫ પૌંડ દર ચો. ઈંચ દીઠ

જો અમુક કામ કરવા માટે દર ચોરસ ઈંચ દીઠ ૬૫૦ પૌંડ દબાણવાળું ૧૦૦૦ ગેલન પાણી ખપે તો તેટલુંજ કામ કરવા માટે દર ચોરસ ઈંચે ૧૨૧·૫ પૌંડ દબાણવાળું પાણી એક હજાર ગેલન કરતાં વધુ ગેલન ખપશે, એટલે વ્યસ્થ (ઉલટું) પ્રમાણ થશે.

પૌંડ દબાણ   પૌંડ દબાણ   ગેલન

∴ ૧૨૧·૫ : ૬૫૦ : : ૧૦૦૦ : દર ચો. ઈંચે ૧૨૧·૫ પૌંડ દબાણવાળા પાણીનાં ખપતા ગેલન

∴ દર ચો. ઈંચે ૧૨૧·૫ પૌંડ દબાણવાળા પાણીનો જોઈતો

જથ્થો ગેલનમાં $= \frac{૬૫૦ \times ૧૦૦૦}{૧૨૧·૫} = \frac{૬૫૦૦૦૦}{૧૨૧·૫}$ ગેલન

પણ આપણને પહેલાંનાં જેટલીજ કિંમતમાં શક્તિ મેળવવાની છે, માટે ૨૮૦ ફુટનાં "હેડ"વાળું $\frac{૬૫૦૦૦૦}{૧૨૧·૫}$ ગેલન પાણી ૧૮ આનાની કિંમતે ખરીદવું જોઈએ.

ગેલન   ગેલન   આના

∴ $\frac{૬૫૦૦૦૦}{૧૨૧·૫}$: ૧૦૦૦ : : ૧૮ : ૨૮૦ ફુટનાં "હેડ"વાળાં પાણીનાં દર એક હજાર ગેલન દીઠ કિંમત

∴ ૨૮૦ ફુટનાં "હેડ"વાળાં પાણીનાં દર એક હજાર ગેલન

દીઠ કિંમત $= \frac{૧૦૦૦ \times ૧૮ \times ૧૨૧·૫}{૬૫૦૦૦૦} =$ <u>૩·૩૬ આના</u>

એકસસાઇઝ ૨૭.

૧. કામનો એકમ એટલે શું? ૫૦ પૈાંડનું વજન ૧૫ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડતાં કેટલું કામ થશે?

૨. એક માણસ કે જેનું પોતાનું વજન ૧૩૦ પૈાંડ છે તે ૪૦ પૈાંડનાં વજનની પોતાની બાઇસીકલને મોહલ્લાની સપાટીથી ૨૦ ફુટ ઉંચે આવેલા માળ ઉપરનાં ઓરડામાં ઉંચકીને લઈ જાય છે, તો તે માણસને કેટલા ફુટ-પૈાંડ કામ કરવું પડશે?

૩. એક ઘોડો ભારવાળાં ગાડાંને ખેંચી જવામાં ૧૨૦ પૈાંડનું ચાલુ ખેંચાણ કરે છે. જો ઘોડો દર કલાકે ૩ માઇલની ઝડપે દોડે તો ૧૫ મીનીટમાં કેટલું કામ થશે?

૪. જોર (force) અને જોર વડે થયલું કામ (work) વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. એક ઘોડો દર કલાકે ૩ માઇલની ઝડપે દોડી ૫ મીનીટમાં ૩૫૫૫૦ ફુટ-પૈાંડ કામ કરે છે, તો તે ઘોડો ચાલુ ખેંચાણ કેટલું કરતો હશે?

૫. એક ઘોડો પુલી ઉપરથી પસાર થતાં દોરડાંની મદદ વડે કુવામાંથી પાણી ખેંચવા માટે કામે લગાડવામાં આવ્યો છે. એમ માલમ પડયું છે કે તે ઘોડો ૧૦ મીનીટમાં ૨૨૮૮૦૦ ફુટ-પૈાંડ કામ કરે છે, અને તેમ કરતાં તે ૧૦૪ પૈાંડનું ચાલુ ખેંચાણ કરે છે, તો તે દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે દોડતો હશે?

૬. એક ફીડ પમ્પ એક બોયલરમાં પાણી પુરૂં પાડે છે. તે બોયલરમાં દબાણ વાતાવરણ ઉપરાંત દર ચોરસ ઈંચે ૧૬૦ પૈાંડ છે, તો બોયલરમાં પુરાં પાડેલાં દર પૈાંડ પાણી દીઠ કેટલા ફુટ-પૈાંડ કામ થશે.

૭. એક પન્ચીંગ મશીન (પંચ વડે વેહ પાડવાનું યંત્ર) ઉપર એક ફ્લાઈ વ્હીલ આપેલું છે, કે જે ફ્લાઈ વ્હીલને ત્રણ મીનીટમાં

પંચ વડે બે વેહ પાડે એટલી ઝડપે એક એનજીન વડે ચલાવવામાં આવે છે. જે પ્લેટમાં વેહ પાડવાનાં છે તેની જાડાઈ એક ઈંચિ છે, અને એમ ગણત્રી કરવામાં આવી છે કે આ મશીન એક ફુટને અંતરે ૬૯ ટનનું સરેરાસ દબાણ કરે છે, તો એક મીનીટમાં તે મશીન વડે થતું સરેરાસ કામ શોધો ? વળી તે મશીનને ચલાવવા માટે કેટલા હોર્સ પાવર જોઈશે ?

૮. ૨૦ ફુટ લાંબો એક સરખો બીમ કે જેનું વજન ૩૦ હંડ્રેડવેટ છે તે જમીન ઉપર આડો પડેલો છે, તો આ બીમને તેનાં એક છેડા ઉપર ફેરવીને ઉપાડી ઉભી દિશામાં ઉભો કરતાં કેટલું કામ થશે ?

(નોટ—બીમનું ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ તેનાં કોઈપણ એક છેડાથી ૧૦ ફુટ દુર છે. એટલે આ બીમનું સઘળું વજન જાણે ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ ઉપર કાર્ય કરે છે. વળી બીમને ઉપાડવાની ક્રિયા દરમ્યાન આ ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ એક આર્ક (arc) દોરે છે જે વર્તુલનાં પરિધનો પા ભાગ છે, અને આ વર્તુલનું મધ્ય બીમનાં છેડા આગળ જમીન સાથે સંબંધમાં છે, તેટલા માટે જે ઉભી ઉંચાઈએ ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ ઉપાડવામાં આવે છે તે ૧૦ ફુટ છે).

૯. એક પંપનાં બેરલનો વ્યાસ ૮ ઈંચિ છે, અને તે ૫૪ વારની ઉંચાઈએ પાણીને ઉપાડે છે, તો ઉપાડવામાં આવતા પાણીનાં સ્થંભ (Column)નું વજન શોધો ? આ પંપનો સ્ટ્રોક ૯ ઇંચ, અને દર મીનીટે સ્ટ્રોકની સંખ્યા ૮ હોય તો એક કલાકમાં થયલું કામ શોધો ?

૧૦. નીચે આપેલી સંજ્ઞાઓ (Terms) સમજાવો:—

ફોર્સ, વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ, કામનો એકમ, અને હોર્સપાવર.

એક પુલી ઉપર ફરતા પટાની ઝડપ દર મીનીટે ૭૫૦ ફુટ છે. અને તે ઉપર કાર્યસાધક તાણ અથવા ખેંચાણ ૫૨૮ પૌંડ છે, તો તે પટો કેટલા હોર્સપાવરનો સંચાર કરશે?

૧૧. એક પટો ૭ હોર્સપાવરનો સંચાર કરે છે, અને તેની ઝડપ દર મીનીટે ૬૦૦ ફુટ છે. પટાની પહોળાઈ ૫ ઈંચિ છે, તો પટાની પહોળાઈનાં દર ઈંચિ દીઠ તે ઉપર આવતું કાર્યસાધક તાણ શોધો ?

૧૨. એક પટો ૧૦ હોર્સપાવરનો સંચાર કરે છે, અને તે ઉપર આવતું કાર્યસાધક તાણ તેની પહોળાઈનાં દર ઈંચિ દીઠ ૫૦ પૈાંડ છે. પટાની પહોળાઈ ૮ ઈંચિ છે, તો તે પટો દર મીનીટે કેટલા ફુટની ઝડપે ચાલશે?

૧૩. ૧૪ બ્રેક હોર્સપાવરનાં એક ઓઇલિ એનજીનની પુલી ઉપરથી તે ઉપર ફરતા પટાની મદદ વડે કારખાનાને ચલાવનારી શાફ્ટ ઉપર પાવરનો સંચાર કરવામાં આવે છે. એનજીનની પુલીનો વ્યાસ ૩૬ ઈંચિ છે, અને તે દર મીનીટે ૨૦૦ આંટા અથવા રેવોલ્યુશન્સ કરે છે, તો પુલીની રીમને નડતો અવરોધ કેટલા પૈાંડ હશે ?

૧૪. એક એનજીનનાં ફ્લાઈ વ્હીલનો વ્યાસ ૧૨ ફુટ છે, અને તે દર મીનીટે ૫૦ આંટા ફરે છે. તેની રીમ ઉપર ફરતાં દોરડાં વડે બીજી પુલી ઉપર પાવરનો સંચાર કરવામાં આવે છે. દોરડાં ઉપરનું ચલાવનારૂં જોર ૧૮૦ પૈાંડ છે એમ ગણત્રીથી માલમ પડયું છે, તો કેટલા હોર્સપાવર સંચાર થયા હશે ?

૧૫. એક સ્ટીમ એનજીનનાં પીસ્તનનું ક્ષેત્રફળ ૮૨૫ ચોરસ ઈંચિ છે, અને વરાળનું સરેરાસ દબાણ દર ચોરસ ઈંચે ૩૫ પૈાંડ છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૪૮ ઈંચિ છે અને દર મીનીટે રેવોલ્યુશન્સની સંખ્યા ૯૦ છે, તો તે એનજીનનાં હોર્સપાવર શોધો ?

૧૬. એક એનજીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૩૦ ઈંચિ છે, અને પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું સરેરાસ દબાણ દર ચોરસ ઈંચિ ૧૧૦ પૈાંડ છે. ક્રેંકની લંબાઈ ૧૫ ઈંચિ, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૪૦ છે, તો હોર્સપાવર શોધો ?

૧૭. ૧૫૦ હોર્સપાવરનાં એક એનજીનનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૨૭ ઈંચિ છે, અને પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું વરાળનું સરેરાસ દબાણ ૪૦ પૈાંડ છે. જો દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૭૦ હોય તો સ્ટ્રોકની લંબાઈ શોધો ?

૧૮. એક સ્ટીમ એનજીન ૯૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે. પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું વરાળનું સરેરાસ દબાણ દર ચોરસ ઈંચે ૪૨ પૌંડ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૩૦ ઇંચિ છે, અને દર મીનીટે થતા સ્ટ્રોકની સંખ્યા ૧૪૦ છે, તો સીલીન્ડરનો વ્યાસ કેટલો હશે?

૧૯. બે સીલીન્ડરવાળાં એક લોકોમોટીવ એન્જીનમાં દરેક સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૧૭ ઈંચ છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨૪ ઈંચિ, અને સરેરાસ કાર્યસાધક દબાણ દર ચોરસ ઇંચે ૮૦ પૈાંડ છે. ડ્રાઈવીંગ વ્હીલનો વ્યાસ ૬ ફુટ, અને એનજીન તથા ત્રેનની ઝડપ દર કલાકે ૩૦ માઇલ છે, તો તે એનજીનનાં હોર્સપાવર શોધો?

૨૦. એક એનજીનનાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૨૨ ઈંચિ છે, અને સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૩૦ ઈંચિ છે. તે એનજીન દર મીનીટે ૮૦ આંટા ફરી ૧૬૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે, તો પીસ્તનનાં ક્ષેત્રફળનાં દર ચોરસ ઈંચ દીઠ વરાળનું સરેરાશ દબાણ કેટલું હશે?

૨૧. એક ગેસ એનજીનની ક્રેંક શાફ્ટ દર મીનીટે ૧૫૦ આંટાની ઝડપે ફરી એક સરખી રીતે ૨૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે, તો દર "સાઇકિલ" દીઠ કેટલા ફુટ–પૌંડ કામ આપશે?

૨૨. એક એનજીનની ક્રેંક ૯ ઇંચિ લાંબી છે, અને ક્રેંકપીન ઉપર સ્પર્શરેખા (tangent)ની દિશામાં કાર્ય કરતું સરેરાસ ચલાવનારૂં દબાણ અથવા બળ ૧૨૦૦ પૌંડ છે. ક્રેંકશાફ્ટ દર મીનીટે ૨૦૦ આંટા ફરે છે, તો (૧) એક આંટા એટલે રેવોલ્યુશનમાં થતું કામ શોધો, (૨) એક મીનીટમાં થતું કામ શોધો, અને (૩) એનજીનનાં હોર્સપાવર શોધો?

૨૩. એક ૧૫ હોર્સપાવરનું એનજીન ૧૨૦ ફેધમની ઉંડાઈએથી કેટલા ગેલન પાણી ઉપાડી શકશે?

૨૪. દોઢ ટનનાં વજનની એક મશીનરીની પેટીને એક ક્રેનની મદદ વડે ૨૦ સેકન્ડમાં ભોંયતળીએથી ૬૦ ફુટ ઉંચે આવેલા માળ ઉપર ઉપાડી મુકવામાં કેટલા હોર્સપાવરનો ખર્ચ થશે?

૨૫. ૩ હોર્સપાવરનું એક એનજીન ૯૦ ફેધમ ઉંડી ખાણમાંથી દર કલાકે કેટલા હન્ડ્રેડવેટ કોલસો ઉપાડી શકશે ?

૨૬. એક એનજીન વડે ૪૨૨૪ ઘનફુટ પાણીને એક કલાકમાં ૩૦ વારની ઉંડાઈએથી ઉપાડવું છે, તો આ કામ માટે કેટલા હોર્સ પાવરનું એનજીન જોઈશે ?

૨૭. એક એકસપ્રેસ ટ્રેનને દર કલાકે ૪૦ માઇલની ઝડપે દોડાવવા માટે તેનાં એનજીનને ૧૯૨ હોર્સપાવરનો ખર્ચ કરવો પડે છે, તો તે એનજીનને પોતાનું તેમજ પોતાની પાછળ જોડેલી ટ્રેનનું વજન ખેંચવા માટે કેટલા પૈાંડનું ચાલુ ખેંચાણ કરવું પડશે ?

૨૮. એક ખાણમાંથી ચાર જુદી જુદી સપાટીએથી પાણી પમ્પ વડે બહાર કાઢવાનું છે, જે સપાટીઓ અનુક્રમે ૪૦, ૫૦, ૬૦, અને ૮૦ ફેધમ ઉંડી છે. પહેલીમાંથી ૨૫૦ ઘનફુટ, બીજીમાંથી ૩૦૦ ઘનફુટ, ત્રીજીમાંથી ૪૨૫ ઘનફુટ, અને ચોથીમાંથી ૬૦૦ ઘનફુટ પાણી દર કલાકે બહાર કાઢવાનું છે, તો આ કામ મટે જોઈતા એનજીનનાં હોર્સપાવર શોધો.

૨૯. એક કુવામાં પાણીની સપાટી ૨૦ ફુટ ઉંડી છે, અને જ્યારે તેમાંથી ૫૦૦ ગેલન પાણી પમ્પ વડે બહાર કાઢયું ત્યારે પાણીની સપાટી ૨૬ ફુટ નીચે ઉતરી છે, તો આ ક્રિયા દરમ્યાન કેટલા ફુટ–પૈાંડ કામ થશે ?

૩૦. એક ૫ ફુટ વ્યાસનાં અને ૭૫ ફુટ ઉંડા પાણીથી છલાછલ ભરેલા કુવામાંથી સઘળાં પાણીને પમ્પ વડે બહાર કાઢતાં કેટલા ફુટ–પૈાંડ કામ થશે ?

૩૧. ૫૦ ફુટ ઉંચી, ૧૨ ફુટ લાંબી, અને ૨$\frac{1}{2}$ ફુટ જાડી ઇંટની દીવાલ બાંધવા માટે ઈંટ વીગેરે સામનને ઉપાડવામાં કેટલા ફુટ–પૈાંડ કામ થશે ? એક ઘન ફુટ ઈંટનાં બાંધકામનું વજન ૧૧૨ પૈાંડ છે.

૩૨. એક સાંકળ કે જેનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૧૦ પૈાંડ છે તેને એક છેડેથી એક ડ્રમ ઉપરથી લટકાવવામાં આવી છે. સાંકળની

લંબાઈ ૨૪૦ ફુટ છે, તો તે સાંકળને ડ્રમ ઉપર લપેટતાં કેટલું કામ થશે ?

૩૩. એક સાંકળ જે ૩૦ ફુટ લાંબી છે તે જમીન ઉપર ગુંછળું વળીને પડેલી છે, તેનું વજન દર વારની લંબાઈ દીઠ ૧૦૦ પૈાંડ છે, તેા તે સાંકળનેા ઉપલેા છેડેા પકડી તેને જમીન ઉપરથી ઉપાડતાં કેટલું કામ થશે ?

૩૪. એક દેારડાંને ડ્રમ ઉપર વિંટાળી તેને છેડે બાંધેલું ૩ હંન્ડ્રેડ-વેટનું વજન ૬૫ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવામાં આવે છે. દેારડાંનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૪ પૈાંડ છે, તેા (૧) જ્યારે તે દેારડાંને ડ્રમ ઉપર પુરેપુરૂં વિંટાળવામાં આવે ત્યારે કેટલું કામ થશે, અને (૨) તે દેારડાંની ૪૦ ફુટ લંબાઈ વિંટાળવામાં આવે ત્યારે કેટલું કામ થશે ?

૩૫. એક સાંકળને એક છેડેથી ડ્રમ ઉપર લટકાવી છે. તેની લંબાઈ ૧૫૦ ફુટ છે, અને તેનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૮ પૈાંડ છે, તેા (૧) તે સાંકળ ડ્રમ ઉપર વિંટાળતાં કેટલું કામ થશે ? અને (૨) તે સાંકળનાં નીચલા છેડાને તે ઉપલા છેડાને જઈ મળે તેમ ઉપાડતાં કેટલું કામ થશે ?

૩૬. એક સાંકળ કે જેનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૧૦ પૈાંડ છે, તે એક ડ્રમ ઉપરથી એવી રીતે પસાર થયલી છે કે એક બાજુ ઉપર ૧૮ ફુટ અને બીજી બાજુ ઉપર ૮ ફુટ લટકતી રહે છે. જો હવે તે ડ્રમને એવી રીતે ફેરવીએ કે જેથી સાંકળનેા ઉપલેા છેડેા નીચલા છેડાથી ૨ ફુટ ઉપર રહે તેા તે ક્રિયામાં કેટલું કામ થશે ?

૩૭. એક દેારડું L ફુટ લાંબું છે, અને તેનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ W પૈાંડ છે. તેને એક છેડેથી બેરલ ઉપરથી લટકાવેલું છે, તેા તે દેારડું તેની લંબાઈનાં N ફુટ વિંટાળતાં કેટલું કામ થશે, તથા સંપૂર્ણ વિંટાળતાં કેટલું કામ થશે ?

૩૮. જો L=૧૦૦ ફુટ, W=૧૦ પૈાંડ, અને N=૬૦ ફુટ હેાય તેા થયલું કામ દાખલા ૩૭માં આવેલી ફેારમ્યુલા લાગુ પાડી નક્કી કરેા.

૩૯. એક સાંકળનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૫ પૈાંડ છે અને તેને ડ્રમ ઉપર એક છેડેથી લટકાવેલી છે. તે સાંકળની લંબાઈ ૨૪૦

ફુટ છે, તો તેની દરેક ૬૦ ફુટ લંબાઈ વિંટાળતાં કેટલું કામ થશે? વળી તે સાંકળ આખી વિંટાળતાં જે કામ થાય તેનું બેવડું કામ થવા માટે સાંકળની લંબાઈ કેટલી હોવી જોઈએ?

૪૦. ૨૫ પૈાંડનું જોર એક સર્પાકાર સ્પ્રીંગ (Spiral Spring) ને એક ઇંચિ લંબાવે છે, તો તેને વારાફરતી ૧ ઇંચિ, ૨ ઇંચિ, ૪ ઇંચિ, ૫ ઇંચિ, અને ૭ ઇંચિ લંબાવતાં કેટલા ઇંચિ–પૈાંડ કામ થશે?

૪૧. ૫ હંડ્રેડવેટ વજનનાં પદાર્થને ૭૦ ફેધમની ઉંડાઈએથી એક દોરડાં વડે ઉપાડવામાં આવે છે, જે દોરડાંનું વજન દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૧·૫ પૈાંડ છે, તો કેટલા કામનાં એકમનો ખર્ચ થશે? અને તે પદાર્થને ૬ મીનીટમાં ઉપાડતાં કેટલા હોર્સપાવર જોઈશે?

૪૨. બે ધન ટાંકીઓ જેમનાં તળીયાં અનુક્રમે ૫ ફુટ અને ૧૦ ફુટ ચોરસ છે તેમને એક બીજી ઉપર એવી રીતે મુકેલી છે કે મોટી ટાંકીનું તળીયું નાની ટાંકીનાં તળીયાંથી ૧૫ ફુટ ઉંચે રહે છે. નાની ટાંકી પાણીથી ભરેલી છે, અને તે ટાંકીમાંનું પાણી ખાલી કરી ઉપલી ટાંકીમાં પમ્પ વડે ભરવું છે, તો તે ક્રિયામાં કેટલું કામ થશે? વળી આ કામ ૧૦ મીનીટમાં પુરૂં કરતાં કેટલા હોર્સપાવરનો ખર્ચ થશે?

૪૩. એક પ્લેનીંગ મશીન કે જે બન્ને દીશામાં કાપે છે તેની ટેબલની ચાલ (travel) ૯ ફુટ છે. કાપતી વેળાએ ઓજાર (tool) ને નડતો અવરોધ ૪૦૦ પૈાંડ છે એવી ગણત્રી કરવામાં આવી છે. જો એક કલાકમાં થતા બેવડા સ્ટ્રોકની સંખ્યા ૪૦ હોય તો તે મશીન કેટલા હોર્સપાવર ખપાવશે તે શોધો.

૪૪. ૨૦ ફુટ લાંબી, ૧૦ ફુટ પહોળી, અને ૮ ફુટ ઉંડી એક ટાંકીને ૮ ફુટ વ્યાસનાં અને ૪૦ ફુટ ઉંડા એક કુવામાંથી પાણી પંપ વડે ખેંચી ભરવાની છે. ધારો કે ટાંકી ભરવાની ક્રિયા દરમ્યાન કુવામાં પાણી વહેતું નથી, તો કુવામાં પાણીની સપાટી કેટલા ફુટનીચે ઉતરશે? જો આ ક્રિયાની શરૂઆતમાં ટાંકીનું તળીયું કુવામાંનાં પાણીની સપાટીથી ૩૬ ફુટ ઉંચે હોય તો તે ટાંકી ભરવામાં કેટલા કામનાં એકમ ખર્ચ થશે?

૪૫. ૨૨ ફુટ લાંબી, ૧૪ ફુટ પહોળી અને ૧૨ ફુટ ઉંડી એક ટાંકીને ૭ ફુટ વ્યાસનાં એક કુવામાંથી પાણી પમ્પ વડે ખેંચી ભરવાની છે. જ્યારે ટાંકી ભરવાની ક્રિયા શરૂ કરવામાં આવી ત્યારે ટાંકીનું તળીયું કુવામાંનાં પાણીની સપાટીથી ૧૦૦ ફુટ ઉપર છે. કુવામાં દર કલાકે ૪૬૨ ઘનફુટની ઝડપે પાણી વહે છે. ધારો કે ટાંકી ભરવા માટે ૩૦ મીનીટ લાગે તો આ ક્રિયામાં થયલું કામ શોધો ?

૪૬. દર ચોરસ ઈંચે ૮૦૦ પૈાંડનાં દબાણનું પાણી એક ચોરસ ફુટ ક્ષેત્રફળવાળા પીસ્તન ઉપર એક ફુટનાં સ્ટ્રોકની લંબાઈ સુધી કાર્ય કરે છે, તો આવાં એક ઘનફુટ અને એક ગેલન પાણી કેટલું કામ કરશે ? જો એક હાઇડ્રોલીક કુમ્પની (પાણી પુરૂં પાડનારી કું.) એવાં ૧૦૦૦ ગેલન પાણીની કિંમત સવા રૂપીઓ લે તો એક આના દીઠ કેટલું કામ મળશે ?

૪૭. "હોર્સ પાવર–અવર" એટલે શું ? આ શક્તિને ફુટ–પૈાંડમાં દર્શાવો ? એક હાઇડ્રોલીક કુમ્પની દર ચોરસ ઇંચે ૯૨૫ પૈાંડ દબાણનું ૧૦૦૦ ગેલન પાણી દોઢ રૂપીઆની કિંમતે વેચે છે, તો દર કલાકે દર હોર્સ પાવર દીઠ કેટલો ખર્ચ થશે ? બીજી કુમ્પની ૩૮૦ ફુટનાં "હેડ"નું પાણી પુરૂં પાડે છે, તો તે પાણી દર ૧૦૦૦ ગેલન દીઠ શા ભાવે ખરીદ કરવું જોઈએ કે જેથી પહેલાંનાં જેટલીજ કિંમતમાં જોઈતી શક્તિ (energy) મળી શકે.

પ્રકરણ ૫મું

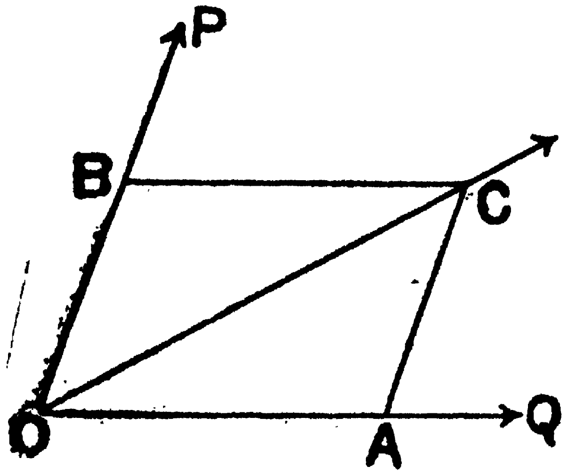
પેરેલેલોગ્રામ ઓફ ફોર્સીસ, ત્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસ, અને પોલીગોન ઓફ ફોર્સીસ.

પ્રકરણ ત્રીજામાં એક જોરને દિશા અને મહત્વતામાં એક સીધી લીટી વડે કેવી રીતે દર્શાવી શકાય તે વિશે, તથા સાધનબળ એટલે કમ્પોનન્ટ્સ અને લબ્ધબળ એટલે રીઝલ્ટન્ટ વિશે સમજાવ્યું છે. હવે આપણે પેરેલેલોગ્રામ, ત્રાયએંગલ અને પોલીગોન ઓફ ફોર્સીસ વિશે સમજાવીશું.

જ્યારે જોરો એક બીજાને સંબંધે લેતાં ખૂણા પડતી દિશામાં કાર્ય કરે ત્યારે નીચે આપેલો સિદ્ધાંત (proposition) કેજેને **"પેરેલેલોગ્રામ ઓફ ફોર્સીસ" (parallelogram of forces)** કહે છે તેનાં વડે આપણે બે જોરાનાં રીઝલ્ટન્ટને અત્યંતતા અને દિશામાં શોધવા શક્તિમાન થઈશું.

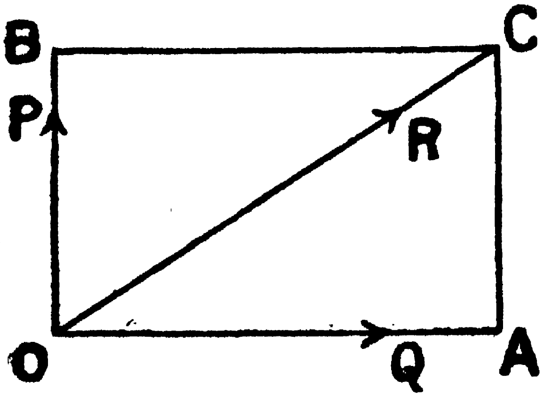
પેરેલેલોગ્રામ ઓફ ફોર્સીસ—જો બે જોરો એકી વેળાએ એક બિંદુ ઉપર કાર્ય કરે અને તેઓ મહત્વતા અને દિશા એ બન્નેમાં પેરેલેલોગ્રામની પાસે પાસે આવતી બાજુઓ વડે દર્શાવાય તો આ જોરોના રીઝલ્ટન્ટને પેરેલેલોગ્રામનાં કર્ણ (diagonal) કે જે તેમનાં છેદન બિંદુમાંથી પસાર થાય છે તેના વડે અત્યંતતા અને દિશામાં દર્શાવી શકાય.

દાખલા તરીકે આકૃતિ ૪૮માં દેખાડયા પ્રમાણે ધારો કે બે જોરો P અને Q એક બિંદુ O ઉપરથી કોઈપણ સુગમ પડતે ખૂણે, કહો કે ૬૦° ને ખૂણે કાર્ય કરે છે, તો કોઈપણ સ્કેલે OBને Pનાં પ્રમાણમાં અને OAને Qનાં પ્રમાણમાં માપો, અને પેરેલેલોગ્રામ OACB સંપૂર્ણ કરો, તથા OCને જોડો. ત્યારે OC લીટી અત્યંતતા અને દિશા એ બન્નેમાં તેજ સ્કેલે રીઝલ્ટન્ટ R દર્શાવે છે.



આકૃતિ ૪૮

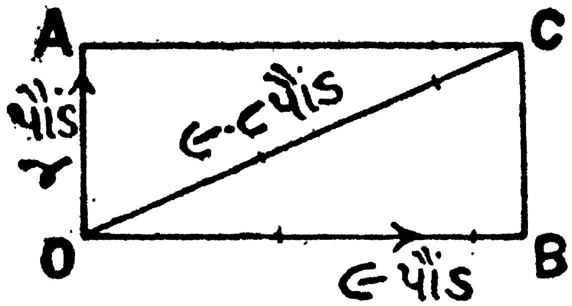
એક જોર અથવા લબ્ધબળ એટલે રીઝલ્ટન્ટનાં સાધનબળ એટલે કમ્પોનન્ટ્સ(components)શોધવા વિષે—જેમ આપણે આગળ શીખી ગયા કે રીઝલ્ટન્ટ (resultant લબ્ધબળ) તેનાં કમ્પોનન્ટ્સ (સાધનબળ)નાં જેટલીજ અસર ઉત્પન્ન કરે છે, ત્યારે આપણે એક દાખલો ગણવામાં ગમે તો રીઝલ્ટન્ટ અથવા ગમે તો તેનાં કમ્પોનન્ટ્સ વાપરી શકીએ. આપેલાં એક જોરને બદલે તેનાં કમ્પોનન્ટ્સ બે આપેલી લીટીની દિશામાં વારંવાર સગવડ ભરેલી રીતે મુકી શકાય કે જે લીટીઓ હમેશાં એક બીજીને કાટખૂણે લેવામાં આવે છે. આ પ્રમાણે જો O બિંદુએ કાર્ય કરતું એક જોર R આપેલું હોય, તો આપણે તે જોર Rને બદલે OA અને OB લીટીમાં કાર્ય કરતાં જોરો ઘણી સવળ ભરેલી રીતે લઈ શકીએ. જુઓ આકૃતિ ૪૯. ત્યારે લીટી OC=R લઈએ અને પેરેલેલોગ્રામ OBCA સંપૂર્ણ કરીએ તો બે જોર P=OB



આકૃતિ ૪૯

અને Q = OA આપણને મળે છે, જે જોરો જો Rને બદલે લઈએ તો બિંદુ O ઉપર જે અસર જોર R' વડે ઉત્પન્ન થાય તેજ અસર આ બે જોરો ઉત્પન્ન કરશે.

દાખલો ૧—૪ પૌંડ અને ૯ પૌંડનાં બે જોરો એક બીજાને કાટખૂણાની દિશામાં એક ખીલાને ખેંચે છે, તો તેમનો રીઝલ્ટન્ટ શોધો?



આકૃતિ ૫૦

આકૃતિ ૫૦માં દેખાડ્યા પ્રમાણે કોઈપણ સ્કેલે કહોકે ૪ પૌંડ = ૧ ઇંચનાં સ્કેલે આપેલા ૪ પૌંડ અને ૯ પૌંડનાં જોરો દર્શાવનારી લીટીઓ OA અને OB દોરો; ત્યારે લીટી OAને એક ઇંચ અને લીટી OBને ૨$\frac{૧}{૪}$ ઇંચ લાંબી દોરો, અને પેરેલેલોગ્રામ OACB સંપૂર્ણ કરો. ત્યારે કર્ણ (diagonal) OC તેજ સ્કેલે રીઝલ્ટન્ટ (resultant) R દર્શાવે છે. લીટી OCને માપતાં તેની લંબાઈ લગભગ ૨$\frac{૨૯}{૬૪}$ ઇંચ આવે છે, ત્યારે આપણે ૪ પૌંડ=૧ ઇંચનો સ્કેલ લીધો છે, તો

$$૧'' : ૨\frac{૨૯}{૬૪}'' :: ૪ \text{ પૌંડ} : R$$

$$\therefore R = ૪ \times \frac{૧૫૭}{૬૪} = \frac{૧૫૭}{૧૬}$$

$$= \underline{૯.૮ \text{ પૌંડ}}$$

રીઝલ્ટન્ટ Rને ગણત્રીથી શોધવાની રીતઃ—

કાટકોણત્રિકોણનાં નિયમ પ્રમાણે—

$$(\text{કર્ણ})^૨ = (\text{પાયો})^૨ + (\text{ઉંચાઈ})^૨$$

$$OC^૨ = OB^૨ + BC^૨$$

$$= OB^૨ + OA^૨$$

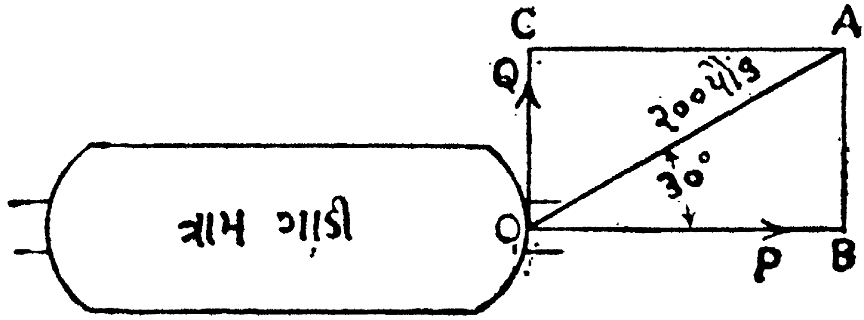
$$= ૯^૨ + ૪^૨$$

$$\therefore OC^૨ = ૮૧ + ૧૬$$

$$\therefore OC = \sqrt{૯૭} = ૯.૮ \text{ પૌંડ}$$

$$\therefore \underline{R = ૯.૮ \text{ પૌંડ}}$$

દાખલો ૨—એક ઘોડો પાટા (rails)ની સાથે ૩૦°ને ખૂણેની દીશામાં ૨૦૦ પૌંડનું ખેંચાણ કરી એક ટ્રામને પાટા ઉપર ખેંચે છે, તો તે ટ્રામને આગલ ચલાવનારૂં જોર અને તેને પાટા ઉપરથી ઉપાડવાનું વલણ કરતું જોર શોધો ?



આકૃતિ ૫૧

આકૃતિ ૫૧માં દેખાડ્યા પ્રમાણે કોઈ પણ સ્કેલે, કહો કે ૫૦ પૌંડ=૧ ઈંચનાં સ્કેલે, પાટાની દીશા દર્શાવતી આડી લીટી OBને ૩૦°નાં ખૂણે ૨૦૦ પૌંડનું જોર દર્શાવનારી લીટી OA દોરો. આ લીટીની લંબાઈ ૪ ઈંચ કરો. OB લીટીને કાટખૂણે OC લીટી દોરો અને પેરેલેલોગ્રામ OCAB સંપૂર્ણ કરો. ત્યારે તેજ સ્કેલે લીટી OB પાટાની દીશાએ ટ્રામને ખેંચવાનું વલણ કરતું જોર P દર્શાવે છે, અને લીટી OC ટ્રામને પાટા ઉપરથી ઉપર ઉપાડવાનું વલણ કરતું જોર Q દર્શાવે છે. ૫૦ પૌંડ=૧ ઈંચનાં સ્કેલે લીટી OC અને OB માંપતાં,

<u>Q = ૧૦૦ પૌંડ</u> અને <u>P = ૧૭૩·૨ પૌંડ</u> આવશે.

ગણત્રી પ્રમાણે શોધતાં—

કાટકોણ ત્રિકોણ OABમાં ખૂણો AOB ૩૦°નો છે, અને ખૂણો ABO ૯૦°નો છે, ત્યારે તેની બાજુઓનું પ્રમાણ નીચે પ્રમાણે છે:—

$$BA : AO : OB :: ૧ : ૨ : \sqrt{૩}$$

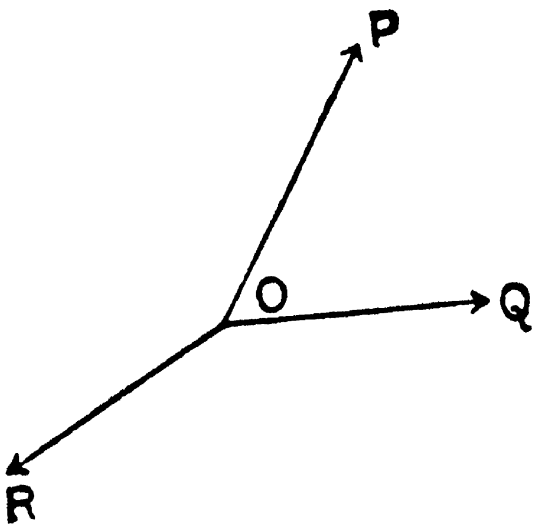
$$\therefore \ OC : AO : OB :: ૧ : ૨ : \sqrt{૩}$$

$$\therefore \quad Q : ૨૦૦ : P :: ૧ : ૨ : \sqrt{૩}$$

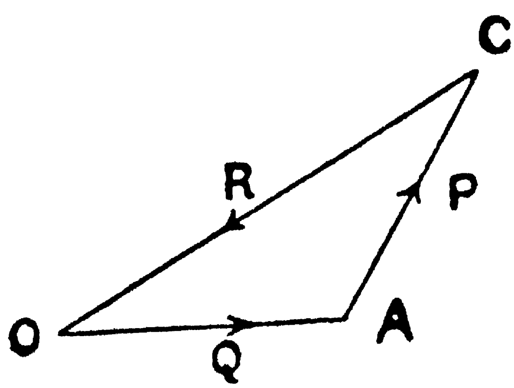
$$\therefore \quad Q = \frac{૧ \times ૨૦૦}{૨} = \underline{૧૦૦ \text{ પૌંડ.}}$$

$$\therefore \quad P = \frac{૧૦૦ \times \sqrt{૩}}{૧} = \underline{૧૭૩.૨ \text{ પૌંડ.}}$$

આકૃતિ ૫૨ માં દેખાડ્યા પ્રમાણે જો રીઝલ્ટન્ટ Rની દીશા ઉલટાવવામાં આવે તો તે P અને Q જોરોને બરાબર સમતોલ કરશે. આ જોર R કે જે P અને Qને સમતોલ કરે છે તેને "ઇકિવીલીબ્રન્ટ" (**equilibrant**) કહે છે, જેનો અર્થ એ થાય છે કે બીજાં જોરોને સમતોલ રાખનારૂં જોર. આ પ્રમાણે ત્રણ જોરો P, Q અને R સમતોલ થશે, અને જ્યારે AC લીટીએ OB લીટીની બરાબર અને સમાંતર છે, તેથી એ દેખીતું છે કે આકૃતિ ૫૩માં દોરેલો ત્રિકોણ COAની ત્રણે બાજુઓ CO, OA અને AC એ O બિંદુ ઉપરથી કાર્ય કરતા અનુક્રમે આવતા જોરો R, Q અને Pને સમાંતર અને પ્રમાણમાં છે.



આકૃતિ ૫૨



આકૃતિ ૫૩

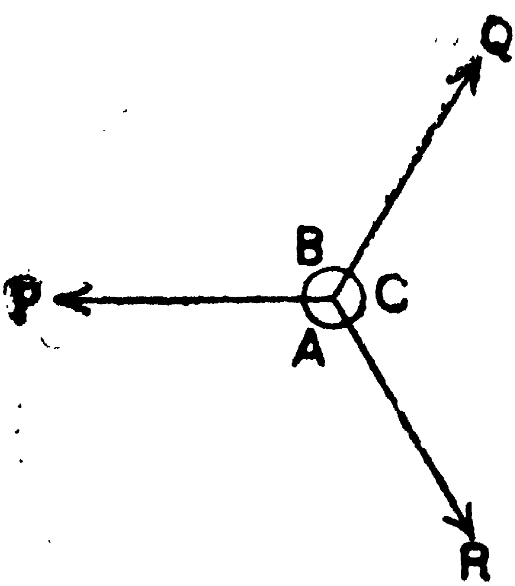
આ ઉપરથી નીચે આપેલો "**ત્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસ**"ને નામે જણાયલો સિદ્ધાંત સમજી શકાશે.

ત્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસ—જો ત્રણ જોરો એક બિંદુ ઉપર કાર્ય કરે અને તેઓ સમતોલપણામાં હોય, અને એક ત્રિકોણ એવી

રીતે દોરવામાં આવે કે જેની અનુક્રમે આવતી બાજુઓ ક્રમવાર (in order) લીધેલાં જોરોને સમાંતર રહે, તો તે જોરો ત્રિકોણની બાજુઓનાં પ્રમાણમાં રહેશે. એથી ઉલટું—જો કોઇ ત્રિકોણ દોરવામાં આવે અને એક બિંદુ ઉપર ત્રણ જોરો કાર્ય કરે અને તેઓ અનુક્રમે ક્રમવાર લીધેલી ત્રિકોણની બાજુઓને સમાંતર અને પ્રમાણમાં હોય તો આ જોરો સમતોલ રહેશે.

આકૃતિ ૫૨માં જોરો P, R અને Q બિંદુ O ઉપર કાર્ય કરી સમતોલ રહે અને આકૃતિ ૫૩માં દેખાડ્યા પ્રમાણે ત્રિકોણ ACO દોરવામાં આવે કે જેની બાજુઓ AC, CO, અને OA અનુક્રમે P, R અને Qને સમાંતર રહે, તો AC લીટી Pનાં પ્રમાણમાં, CO લીટી Rનાં પ્રમાણમાં, અને OA લીટી Qનાં પ્રમાણમાં છે.

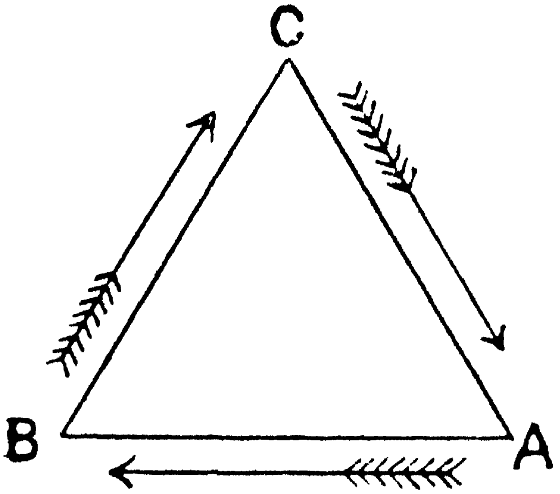
વળી એથી ઉલટું—જો ACO કોઇ એક ત્રિકોણ હોય અને એક બિંદુ O લેવામાં આવે અને લીટી OP એ ACને સમાંતર, OR એ COને સમાંતર, અને OQ એ OAને સમાંતર દોરવામાં આવે, અને જો જોરો P, R અને Q તે લીટીઓ ઉપર કાર્ય કરે અને અનુક્રમે આવતી બાજુઓ AC, CO અને OAનાં પ્રમાણમાં હોય તો જોરો P, R અને Q સમતોલ પણામાં (equilibrium)માં હશે. જે ક્રમમાં બાજુઓ લેવામાં આવી છે તે ધ્યાનમાં રાખવી અગત્યની છે.



આકૃતિ ૫૪

જોરોને અક્ષરો વડે નામ આપવાની રીત—"બાઉઝ નોટેશન" (Bow's Notation)— આકૃતિ ૫૪માં એક બિંદુ ઉપર કાર્ય કરતાં ત્રણ જોરો કે જે સમતોલપણામાં છે તેનાં કાર્યની રેખાઓ દર્શાવે છે, અને આકૃતિ ૫૫ આ

જોરોને લગતો ત્રિકોણ છે. અક્ષરો વડે જોરોને નામ આપવાની એક રીતમાં દરેક જોરને એકજ અક્ષર વડે, જેમકે. P, Q, R વીગેરે વડે દર્શાવવામાં આવે છે. બાઉઝ નોટેશનમાં દરેક જોરને બે અક્ષરો વડે દર્શાવવામાં આવે છે કે જે અક્ષરોને આકૃતિ ૫૪માં દેખાડ્યા પ્રમાણે જોરનાં કાર્યની રેખાની સામ સામેની બાજુઓ ઉપર મુકવામાં આવે છે, અને આકૃતિ ૫૫માં દેખાડ્યા પ્રમાણે ત્રિકોણનાં ખૂણાનાં બિંદુઓ ઉપર મુકવામાં આવે છે. બાઉની અક્ષરો વડે નામ આપવાની રીતમાં જોર Pને AB અક્ષરોથી દર્શાવવામાં આવે છે, જોર Qને BC અને જોર Rને CA અક્ષરો વડે દર્શાવવામાં આવે છે.



આકૃતિ ૫૫

દાખલો ૩—ત્રણ દોરડાંઓ PO, QO, અને RO ને O બિંદુ આગળ એકેક સાથે ગાંઠ વાળ્યા છે. દરેક દોરડાં ઉપર એકેકો માણસ ખેંચાણ કરે છે. POQ ખૂણો ૧૩૫°નો છે, QOR ખૂણો ૧૦૫°નો છે, અને ROP ખૂણો ૧૨૦°નો છે. PO દોરડાં ઉપર એક માણસ ૧૦ પૈાંડનું ખેંચાણ કરે છે, તો બીજા બે દોરડાંમાંનાં દરેક ઉપર કેટલું ખેંચાણ કરવું જોઈએ કે જેથી ત્રણે સમતોલ રહે.

આકૃતિ ૫૪માં દેખાડ્યા પ્રમાણે O બિંદુ ઉપર કાર્ય કરતાં ત્રણ જોરો આપેલે ખૂણે દોરો, ત્યારે આ. ૫૫માં દેખાડ્યા પ્રમાણે કોઈપણ સ્કેલે ૧૦ પૈાંડ બરાબર લીટી AB દોરો જે લીટી આકૃતિ ૫૪માંનાં જોર P અથવા ABનાં કાર્યની લીટીને સમાંતર હોવી જોઈએ. A અને B બિંદુઓથી Q અથવા BC, અને R અથવા CA જોરોનાં કાર્યની લીટીઓને સમાંતર લીટીઓ દોરો કે જેઓ C બિંદુમાં મળી જશે. ત્યારે આકૃતિ

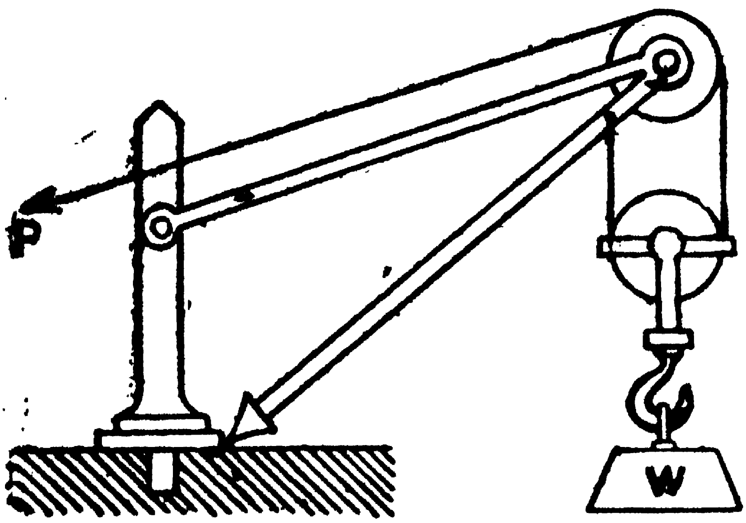
૫૫માંની BC તથા AC લીટીઓ તેજ સ્કેલે દોરડાંઓ Q અને R ઉપરનાં ખેંચાણ દર્શાવશે. આ ખેંચાણો માપ લેતાં અનુક્રમે ૭.૩૨ પૌંડ અને ૮.૯૬ પૌંડ છે.

જોરોનો સ્વભાવ પારખવા માટેની એટલે જોર ખેંચાણ (tension તેન્શન) છે કે દબાણ (compression કોમ્પ્રેશન) છે તે નક્કી કરવાની રીત—સાંધા Oની આસપાસ ઘડીઆળનાં કાંટા જે દિશામાં ફરે છે તે દિશામાં જાઓ અને તે વેળા ABની દિશા જણાયલી હોવાથી Bથી C સુધી જુઓ, અને આકૃતિ ૫૫ ઉપર ત્રિકોણને ફરતી તીરની દિશા તપાસો કે જે ઉપલી દિશામાં છે. આ તીરની દિશા બિંદુ O ઉપર કાર્ય કરતાં જોર BCની દિશા દેખાડે છે. તેજ પ્રમાણે C થી A સુધી જાઓ અને ત્રિકોણને ફરતી તીરની દિશા તપાસો કે જે નીચલી દિશામાં માલમ પડશે. આ તીરની દિશા O બિંદુ ઉપર કાર્ય કરતાં જોર CAની દિશા દેખાડે છે. આ તીરો બિંદુ Oથી દુર જાય છે, અને તેથી તે એમ સૂચવે છે કે જો આ રચના સમતોલપણામાં હોય તો દોરડાંઓ ઉપર ખેંચાણનું જોર (tension) આવશે. જો તીર બિંદુ Oની તરફ જતો હોય તો તે દબાણનું જોર (compression) છે એમ દર્શાવે છે. આ યાદ રાખવું જોઈએ કે આકૃતિ ૫૫માં તીરો ત્રિકોણ આસપાસ એકજ દિશામાં આગળ વધવા જોઈએ, અને તે દિશા જોર P અથવા ABની જણાયલી દિશા ઉપરથી નક્કી કરી શકાય છે.

જીબ-ક્રેન (Jib crane)નાં અવયવો ઉપરનાં અને શીયરલેગ્સ(Sheer legs)ની જોડીમાંનાં જોરો શોધવા વિષે—

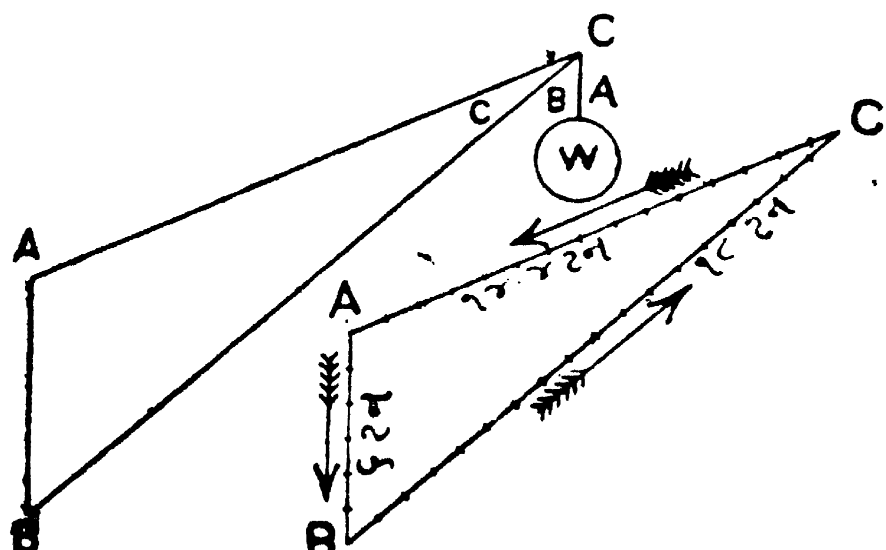
દાખલો ૪—એક સાધારણ જીબ-ક્રેનમાં જીબ ૧૫ ફુટ લાંબો અને ટાઇરોડ ૧૨ ફુટ લાંબો છે. ટાઇરોડ (tie rod)ને ક્રેનનાં થાંભલા સાથે જીબનાં નીચલા છેડાથી ૫ ફુટ ઉપર આવેલાં એક બિંદુ આગળ જોડેલો છે. જો જીબનાં ઉપલા છેડા ઉપરથી ૬ ટનનું વજન લટકાવવામાં

આવે તો જીબ અને ટાઈરોડ ઉપર આવતાં જોરો શોધો. (જીબ-ક્રેન આકૃતિ ૫૬માં બતાવી છે).



આકૃતિ ૫૬

પહેલાં તો આકૃતિ ૫૭માં દેખાડ્યા પ્રમાણે કોઈ સુગમ પડતા સ્કેલે ક્રેનનાં જે ભાગો ઉપર જોર આવે છે તે ભાગોની મધ્ય રેખાઓ (સેન્ટર લાઇન)ની લંબાઈ અને દિશા દર્શાવનારી આકૃતિ અથવા ફ્રેમ ડાયગ્રામ (frame diagram) દોરો.



આકૃતિ ૫૭ આકૃતિ ૫૮

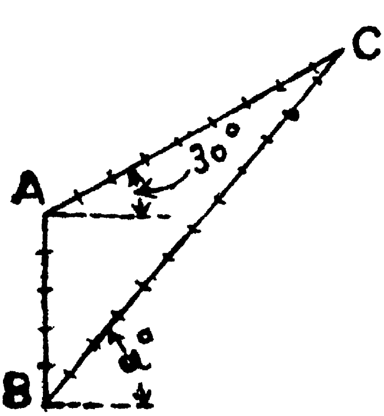
હવે આકૃતિ ૫૮માં દેખાડ્યા પ્રમાણે જોરની આકૃતિ એટલે " સ્ટ્રેસ ડાયગ્રામ " (Stress diagram) નીચે પ્રમાણે દોરો. વજન Wનાં કર્મની લીટીને સમાંતર એટલે ઉભી લીટી AB દોરો, અને તેનો લંબાઈ સરખા ભાગોનાં કોઈપણ સ્કેલે (કહો કે $\frac{1}{2}''$ = ૧ ટનનાં

સ્કેલે) ૬ ટન માપો. આકૃતિ ૫૭માંનાં જીબ BCને સમાંતર એક લીટી B બિંદુએથી દોરો, અને A બિંદુએથી ટાઇરોડ CAને સમાંતર લીટી દોરો. આ લીટીઓ C બિંદુમાં મળશે. ત્યારે ત્રિકોણ ABC તેની બાજુઓ વડે જીબ અને ટાઇરોડ ઉપરનાં જોરોની મહત્વતા દર્શાવશે. આ પ્રમાણે ત્રિકોણની BC બાજુ જીબ ઉપર આવતું જોર અને AC બાજુ ટાઈરોડ ઉપરનું જોર જે સ્કેલ AB માટે લીધો હતો તેજ સ્કેલે દર્શાવશે, જે માપતાં અનુક્રમે ૧૮ ટન અને ૧૪·૪ ટન આવે છે.

ઉપર શોધેલાં જોરો કઈ જાતનાં (ખેંચાણ કે દબાણ) છે તે જાણવા માટે આકૃતિ ૨૩ ઉપર ત્રિકોણની ફરતે તીરની દિશા તપાસતાં માલમ પડશે કે BC લીટી ઉપરનો તીર C બિંદુની તરફ જાય છે, તેથી તે લીટી વડે દર્શાવતું જોર દબાણનું જોર (કોમ્પ્રેશન) છે, અને AC લીટી ઉપરનો તીર C બિંદુથી દૂર જાય છે તેથી તે લીટી વડે દર્શાવતું જોર ખેંચાણનું જોર (એટલે ટેન્શન) છે. આ પ્રમાણે જીબ ઉપર ૧૮ ટનનું દબાણ આવે છે, અને ટાઈરોડ ઉપર ૧૪·૪ ટનનું ખેંચાણ આવે છે.

દાખલો ૫—એક જીબ-ક્રેનમાં વજન ૫ ટનનું છે, અને ટાઈ રોડ ઉપર આવતું ખેંચાણ ૯ ટન છે. ટાઈરોડ આડી સપાટીથી ૩૦°નો ખૂણો કરે છે, તો આકૃતિ વડે જીબ ઉપર આવતું દબાણ શોધો.

આકૃતિ ૫૯માં દેખાડ્યા પ્રમાણે એક ઉભી લીટી AB દોરો, અને કોઈ પણ સ્કેલે તેને ૫ ટન માપો. A બિંદુથી આડી સપાટીને ૩૦°ને ખૂણે AC લીટી દોરો, અને તેજ સ્કેલે તેને ૯ ટન આપો. CB જોડો. ત્યારે CB લીટી જીબ ઉપરનું દબાણ તેજ સ્કેલે દેખાડશે, અને તેને માપતાં ૧૨·૨૯ ટન આવે છે. વળી આડી સપાટીથી જીબ જે ખૂણે ઢળતો છે તે ખૂણો a°નો છે.

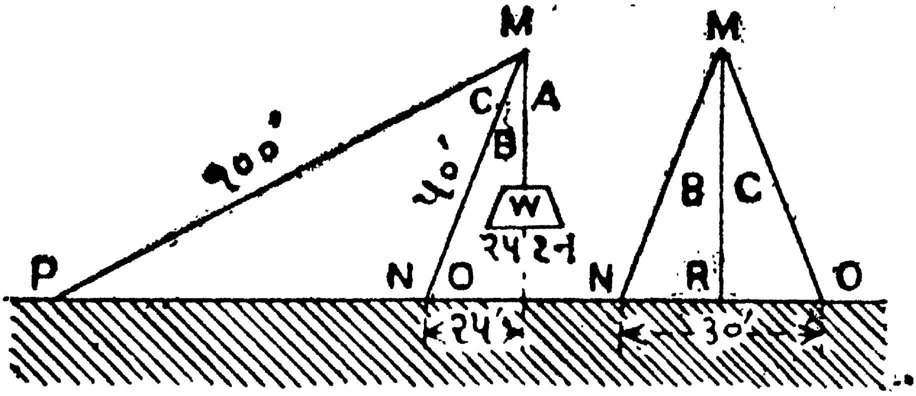


આકૃતિ ૫૯

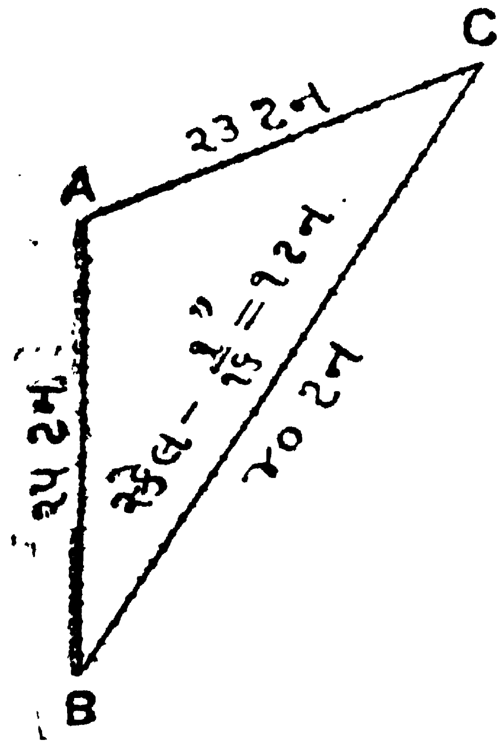
દાખલો ૬—૨૫ ટનનાં વજનનાં એક બોયલરને શીયર લેગ્ઝ (Sheer legs)ની એક જોડી વડે વહાણ ઉપર ચઢાવવામાં આવે છે. લેગ્ઝનાં નીચલા ટેકવાયલા છેડાએ એક બીજાથી ૩૦ ફુટ દૂર છે, અને દરેક લેગ (પગ) ૫૦ ફુટ લાંબો છે. બન્ને લેગ્ઝનાં મથાળાં ઉપરથી પડતી લંબ લીટી (perpendicular) લેગ્ઝનાં નીચલા છેડાઓને જોડનારી લીટીનાં મધ્યથી આડી દિશામાં ૨૫ ફુટ દૂર છે; અને શીઅર્સનો પાછલો લેગ (પગ) અથવા ટાઈ રોડ અથવા ટેન્શન રોડ (એટલે ઉભા થાંભલાને ખેંચી પકડનાર સળીયો) ૧૦૦ ફુટ લાંબો છે. બોયલરને લેગ્ઝ (પગો)નાં મથાળેથી માત્ર લટકાવેલું છે એમ માની લઈ દરેક લેગ ઉપર આવતો ધક્કો અથવા દબાણ (thrust અથવા compression) અને પાછલા લેગ અથવા ટાઈ રોડ ઉપર આવતું ખેંચાણ (tension) શોધો.

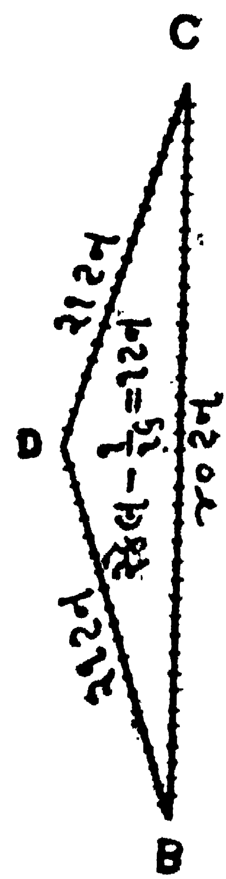
એમાં M બિંદુ આગળ ત્રણ જોરો કાર્ય કરે છે, દાખલા તરીકે વજન, પાછલા લેગ ઉપરનું ખેંચાણ (ટેન્શન), અને બન્ને શીઅર લેગ્ઝ ઉપરનાં દબાણ (કોમ્પ્રેશન)નો રીઝલ્ટન્ટ કે જે આ. ૬૧માં દેખાડ્યા પ્રમાણે MR લીટીમાં કાર્ય કરે છે; અને આ ત્રણ જોરો સમતોલપણામાં છે, માટે મહત્વતા અને દિશામાં તેઓને ત્રિકોણની બાજુઓ વડે દર્શાવી શકાય.

પ્રથમ તો સ્કેલ ઉપર આકૃતિ ૬૦માં દેખાડ્યા પ્રમાણે આ રચનાની પરીસીમા દર્શાવતી આકૃતિ દોરો. MN અને MO અંતર આકૃતિ ૬૧ ઉપરથી મેળવેલા MR બરાબર રાખવું જોઈએ; અને બીજા ભાગો આપેલા માપ પ્રમાણે દોરવા. કાર્ય કરતાં જોરો વચ્ચેની જગ્યામાં બાઉઝ નોટેશન પ્રમાણે A, B, અને C અક્ષરો લખો. આકૃતિ ૬૨માં દેખાડ્યા પ્રમાણે ટ્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસ (એટલે જોરોનો ત્રિકોણ) દોરો, અને તેમાં AB લીટી વજનને સમાંતર અને ૨૦ ટનની બરાબર કોઈપણ સ્કેલે, કહો કે ૧૦ ટન બરાબર ૧ ઇંચના સ્કેલે, દોરો; તથા A અને B બિંદુએથી પાછલા લેગ



આકૃતિ ૬૦ આકૃતિ ૬૧



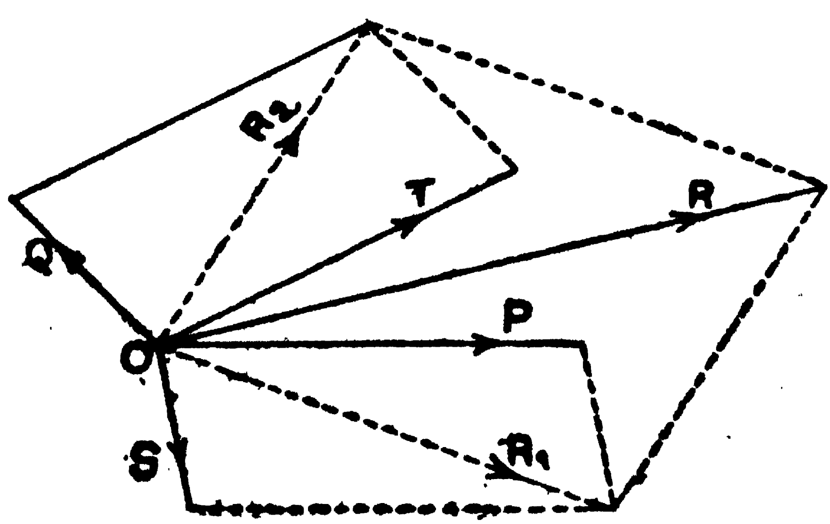


આકૃતિ ૬૨ આકૃતિ ૬૩

અને શીઅર લેગ્ઝનાં એલીવેશનને સમાંતર લીટીઓ C બિંદુમાં મળે એમ દોરો; ત્યારે BC લીટી શીઅર લેગ્ઝ ઉપરનાં દબાણનો રીઝલ્ટન્ટ દર્શાવશે, કે જે ૪૦ ટન છે, અને AC લીટી પાછલા લેગ ઉપરનું ખેંચાણ <u>૨૩ ટન</u> દેખાડશે.

હવે દરેક લેગ ઉપરનું દબાણ શોધવા માટે તેનાં રીઝલ્ટન્ટનાં કમ્પોનન્ટસ શોધવા જોઈએ અને તે માટે આકૃતિ ૬૩માં દેખાડ્યા પ્રમાણે ત્રિકોણ દોરો, તેની એક બાજુ CBને આકૃતિ ૬૨નાં CB બરાબર દોરો, અને C તથા B બિંદુએથી MO અને MN કે જેઓ આકૃતિ ૬૧માં લેગ્ઝ દર્શાવે છે તેમને સમાંતર લીટીઓ D બિંદુમાં મળે એમ દોરો. ત્યારે આ. ૬૩માંની લીટીઓ CD અને BD લેગ્ઝ ઉપરનાં દબાણો દર્શાવે છે કે જે દરેક ૨૧ ટન છે.

એક બિંદુ ઉપર કાર્ય કરતાં જોરોની કોઈપણ સંખ્યાનો રીઝલ્ટન્ટ શોધવા વિષે—પેરેલેલોગ્રામ ઓફ્ ફોર્સીસની મદદ વડે એક બિંદુ આગળ એક ક્ષેત્રમાં કાર્ય કરતાં જોરોની કોઈપણ સંખ્યાનો રીઝલ્ટન્ટ શોધી શકાય. દાખલા તરીકે આકૃતિ ૬૪માં બતાવ્યા પ્રમાણે જોરો P, Q, S, અને T એક ક્ષેત્રમાં O બિંદુ આગળ કાર્ય કરે છે, તો તેમનો રીઝલ્ટન્ટ R શોધવા માટે પહેલાં કોઈ પણ બે જોરોની એક જોડી, જેવીકે જોરો P અને S નો રીઝલ્ટન્ટ પેરેલેલો-ગ્રામ વડે શોધો, અને તેને R_1 કહો. ત્યાર પછી બીજી જોડી Q

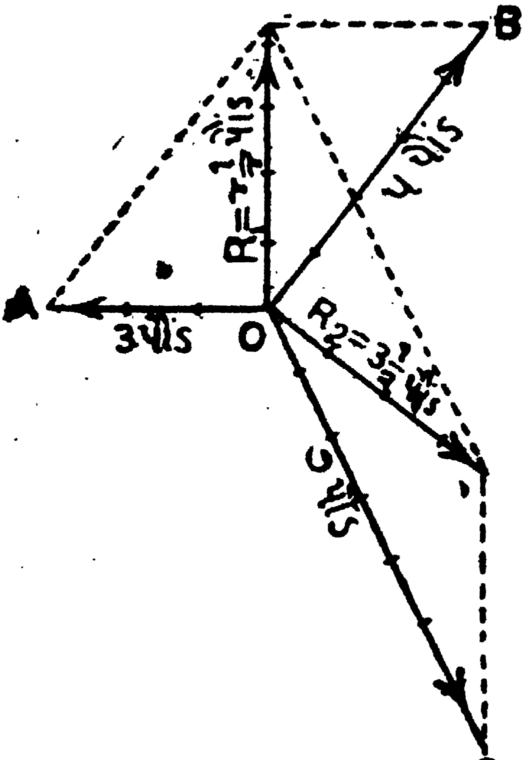


આકૃતિ ૬૪

અને T જોરોની લેઓ અને તેમનો રીઝલ્ટન્ટ R_2 શોધો. છેવટે R_1 અને R_2 નો રીઝલ્ટન્ટ R શોધો. આ રીઝલ્ટન્ટ આપેલાં જોરો P, Q, S, અને T નો રીઝલ્ટન્ટ આવશે.

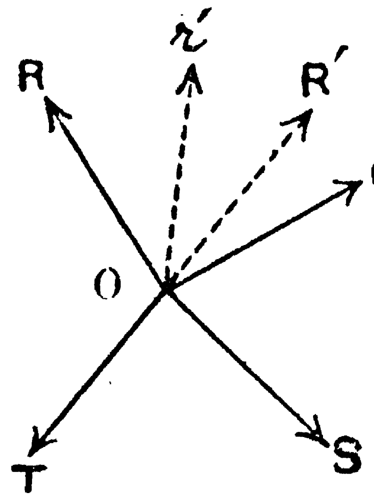
દાખલો ૯—૩ પૌંડ, ૫ પૌંડ, અને ૭ પૌંડનાં ત્રણ જોરો એક બીજાને ૧૨૦° ને ખૂણે એક બિંદુ આગળ કાર્ય કરે છે, તો તેનો રીઝલ્ટન્ટ શોધો.

ધારો કે આકૃતિ ૬૫માં દેખાડયા પ્રમાણે OA, OB, અને OC લીટીઓ ત્રણ જોરોને દીશા અને અત્યંતતામાં દર્શાવે છે. પહેલાં પેરેલેલોગ્રામ વડે ૩ પૌંડ અને ૫ પૌંડના જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ શોધો અને તેને R_1 કહો. ત્યાર પછી R_1 અને ૭ પૌંડનો રીઝલ્ટન્ટ પણ એજ પ્રમાણે શોધો.

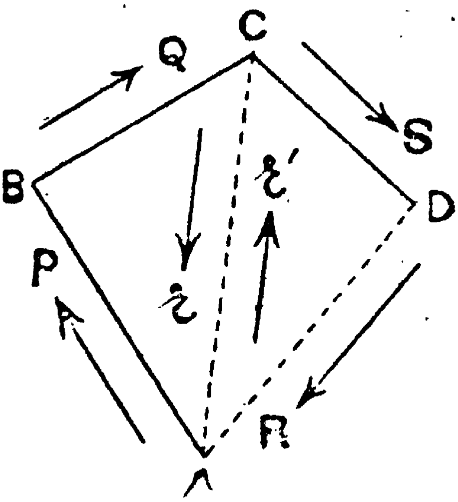


આકૃતિ ૬૫

પોલીગોન ઓફ ફોર્સીસ (Polygon of Forces)—ટ્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસનાં વધારાની મદદ વડે એક બિંદુ ઉપર એકજ ક્ષેત્રમાં કાર્ય કરતાં જોરોની આપેલી સંખ્યા સમતોલપણામાં છે કે કેમ તે આપણે શોધી શકીએ. દાખલા તરીકે આકૃતિ ૬૬માં જોરો P, Q, S અને T બિંદુ O ઉપર સઘળાં એકજ ક્ષેત્રમાં કાર્ય કરે છે. આકૃતિ ૬૭ પ્રમાણે જોર P ને સમાંતર અને પ્રમાણમાં AB લીટી દોરો, અને એજ પ્રમાણે જોર Q ને દર્શાવતી લીટી BC દોરો. ત્યારે ટ્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસ વડે CA લીટી જોર r દર્શાવશે, જે જોરને જો Oની તરફ નીચલી દિશામાં ધક્કા (થ્રસ્ત thrust) તરીકે લાગુ પાડવામાં આવે તો તે P અને Qને સમતોલ કરશે. જો આકૃતિ ૬૬માં દેખાડ્યા પ્રમાણે આ જોર r ને ઉલટાવવામાં આવે તો r′ એ P અને Qનો રીઝલ્ટન્ટ આપશે. હવે O બિંદુ આગળ P અને Q જોરોને બદલે r′ જોર લાગુ પાડો. હવે r′ અને



આકૃતિ ૫૬



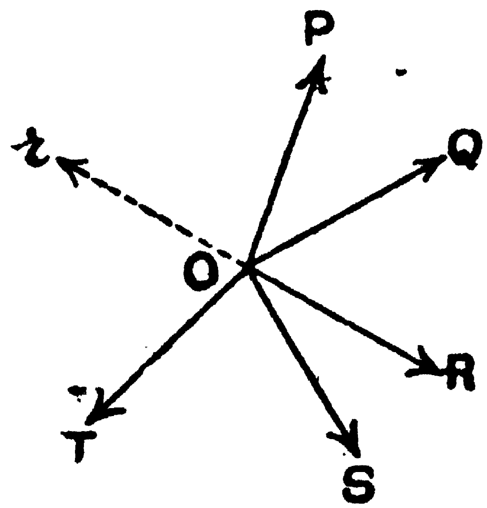
આકૃતિ ૫૭

S જોરો લેઓ (આકૃતિ ૫૬); AC લીટી r′ જોર દર્શાવે છે અને S જોરને દર્શાવતી CD લીટી દોરો, અને ત્રાયએંગલ ઓફ ફોર્સીસ વડે DA લીટી એક જોર R દર્શાવશે, જે જોરને જો O બિંદુ આગળ લાગુ પાડવામાં આવે તો તે r′ અને Sને સમતોલ કરશે. આ ઉપરથી એમ માલમ પડે છે કે જોરો P, Q અને Sને O બિંદુ આગળ જોર R લાગુ પાડી સમતોલ કરી શકાય છે. અને જો Rને આકૃતિ ૫૬માં દેખાડ્યા પ્રમાણે ઉલટાવવામાં આવે તો R′ એ P, Q અને Sનો રીઝલ્ટન્ટ થશે. હવે જો આપેલાં જોરમાંનું છેલ્લું જોર T જોર R′ની બરાબર અને ઉલટી દિશામાં કાર્ય કરતું માલમ પડે, એટલે આકૃતિ ૫૭માં દેખાડ્યા પ્રમાણે જો જોર R′ ને DA લીટી વડે દર્શાવવામાં આવે, તો T અને R′ એક બીજાને સમતોલ કરશે; અને જો આ પ્રમાણે હોય તો આપેલાં જોરો P, Q, S અને T સમતોલપણામાં હોવાં જોઈએ. આ ઉપરથી નીચે પ્રમાણે "**પોલીગોન ઓફ ફોર્સીસ (polygon of forces)**નો સિદ્ધાંત નીચે પ્રમાણે દશાવી શકાય:—

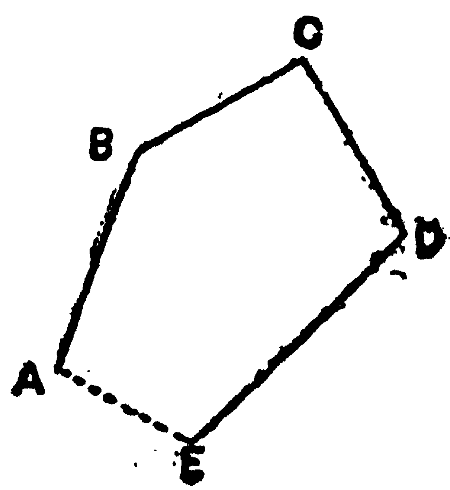
"જો એક બિંદુ ઉપર કાર્ય કરતાં જોરોની કોઈપણ સંખ્યાને બંધ કરેલા પોલીગોનની એકજ તરફ ફરતે લીધેલી બાજુઓ વડે અત્યંતતા અને દિશામાં દર્શાવવામાં આવે તો તે જોરો સમતોલપણામાં હશે."

વળી જો જોરોની કોઈપણ સંખ્યાને મહત્વતા અને દિશામાં એકજ તરફ ફરતે લીધેલી પોલીગોન (polygon)ની એક સિવાય સઘળી બાજુઓ વડે દર્શાવાય તો ઉલટી તરફ તે બાકી રહેલી બાજુ અત્યંતતા અને દિશામાં રીઝલ્ટન્ટ દર્શાવશે.

દાખલા તરીકે જો આપેલાં જોરો P, Q, S, T (જુઓ આકૃતિ ૬૮) માટે પોલીગોન ઓફ ફોર્સીસ (polygon of forces એટલે જોરોનો પોલીગોન) આકૃતિ ૬૯માં દેખાડ્યા પ્રમાણે ABCDE દોરવામાં આવે, તો એમ માલુમ પડે છે કે પોલીગોન બંધ થતો નથી,



આકૃતિ ૬૮



આકૃતિ ૬૯

ત્યારે પોલીગોનને બંધ કરનારી લીટી EA એ r ફોર્સ આપશે કે જેને જો Eથી Aની દિશામાં O આગળ ખેંચાણ તરીકે લાગુ પાડવામાં આવે તો તે આપેલાં જોરોને સમતોલ કરશે, અને તેટલા માટે જો તે જોરને ઉલટાવવામાં આવે તો R આગળ દેખાડ્યા પ્રમાણે તે તેમનો રીઝલ્ટન્ટ આપશે.

એ યાદ રાખવું કે જોરો સઘળાં ખેંચાણ અથવા ધક્કો કરે છે કે નહીં તેની સાથે આપણને સંબંધ નથી, પણ માત્ર આપણને તો સઘળાં જોરો તેનાં બરાબર ક્રમમાં છે કે કેમ તે ધ્યાનમાં રાખવું જોઈએ (આકૃતિઓ ૬૮ અને ૬૯ આ દાખલો દર્શાવે છે).

એકસર્સાઇઝ ૩૭.

૧. એક બિંદુ ઉપર ૬ પૈાંડ અને ૧૦ પૈાંડનાં બે ખેંચાણેા (૧) ૯૦°ને ખૂણે, (૨) ૧૨૦°ને ખૂણે, અને (૩) ૬૦°ને ખૂણે કાર્ય કરે છે, તેા આકૃતિ વડે દરેક બાબદમાં રીઝલ્ટન્ટ શેાધેા.

૨. બે જોરેા કે જેઓનાં કાર્યની રેખાઓ એક બીજાને કાટખૂણે છે તેનેા રીઝલ્ટન્ટ ૧૫ પૈાંડ છે અને એક જોર ૪ પૈાંડ છે, તેા બીજો જોર કેટલા પૈાંડનેા હશે ?

૩. આડી લીટીમાં કાર્ય કરતાં ૧૦૦ પૈાંડનાં એક જોરને ૫૦ પૈાંડ અને ૧૨૦ પૈાંડનાં બે જોરેા વડે સમતેાલ કરવાનેા છે, તેા તેમનાં કાર્યની રેખાઓ વચ્ચેનાં ખૂણાઓ શેાધેા.

૪. ૫ ટનનાં વજનનાં એક મશીનને બે સાંકળ વડે ટેકવેલું છે. એક સાંકળને દિવાલમાં બેસાડેલા આઇબેાલ્ટ સાથે બાંધેલી છે અને તે આડી દિશાને ૨૦°ને ખૂણે ઢળતી છે. બીજી સાંકળને છાપરાંનાં ભારવટીઆ સાથે બાંધેલી છે અને તે આડી દિશાને ૭૩°ને ખૂણે ઢળતી છે, તેા તે સાંકળેા ઉપર આવતાં ખેંચાણનાં જોરેા શેાધેા.

૫. એક ત્રિકેાણાકાર ચેાકઠું ત્રણ સળીયાઓનું બનેલું છે, અને તેમની લંબાઇ ૬ ફુટ, ૮ ફુટ અને ૧૦ ફુટ છે. સૌથી લાંબેા સળીયેા આડી દિશામાં છે. ૨ ટનનું વજન ઉપલા સાંધા ઉપરથી ઉભી દિશામાં કાર્ય કરે એમ લટકાવ્યું છે, તેા તે ચેાકઠાંનાં દરેક અવયવ (ભાગ) ઉપર કાર્ય કરતાં જોરેા શેાધેા. જે ભાગેા ખેંચાણમાં હેાય તે પાતળી લીટી વડે અને દબાણમાં હેાય તે જાડી લીટી વડે દેારીને દર્શાવેા.

૬. એક મીજાગરાં Aને ઉભી દિવાલ સાથે બીજાં મીજાગરાં Bની ૬ ફુટ ઉપર ઉભી દિશામાં સજ્જડ કરેલું છે. એક ત્રિકેાણ આકાર ચેાકઠું ABC કે જેમાં AC ૮ ફુટ અને BC ૧૦ ફુટ છે તેને મીજાગરાં (hinges) A અને B આગળ જોડેલું છે, જેથી

તે રચના એક દિવાલની ક્રેન (wall crane) બની રહે છે. ટનનાં એક વજનને એક સાંકળ સાથે બાંધેલું છે જે સાંકળ C આગળની પુલી ઉપરથી પસાર થાય છે અને ત્યાર પછી તે CAની દિશાએ દિવાલની બીજી બાજુ ઉપર આપેલી લપેટવાની રચના તરફ પસાર થાય છે. તો આકૃતિ વડે AC અને BC ઉપર આવતાં જોરો શોધો, અને તેઓ ખેંચાણનાં કે દબાણનાં જોર છે તે દર્શાવો.

૭. એક જીબ-ક્રેનમાં જીબ આડી દિશાને ૬૦°ને ખૂણે ઢળતો છે, અને જીબ ઉપરનું દબાણ ૧૬ ટન છે; જીબનાં છેડા ઉપરથી ૯ ટનનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે, તો ટાઈ ઉપરનું ખેંચાણ શોધો.

૮. એક જીબ-ક્રેનનાં મોડલમાં જીબ ૪૭ ઇંચ લાંબો અને ટાઈરોડ ૩૮ ઇંચ લાંબો છે. ટાઈરોડને જીબનાં નીચલા છેડાથી ઉભી દિશામાં ૩૧ ઇંચ ઉપર એક થાંભલા સાથે જડેલો છે. જો જીબનાં ઉપલા છેડા ઉપરથી ૪.૭ પૌંડનું વજન લટકાવવામાં આવે, તો જીબ અને ટાઈરોડ ઉપર આવતાં જોરો શોધો ?

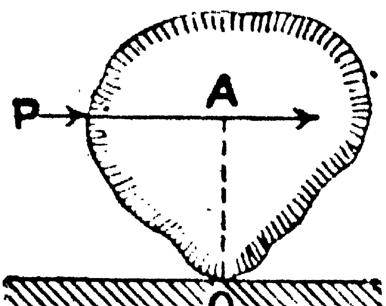
૯. ૨૦૦૦ પૌંડનાં એક વજનને એક પીન P ઉપરથી લટકાવ્યું છે, જે પીન આગળ ટુકડાઓ AP અને BP ક્રેનનાં ટાઈ અને જીબની માફક મળે છે. ખૂણાઓ WPB અને WPA અનુક્રમે ૩૦° અને ૬૦°નાં છે. તો AB અને BPમાં જોરો કેવી રીતે શોધી શકાય તે આકૃતિ વડે દર્શાવો.

પ્રકરણ ૬ઠ્ઠું

મોમેન્ટ, સમાંતર જોરો, લીવર્સ,

મોમેન્ટ (moment)—એક જોરનું મોમેન્ટ તેનાં ક્ષેત્રમાં કોઈ પણ બિંદુ સાથે સંબંધમાં લેતાં તે જોર સાથે તે બિંદુથી તે જોરનાં કાર્યની રેખા સુધીનાં લંબ (perpendicular એટલે કાટખૂણે આવેલાં) અંતરનાં ગુણાકારની બરાબર છે.

દાખલા તરીકે, આકૃતિ ૭૦માં એક પદાર્થ બિંદુ O ઉપર ટેકવાયલો છે, અને તે પદાર્થ ઉપર PA દિશામાં એક જોર P લાગુ પાડ્યો છે. ત્યારે, જો બિંદુ O થી જોર Pનાં કાર્યની રેખા સુધીનું લંબ અંતર OA હોય તો બિંદુ O આસપાસ તે પદાર્થને ફેરવવાનું વલણ કરતાં તે જોર Pનું મોમેન્ટ બરાબર $P \times OA$ છે. જો જોરને પૌંડમાં અને અંતરને ફુટમાં લેવામાં આવે તો મોમેન્ટ ફુટ-પૌંડમાં આવશે, અને તેજ પ્રમાણે જો જોરને પૌંડમાં અને અંતરને ઇંચમાં લઈએ તો મોમેન્ટ ઇંચ-પૌંડમાં આવશે; અને એ પ્રમાણે જોર તથા અંતરનાં બીજા એકમો વાપરી શકાય.



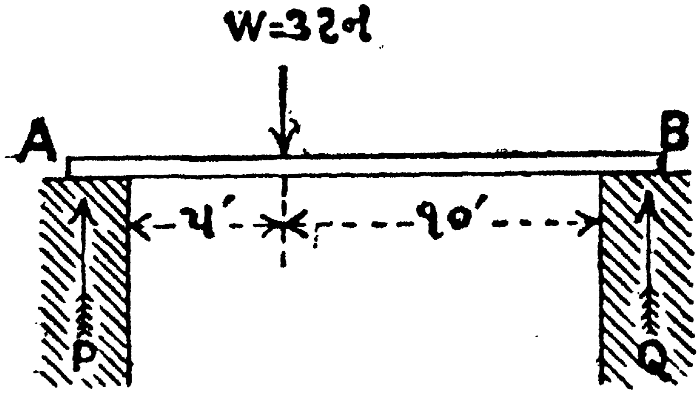
આકૃતિ ૭૦

નોટ—જેમ આગળ સમજાવ્યું તેમ ક્રિયામાં થયલાં કામના જથ્થાનાં સંબંધમાં વપરાયલા ફુટ-પૌંડ, ઇંચ-પૌંડ, વીગેરે સંજ્ઞા સાથે જોરનાં મોમેન્ટનાં સંબંધમાં વપરાયલી એજ સંજ્ઞાને ભેળસેળ કરીનાંખવી જોઇએ નહીં.

મોમેન્ટનો નિયમ—જો જોરોની કોઈ પણ સંખ્યા એક કઠણુ પદાર્થ ઉપર એક ક્ષેત્રમાં કાર્ય કરે, ત્યારે આ જોરોનાં સમતોલપણા માટે, તે પદાર્થને તે ક્ષેત્રમાં કોઈ બિંદુ આસપાસ એક દિશામાં ફેરવવાનું વલણુ કરતાં જોરોનાં મોમેન્ટનો સરવાળો તે પદાર્થને વિરૂદ્ધ દિશામાં ફેરવવાનું વલણુ કરનારાં જોરોનાં મોમેન્ટનાં સરવાળાની બરાબર છે. અથવા, ટુંકમાં આ નિયમને દર્શાવીએ તો, જ્યારે સમતોલપણું જળવાયલું હોય ત્યારે બિંદુ આસપાસનાં સામસામેનાં મોમેન્ટસ સરખાં છે.

તે પદાર્થને જમણા હાથ તરફની દિશામાં (એટલે ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશામાં) ફેરવવાનું વલણુ કરતાં આ જોરોનાં મોમેન્ટને "**પોઝીટીવ (+) મોમેન્ટ**" કહેવામાં આવે, અને તે પદાર્થને ડાબા હાથ તરફની દિશામાં (એટલે ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની વિરૂદ્ધ દિશામાં) ફેરવવાનું વલણુ કરતાં જોરોનાં બાકીનાં સમૂહનાં મોમેન્ટને "**નેગેટીવ (—) મોમેન્ટ**" કહેવામાં આવે, ત્યારે જોરો કે જે એક ક્ષેત્રમાં કાર્ય કરે છે અને એક બિંદુ આસપાસ સમતોલપણામાં છે તેનાં મોમેન્ટસનો એલજીબ્રેકલ (એટલે બીજ ગણિત અથવા અક્ષર ગણિતની રીતે ગણેલો) સરવાળો શૂન્ય છે.

દાખલો ૧—૧૫ ફુટ લાંબા એક બીમને તેનાં છેડાઓ આગળ ટેકવેલો છે, અને તેનાં એક છેડાથી ૫ ફુટ દુર તે ઉપર ૩ ટનનું વજન મૂકેલું છે, તો તેનાં દરેક ટેકા ઉપરનું દબાણુ અથવા પ્રતિકાર્ય શોધો ? બીમનું વજન ધ્યાનમાં લેવાનું નથી.



આકૃતિ ૭૧

આકૃતિ ૭૧માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક બીમ ABને તેનાં ટેકાઓ A અને B આગળ ટેકવેલો છે. અને P તથા Q તેનાં ટેકાઓ ઉપરનાં દબાણો અથવા પ્રતિકાર્યો છે. તે બીમ

ટેકા B આસપાસ ગોળ ફરવાને છુટો હોય એમ ધારી લેઓ, અને B આસપાસનાં તે ઉપર કાર્ય કરતાં જોરોનાં મોમેન્ટસ લેઓ. ત્યારે પ્રતિકાર્ય P આ પ્રમાણે શોધો:—પ્રતિકાર્ય Pનો B આસપાસનો ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનો મોમેન્ટ = P × ૧૫ ફુટ–ટન.

B આસપાસનો વજન Wનો વિરૂદ્ધ દિશાનો મોમેન્ટ = W × ૧૦ = ૩ × ૧૦ = ૩૦ ફુટ–ટન.

Bની આસપાસ પ્રતિકાર્ય Qને મોમેન્ટ નથી, કારણ કે તેનાં કાર્યની લીટી Bમાંથી પસાર થાય છે. અને તેટલા માટે Bથી તેનાં કાર્યની રેખા વચ્ચેનું લંબ અંતર સૂન્ય છે.

હવે સમતોલપણા માટે ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનો (clockwise) મોમેન્ટ એ તેની વિરૂદ્ધ દિશાનાં (anticlockwise) મોમેન્ટની બરાબર હોવો જોઈએ.

$$\therefore P \times ૧૫ = W \times ૧૦$$

$$P \times ૧૫ = ૩ \times ૧૦$$

$$\therefore P = \frac{૩૦}{૧૫} = \underline{૨ \text{ ટન}}$$

એજ પ્રમાણે પ્રતિકાર્ય Q શોધવા માટે ટેકા Aની આસપાસનાં મોમેન્ટસ લઓ, ત્યારે

Qનો ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની વિરૂદ્ધ દિશાનો મોમેન્ટ = Q × ૧૫ ફુટ–ટન.

Wનો ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનો મોમેન્ટ = W × ૫ = ૩ × ૫ = ૧૫ ફુટ–ટન.

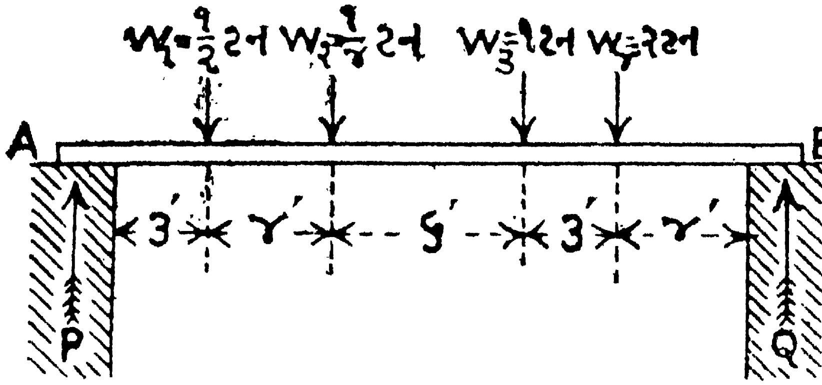
$$\therefore Q \times ૧૫ = ૩ \times ૫$$

$$\therefore Q = \frac{૩ \times ૫}{૧૫}$$

$$\therefore Q = \underline{૧ \text{ ટન}}$$

દાખલો ૨—૨૦ ફુટ લાંબા એક બીમને તેનાં છેડાઓ આગળથી ટેકવેલો છે, અને તે ઉપર આકૃતિ ૭૨માં દેખાડયા પ્રમાણે છેડા

A થી ૩ ફુટ દુર ½ ટનનું વજન, છેડા A થી ૭ ફુટ દુર ¼ ટનનું વજન, છેડા B થી ૭ ફુટ દુર ૧ ટનનું વજન, અને છેડા B થી ૪ ફુટ દુર ૨ ટનનું વજન તે બીમ ઉપર લાધેલાં છે, તો બીમનું વજન હાલ તુરત ધ્યાનમાં ન લેતાં ટેકાઓ ઉપરનાં પ્રતિકાર્ય અથવા દબાણ શોધો ?



આકૃતિ ૭૨

આકૃતિ ૭૨માં દેખાડયા પ્રમાણે B ની આસપાસનું મોમેન્ટ લેતાં:—પ્રતિકાર્ય Pનું ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનું મોમેન્ટ $= P \times ૨૦$ ફુટ–ટન.

વજનો $W_૧$, $W_૨$, $W_૩$, અને $W_૪$નાં વિરૂદ્ધ દિશાનાં મોમેન્ટસ–

$$W_૧ \times ૧૭ = \frac{૧}{૨} \times ૧૭ = \frac{૧૭}{૨} = ૮{\cdot}૫ \text{ ફુટ–ટન.}$$

$$W_૨ \times ૧૩ = \frac{૧}{૪} \times ૧૩ = \frac{૧૩}{૪} = ૩{\cdot}૨૫ \text{ ફુટ–ટન.}$$

$$W_૩ \times ૭ = ૧ \times ૭ = ૭ \text{ ફુટ–ટન.}$$

$$W_૪ \times ૪ = ૨ \times ૪ = ૮ \text{ ફુટ–ટન.}$$

કુલ વિરૂદ્ધ દિશાનાં મોમેન્ટસ $= ૮{\cdot}૫ + ૩{\cdot}૨૫ + ૭ + ૮$

ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનાં મોમેન્ટસ = વિરૂદ્ધ દિશાનાં મોમેન્ટસ.

$$\therefore P \times ૨૦ = \left(\frac{૧}{૨} \times ૧૭\right) + \left(\frac{૧}{૪} \times ૧૩\right) + (૧ \times ૭) + (૨ \times ૪)$$

$$૨૦P = ૨૬{\cdot}૭૫$$

$$\therefore P = \frac{૨૬{\cdot}૭૫}{૨૦}$$

$$\therefore P = \underline{૧{\cdot}૩૩૭૫ \text{ ટન}}$$

એજ પ્રમાણે Aની આસપાસનાં મોમેન્ટ લેતાં પ્રતિકાર્ય Qનું ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની વિરૂદ્ધ દિશાનું મોમેન્ટ $= Q \times ૨૦$ ફુટ–ટન.

વજનો $W_૧$, $W_૨$, $W_૩$, અને $W_૪$નાં ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનાં મોમેન્ટસ—

$$W_૧ \times ૩ = \frac{૧}{૨} \times ૩ = ૧.૫ \text{ ફુટ–ટન.}$$
$$W_૨ \times ૭ = \frac{૧}{૪} \times ૭ = ૧.૭૫ \text{ ફુટ–ટન.}$$
$$W_૩ \times ૧૩ = ૧ \times ૧૩ = ૧૩ \text{ ફુટ–ટન.}$$
$$W_૪ \times ૧૬ = ૨ \times ૧૬ = ૩૨ \text{ ફુટ–ટન.}$$

મોમેન્ટનાં નિયમ પ્રમાણે—

$$Q \times ૨૦ = (\tfrac{૧}{૨} \times ૩) + (\tfrac{૧}{૪} \times ૭) + (૧ \times ૧૩) + (૨ \times ૧૬)$$
$$\therefore ૨૦Q = ૪૮.૨૫$$
$$\therefore \quad Q = \frac{૪૮.૨૫}{૨૦} = \underline{૨.૪૧૨૫ \text{ ટન}}$$

અથવા,

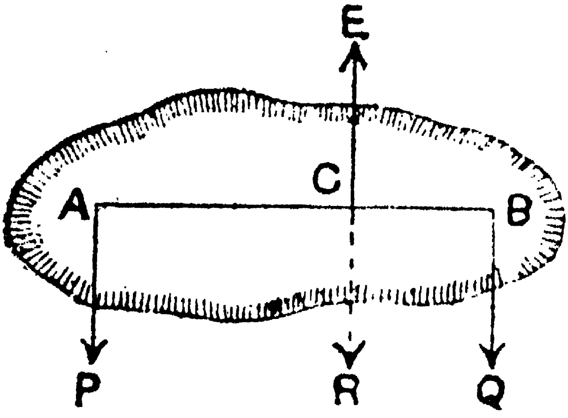
$$\text{પ્રતિકાર્ય } Q = \text{સઘળાં વજનોનો સરવાળો} - \text{પ્રતિકાર્ય } P$$
$$= ૩.૭૫ - ૧.૩૩૭૫$$
$$= \underline{૨.૪૧૨૫ \text{ ટન}}$$

એક બીજાને સમાંતર કાર્ય કરતાં જોરો (parallel forces)—ઉપલા દાખલાઓમાં જોતાં જણાશે કે દરેક બાબદમાં જોરોની રચના હૈયાતી ધરાવે છે કે જે જોરોની રેખાઓ એક બીજાને સમાંતર છે. આ જોરોને સમાંતર જોરો એટલે પેરેલેલ ફોર્સીસ કહેવામાં આવે છે. વળી આ દાખલાઓની ગણત્રી ઉપરથી માલમ પડશે કે નીચલી દિશામાં કાર્ય કરતાં જોરોનો સરવાળો ઉપલી દિશામાં કાર્ય કરતાં જોરોનાં સરવાળાની બરાબર છે. આ પ્રમાણે દાખલા ૧ લામાં નીચલી દિશાનું જોર ૩ ટન છે, અને ઉપલી દિશાનાં બે પ્રતિકાર્યોનો સરવાળો $= (૨ + ૧) = ૩$ ટન છે. તેજ પ્રમાણે બીજા દાખલામાં છે. અથવા,

પેરેલેલ ફોર્સીસ એટલે સમાંતર જોરોની આપેલી રચનામાં એક દિશાનાં જોરોનો સરવાળો દરેક બાબદમાં ઉલટી દિશાનાં જોરોનાં સરવાળાની બરાબર હોવોજ જોઈએ, નહીંતર તે પદાર્થ વધુ સરવાળાની દિશા તરફ ખસશે. આ પ્રમાણે બીમનાં દાખલાઓમાં જો પ્રતિકાર્યોનો સરવાળો વજનોનાં સરવાળા કરતાં ઓછો થાય તો બીમ નીચે ખસે, અને એજ પ્રમાણે જો પ્રતિકાર્યોનો સરવાળો વજનોનાં સરવાળા કરતાં વધુ આવે તો બીમ ઉપર ઉંચકાય.

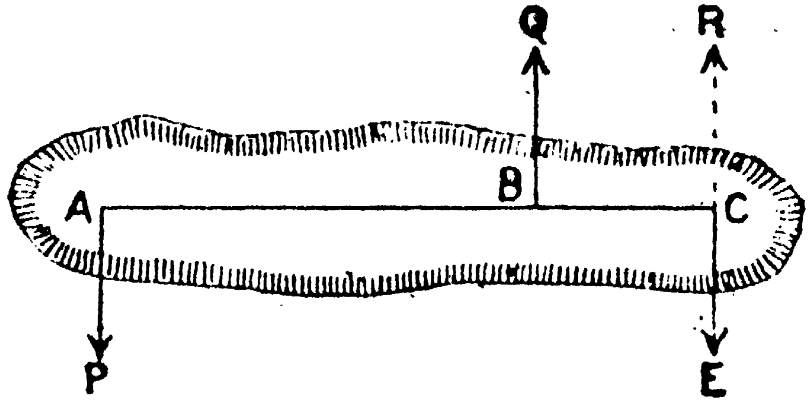
લાઈક અને અનલાઈક પેરેલેલ ફોર્સીસ—જ્યારે બે જોરો એક બીજાને સમાંતર એકજ દિશામાં કાર્ય કરે ત્યારે તે જોરોને "સમાન સમાંતર જોરો" એટલે લાઈક પેરેલેલ ફોર્સીસ (like parallel forces) કહે છે, અને જ્યારે બે સમાંતર જોરો એક બીજાથી વિરૂદ્ધ દિશામાં કાર્ય કરે ત્યારે તેઓને અસમાન સમાંતર જોરો (unlike parallel forces) કહેવામાં આવે છે.

સમાંતર જોરોનો રીઝલ્ટન્ટ—બે સમાન સમાંતર જોરો અથવા લાઈક પેરેલેલ ફોર્સીસનો રીઝલ્ટન્ટ તે જોરોનાં સરવાળાની બરાબર છે અને તે તે જોરોની દિશામાં કાર્ય કરે છે; એટલે આકૃતિ ૭૩માં દેખાડયા પ્રમાણે P અને Q જોરોને સમાંતર એક જોર E કે જે P + Qની બરાબર છે તે આ બે જોરોને C આગળ સમતોલ કરશે કે જેથી Cની આસપાસનાં મોમેન્ટસ સરખા અને વિરૂદ્ધ છે. ત્યારે C આગળ કાર્ય કરતું Eની બરાબરનું અને વિરૂદ્ધ દિશાનું એક જોર Rએ P અને Qનો રીઝલ્ટન્ટ દર્શાવશે. ત્યારે R=P+Q; અને આ રીઝલ્ટન્ટ R બિંદુ C આગળ કાર્ય કરશે, જે બિંદુ C આગળ Rની લીટી P અને Q વચ્ચેનાં અંતરને P અને Qનાં ઉલટા પ્રમાણમાં વિભક્ત કરશે. આ બિંદુ C કે જેને સમાંતર જોરોનું



આકૃતિ ૭૩

મધ્ય કહેવામાં આવે છે તેનું સ્થાન નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય:—



આકૃતિ ૭૪

જોર P જેમ જોર Qનાં પ્રમાણમાં છે તેમ અંતર BC એ ACનાં પ્રમાણમાં છે, જેમકે P : Q : : BC : AC,

અથવા $\frac{P}{Q} = \frac{BC}{AC}$, અથવા $P \times AC = Q \times BC$.

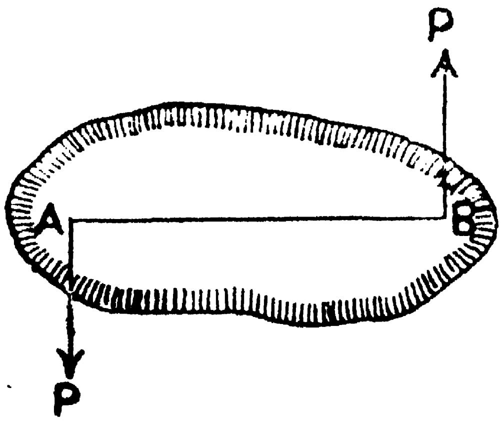
બે અસમાન સમાંતર જોરો અથવા અનલાઈક પેરેલેલ ફોર્સીસનો રીઝલ્ટન્ટ તે જોરો વચ્ચેનાં તફાવતની બરાબર છે, અને તે મોટા જોરની દિશામાં કાર્ય કરે છે.

આ પ્રમાણે આકૃતિ ૭૪માં P અને Q બે અસમાન (unlike) સમાંતર જોરો છે, જેમાં Q જોર P જોર કરતાં મોટું છે, તો P અને Qને સમાંતર એક જોર E કે જે Q–Pની બરાબર છે તે આ બે જોરોને C બિંદુ આગળ સમતોલ કરશે, કે જેથી Cની આસપાસનાં મોમેન્ટસ સરખાં અને વિરૂદ્ધ છે. ત્યારે C બિંદુ આગળ કાર્ય કરતું Eની બરાબરનું અને વિરૂદ્ધ દિશાનું એક જોર Rએ P અને Qનો રીઝલ્ટન્ટ દર્શાવશે; ત્યારે $R = Q - P$, અને એ રીઝલ્ટન્ટ R લંબાવેલાં અંતર ABમાંનાં C બિંદુ આગળ Qની દિશામાં કાર્ય કરે છે,

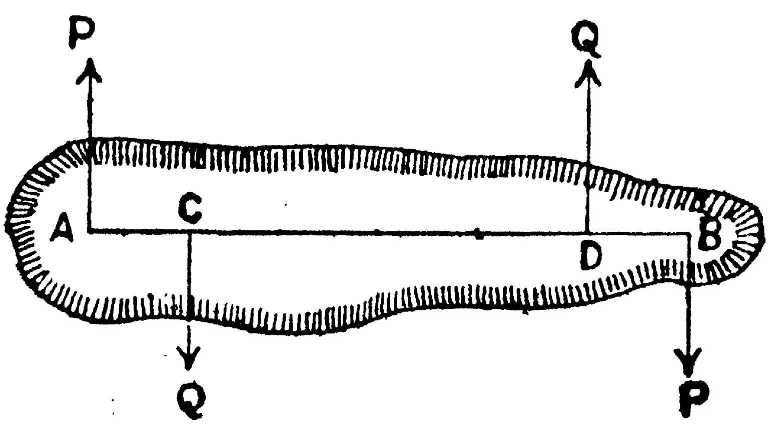
$$\text{જેમકે, } P : Q :: BC : AC, \text{ અથવા } \frac{P}{Q} = \frac{BC}{AC},$$

અથવા $P \times AC = Q \times BC$.

કપલ (Couple)—જ્યારે બે સમાંતર જોરો સરખાં હોય અને એક પદાર્થ ઉપર તેઓ એક બીજાથી વિરૂદ્ધ દિશામાં કાર્ય કરે ત્યારે તે જોરોને "**કપલ**" કહેવામાં આવે છે. ટુંકમાં સરખાં અને અસમાન સમાંતર જોરો (equal & unlike parallel forces) મળીને "**કપલ**" (જોડી) બનેલી કહેવાય છે. જુઓ આકૃતિ ૭૫. તે જોરોનાં કાર્યની રેખાઓ વચ્ચેનાં લંબ અંતરને "**કપલનો આર્મ**" કહેવામાં આવે છે, અને તે જોરોમાંનાં કોઈ પણ એક જોરને આર્મ સાથે ગુણવાથી જે આવે તેને "**કપલનો મોમેન્ટ**" કહેવામાં આવે છે. એક કપલ જે પદાર્થ ઉપર કાર્ય કરે છે તે પદાર્થને માત્ર ગોળ ફેરવવાનું વલણ કરે છે, કારણ કે તેને રીઝલ્ટન્ટ નથી; કારણ કે R = P - P = O છે.



આકૃતિ ૭૫ કપલ



આકૃતિ ૭૬. બે સમતોલ થયલી કપલ્સ.

તોપણ એક કપલ એકજ પ્લેનમાં કાર્ય કરતી અને પદાર્થને વિરૂદ્ધ દિશામાં ફેરવવાનું વલણ કરતી સરખા મોમેન્ટની બીજી કપલ વડે સમતોલ કરી શકાય. આકૃતિ ૭૬માં જો બન્ને કપલ્સનાં મોમેન્ટ

સરખાં હોય એટલે જો $P \times AB = Q \times CD$ હોય તો કપલ P, AB, P એ કપલ Q, CD, Q વડે સમતોલ થશે. ધારો કે P, P = દરેક ૮ પૌંડ, અને Q, Q = દરેક ૧૦ પૌંડ હોય તથા AB = ૧૦ ફુટ અને CD = ૮ ફુટ હોય, ત્યારે $P \times AB = Q \times CD$, ∴ ૮ × ૧૦ = ૧૦ × ૮, ∴ ૮૦ = ૮૦.

કપલ્સનાં વ્યવહારમાં આવતા દાખલાઓ વહાણનાં કેપ્સ્તનમાં (વહાણનું લંગર ઉંચકવા તથા દરીઆમાં નાંખવા માટે સાંકળ અથવા દોરડાંને લપેટવા તથા ઉકેલવાનું યંત્ર), કાગળોની નકલ છાપવાનાં કોપીંગ સ્ક્રુ પ્રેસમાં, કપડાં વીગેરે સામનની ગાંસડી બાંધવાનાં સ્ક્રુ પ્રેસમાં, પાતળી પ્લેટમાં પંચ વડે વેહ પાડવા માટેનાં અથવા ધાતુ ઉપર સીક્કા પાડવા માટેનાં ફ્લાઈ પ્રેસમાં, વીગેરે વારંવાર માલમ પડે છે.

ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ (centre of gravity અથવા centroid સેન્ટર ઓફ ગ્રેવીટી અથવા સેન્ટરોઈડ)—જે અણુઓનો કોઈ પણ પદાર્થ બનેલો હોય છે તે અણુઓ પૃથ્વી તરફ જોરો વડે ખેંચાય છે કે જે જોરો આ અણુઓનાં જથ્થાઓનાં પ્રમાણમાં છે. સઘળાં વ્યવહારીક કામો માટે આ જોરો સમાંતર હોય એમ ધારી લેવાય, અને તેનો રીઝલ્ટન્ટ આ સમાંતર જોરોનાં મધ્યમાંથી કાર્ય કરશે. આ બાબદમાં સમાંતર જોરોનું મધ્ય તે પદાર્થનું **“ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ”** કહેવાય છે, અને ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ નક્કી કરવા માટે સમાંતર જોરોની રચનાનું મધ્યબિંદુ શોધવામાં આવે છે.

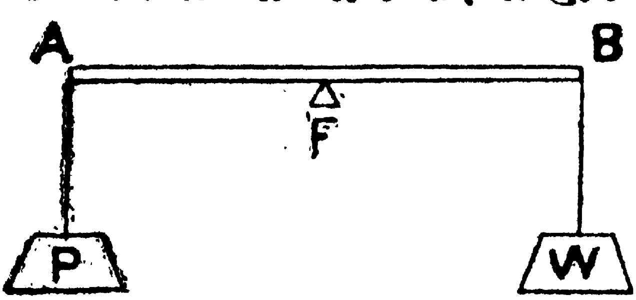
એક પદાર્થનાં ગુરૂત્વમધ્યબિંદુની વ્યાખ્યા નીચે પ્રમાણે આપી શકાય—એક પદાર્થનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ એ તે પદાર્થમાંનું એક બિંદુ છે કે જે બિંદુ ઉપરથી જો તે પદાર્થને લટકાવવામાં આવે તો તે પદાર્થ કોઈ પણ સ્થાનમાં સમતોલ રહેશે.

લીવર્સ.

લીવર—એક કઠણુ સળીયેા છે કે જે સ્થાઈ બિંદુ આસપાસ ફરવાને શક્તિમાન હેાય તેને **"લીવર"** (**lever**) કહેવામાં આવે છે. સ્થાઈ બિંદુને **"ફલક્રમ"** (**fulcrum**) એટલે ટેકણુબિંદુ (**F**) કહે છે. લીવર ઉપર એક દિશામાં કાર્ય કરતેા એક જોર અથવા જોરેાનેા સમૂહ હેાય છે કે જેને આપણે ખેંચાણુ અથવા દબાણુ (**P**) કહીશું, અને વિરૂદ્ધ દિશામાં કાર્ય કરતેા દુર કરવાનેા અવરેાધ અથવા અવરેાધેાનાં સમૂહને વજન (**W**) કહીશું. દબાણુ P અને વજન W એ ફલક્રમ F આગળ પ્રતિકાર્ય ઉત્પન્ન કરે છે જેને **ઇકવીલીબ્રન્ત E** એટલે **સમતેાલ કરનાર** કહેવામાં આવે છે.

આર્મ—ફલક્રમ અને દબાણુ અથવા જોર P વચ્ચેનાં તથા ફલક્રમ અને વજન W વચ્ચેનાં લીવરનાં ભાગેાને લીવરનાં **આર્મ** કહેવામાં આવે છે.

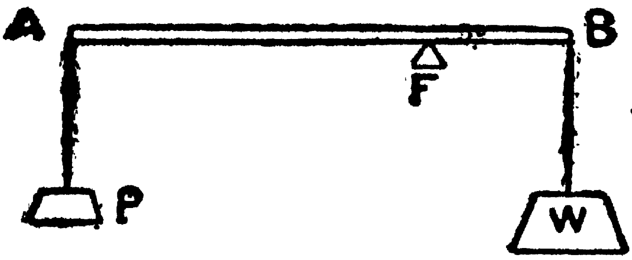
લીવરમાં સમતેાલપણાની સ્થિતિએા-(૧) જ્યાં આગળ P અને W નાં આર્મ સરખા હેાય—ધારેાકે આકૃતિ ૭૭માં AB વજન વિનાનું લીવર છે અને તેનું ફલક્રમ F મધ્યમાં છે, ત્યારે AF અંતર Pનેા આર્મ અને BF અંતર Wનેા આર્મ કહેવાય છે. ત્યારે F બિંદુ આસપાસ Pનેા મેામેન્ટ



આકૃતિ ૭૭

$= P \times AF$, અને Wનેા મેામેન્ટ $= W \times BF$ છે. આ મેામેન્ટસ એક બીજાથી વિરૂદ્ધ દિશામાં છે, અને તે લીવરને F આસપાસ ફેરવવાને અનુક્રમે P અને Wની કિંમત દર્શાવે છે. અહીંઆ $AF = BF$ છે, અને જ્યારે લીવર સમતેાલ હેાય ત્યારે P અને Wનાં મેામેન્ટસ સરખાં છે, તેથી $P \times AF = W \times BF$ છે, તેટલા માટે $P = W$ થશે.

(૨) જ્યાં આગળ P અને Wનાં આર્મ સરખા ન હોય— ધારો કે આકૃતિ ૭૮માં AB વજન વિનાનું લીવર છે. Pનો મોમેન્ટ $= P \times AF$, અને Wનો મોમેન્ટ $= W \times BF$. આ મોમેન્ટસ એક બીજાથી વિરૂદ્ધ છે, અને લીવરને F બિંદુ આસપાસ ફેરવવાનું વલણ કરે છે. તેટલા માટે મોમેન્ટનાં નિયમ પ્રમાણે સમતોલપણું જાળવવા માટે આ મોમેન્ટસ સરખાં હોવાં જોઈએ, અથવા $P \times AF = W \times BF$,



આકૃતિ ૭૮

અથવા $P : W :: BF : AF$, અને $\frac{P}{W} = \frac{BF}{AF}$, અથવા

દબાણ અથવા કરેલું જોર P અને વજન Wએ તેમનાં પોતાનાં આર્મસનાં ઉલટા પ્રમાણમાં છે.

લીવરનાં ઓરડર એટલે ક્રમ—ખેંચાણ અથવા દબાણ અથવા જોર P, ફલક્રમ F, અને વજન Wને એક બીજા સાથે સંબંધમાં લેતાં ત્રણ રીતોએ ગોઠવી શકાય. તેટલા માટે વારંવાર લીવરોનાં ત્રણ જાતનાં વર્ગો પાડવામાં આવે છે જેઓને **(૧) લીવર ઓફ ધી ફર્સ્ટ ઓરડર એટલે પહેલા ક્રમનું લીવર, (૨) લીવર ઓફ ધી સેકન્ડ ઓરડર એટલે બીજા ક્રમનું લીવર, અને (૩) લીવર ઓફ ધી થર્ડ ઓરડર એટલે ત્રીજા ક્રમનું લીવર કહેવામાં આવે છે.**

જે લીવર ઉપર કરેલું જોર P અને વજન Wની વચ્ચે ફલક્રમ F હોય તે લીવરને "**લીવર ઓફ ધી ફર્સ્ટ ઓરડર**" કહેવામાં આવે છે.

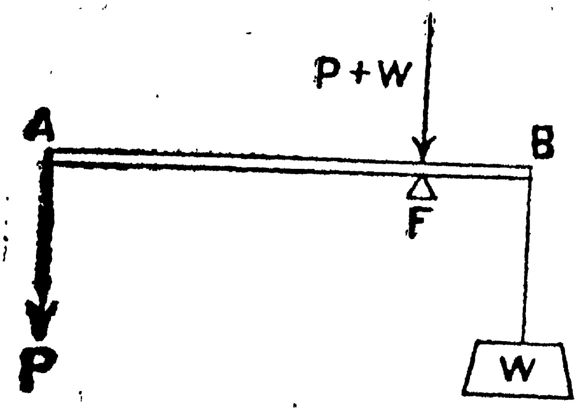
જે લીવર ઉપર કરેલું જોર P અને ફલક્રમ Fની વચ્ચે વજન

W હોય તે લીવરને "**લીવર ઓફ ધી સેકન્ડ ઓરડર**" કહેવામાં આવે છે.

જે લીવર ઉપર વજન W અને ફલક્રમ Fની વચ્ચે જોર P હોય તે લીવરને "**લીવર ઓફ ધી થર્ડ ઓરડર**" કહેવામાં આવે છે.

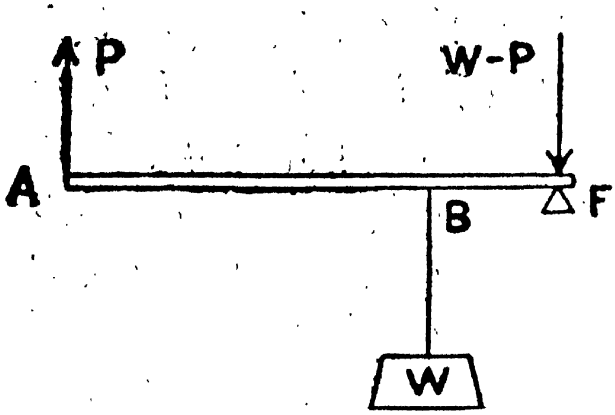
તોપણ ઉપલી બાબદો વ્યવહારીક અગત્યની નથી, કારણ કે ત્રણે બાબદમાં નિયમ એકજ સરખો છે.

આકૃતિ ૭૯માં "**લીવર ઓફ ધી ફર્સ્ટ ઓરડર**" એટલે "**પહેલા ક્રમનો લીવર**" દેખાડયો છે. એમાં A આગળ નીચલી દિશામાં કાર્ય કરતું જોર P એ B આગળનાં વજન Wનાં કાર્યને લીધે લીવરને સમતોલ રાખે છે. લીવરનાં પહેલા ઓરડર એટલે ક્રમનાં દાખલાઓ વ્યવહારમાં ઘણાં મળે છે; જેવા કે, ત્રાજવાંની દાંડી, સ્ટીલ યાર્ડ (લાકડાં, અનાજની ગુણીઓ, વીગેરે તોલવા માટે વપરાતો કાંટો), પથ્થર ઉપાડવા માટે વપરાતો ક્રોબાર (પરઈ), વીગેરે. કાતર, પકડ, સાંડસી, વીગેરે સામાન્ય ફલક્રમ ઉપર ફરતાં પહેલા ક્રમનાં ડબલ લીવર્સ છે. આ ક્રમનાં લીવરમાં ફલક્રમ ઉપર આવતું દબાણ = P + W છે જે નીચલી દિશામાં કાર્ય કરે છે, અને પ્રતિકાર્ય = P + W છે જે ઉપલી દિશામાં કાર્ય કરે છે.



આકૃતિ ૭૯

આકૃતિ ૮૦માં "**લીવર ઓફ ધી સેકન્ડ ઓરડર**" એટલે "**બીજા ક્રમનું લીવર**" દેખાડયું છે. એમાં જોર P અને



આકૃતિ ૮૦

ફુલક્રમ Fની વચ્ચે વજન W આવે છે. લીવરને સમતોલ રાખવા માટે P અને Wનાં મોમેન્ટસ સરખાં હોવાં જોઈએ. આ નીચે પ્રમાણે સાબેત કરી શકાયઃ– ફુલક્રમ F ઉપરનું દબાણ = W – P છે અને તે નીચલી દિશામાં કાર્ય કરે છે, તેટલા માટે આપણે ઉપલી દિશામાં કાર્ય કરતાં પ્રતિકાર્ય W – Pની બરાબરનું જોર લીવરનાં સમતોલપણા (ઇક્વીલીબ્રીયમ)ને હરકત ન આવે તેમ F ઉપરનાં દબાણને બદલે મુકીએ. ત્યારે, જો Bને ફુલક્રમ તરીકે ગણીએ તો આપણને પહેલા ક્રમનું લીવર મળશે કે જેનાં મોમેન્ટસ P × A B અને (W – P) × FB થશે, જે સરખાં હોવાં જોઈએ. તેટલા

માટે, $P \times AB = (W - P) \times FB$

$$\therefore\ P \times AB = W \times FB - P \times FB$$

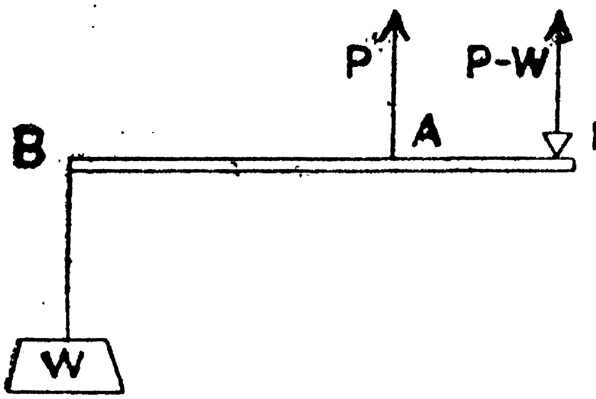
$$P \times AB + P \times FB = W \times FB$$

$$P\ (AB + FB) = W \times FB$$

અથવા, $P \times AF = W \times BF.$

બીજા ક્રમનાં લીવરનાં વ્યવહારીક દાખલાઓ, જેવાકે, ક્રોબાર જ્યારે વજન ઉપાડવા માટે વપરાય તે વેળાએ તેનો એક છેડો જમીન ઉપર હોય છે ત્યારે તે બીજા ક્રમનું લીવર છે. વહાણનું હલેસું એ પણ બીજા ક્રમનું લીવર છે. સુડી બીજા ક્રમનું ડબલ લીવર છે, જેમાં બન્ને લીવર્સ સામાન્ય ફુલક્રમ ઉપર ફરે છે. આ જાતનાં લીવરમાં P હમેશાં W કરતાં ઓછો હોય છે, અને Pનો આર્મ Wનાં આર્મ કરતાં મોટો છે.

આકૃતિ ૮૧માં "**લીવર ઑફ ધી થર્ડ ઑરડર**" એટલે "**ત્રીજા ક્રમનું લીવર**" બતાવ્યું છે. એમાં જોર P એ વજન W અને ફલક્રમ F ની વચ્ચે આવે છે, તેટલા માટે વજન W કરતાં જોર P વધુ થશે, કારણ કે Pનો આર્મ ટુંકો છે. આ બાબદમાં સમતોલપણાની સ્થિતિ ઉપર આપેલી બન્ને બાબદોનાં જેવીજ છે, એટલે P અને



આકૃતિ ૮૧

Wનાં મોમેન્ટસ સરખાં છે, અથવા P × AF = W × BF છે. ફલક્રમ ઉપરનું દબાણ P – W ઉપરની દિશામાં કાર્ય કરે છે, કારણ કે P એ W કરતાં મોટો છે, અને પ્રતિકાર્ય P – W નીચેની દિશામાં કાર્ય કરે છે. ત્રીજા ક્રમનાં લીવરમાં ઉપાડવાનાં વજન કરતાં જોર વધુ જોઈતું હોવાથી યાંત્રિક લાભ (મીકેનીકલ એડવાન્ટેજ) કશો પણ મળતો નથી, તેથી વ્યવહારમાં આ ક્રમનાં લીવર વપરાતાં નથી.

દાખલો ૩—પહેલા ક્રમનાં લીવરમાં જો Pનો આર્મ ૮ ફુટ હોય અને P ૨૦ પૌંડ હોય તો Pનું મોમેન્ટ શોધો ?

Pનું મોમેન્ટ = P × Pનો આર્મ
= ૨૦ × ૮
= ૧૬૦ ફુટ–પૌંડ

દાખલો ૪—પહેલા ક્રમનાં લીવરમાં જોર P ૬૫ પૌંડ અને તેનો આર્મ ૨૪ ઇંચ છે. વજન W ૫૨૦ પૌંડ છે, તો Wનો આર્મ શોધો, અને ફલક્રમ ઉપરનું દબાણ શોધો ?

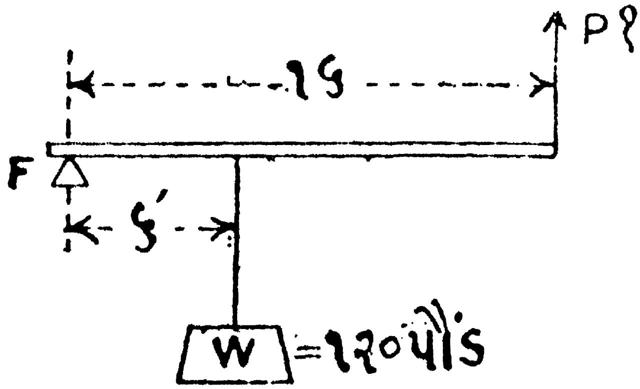
P × Pનો આર્મ = W × Wનો આર્મ
૪૮ × ૨૪ = ૫૨૦ × Wનો આર્મ

∴ Wનો આર્મ = $\frac{૪૮ \times ૨૪}{૫૨૦}$
= ૩ ઇંચ

ફલક્રમ ઉપરનું દબાણ = P + W
= ૬૫ + ૫૨૦
= ૫૮૫ પૈાંડ

દાખલેા ૫—એક લીવર ૧૬ ફુટ લાંબેા છે, અને તેને એક છેડે આવેલાં ફલક્રમ આસપાસ તે ફરી શકે છે. ફલક્રમથી ૬ ફુટ દુર ૧૨૦ પૈાંડનું વજન તે ઉપર લટકાવેલું છે, તેા આ લીવરને સમતેાલ રાખવા માટે લીવરનાં છુટા છેડા ઉપર ઉપલી દિશામાં કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઈશે ? વળી ફલક્રમ ઉપરનું દબાણ શેાધેા. આ લીવર કયા ક્રમનું છે તે જણાવેા.

આકૃતિ ૮૨માં બતાવ્યા પ્રમાણે આ લીવરમાં વજન W એ ફલક્રમ F અને જોર Pની વચ્ચે આવેલું છે, માટે બીજા ક્રમનું લીવર છે.



આકૃતિ ૮૨

Pનેા આર્મ = Pથી ફલક્રમ સુધીનું અંતર = ૧૬ ફુટ

Wનેા આર્મ = Wથી ફલક્રમ સુધીનું અંતર = ૬ ફુટ

P × Pનેા આર્મ = W × Wનેા આર્મ

P × ૧૬ = ૧૨૦ × ૬

$\therefore$ P = $\frac{૧૨૦ \times ૬}{૧૬}$

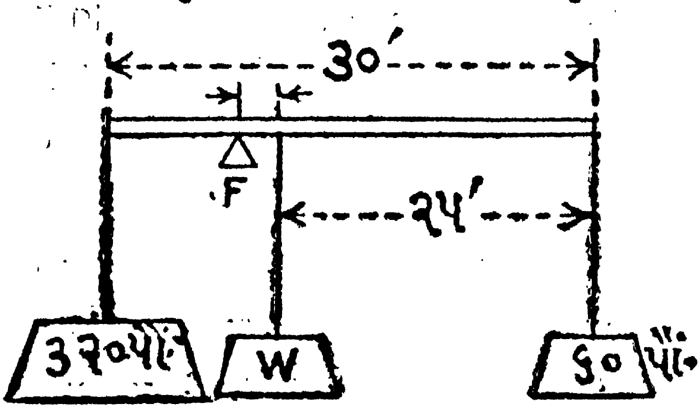
= ૪૫ પૈાંડ

ફલક્રમ ઉપરનું દબાણ = W − P
= ૧૨૦ − ૪૫
= ૭૫ પૈાંડ

દાખલેા ૬—એક લીવર ૪૦ ફુટ લાંબુ છે, અને તે ફલક્રમ F આસપાસ ફરી શકે છે. ફલક્રમ ડાબા હાથ તરફનાં છેડાથી ૧૦

ફુટ દુર છે. ડાબા હાથ તરફનાં છેડા આગળ ૩૨૦ પૈાંડનું, અને જમણા છેડા આગળ ૬૦ પૈાંડનું વજન લટકાવેલાં છે, તેા લીવરને સમતેાલપણામાં એટલે આડી દિશામાં રાખવા માટે જમણા છેડાથી ૨૫ ફુટ દુર તે લીવર ઉપર કેટલું વજન લટકાવવું જોઈશે ?

આકૃતિ ૮૩માં બતાવ્યા પ્રમાણે ફૂલક્રમની જમણી બાજુએ કાર્ય કરતાં સમાંતર જોરેા ૬૦ પૈાંડ અને W પૈાંડ છે, અને ૬૦ પૈાંડનાં જોરનેા આર્મ ૩૦ ફુટ તથા Wનેા આર્મ (૩૦−૨૫)=૫ ફુટ છે. ત્યારે આ જોરેાનાં મેામેન્ટસ અનુક્રમે ૬૦× ૩૦ અને W × ૫ છે. ફૂલક્રમની ડાબી બાજુએ કાર્ય કરતું જોર ૩૨૦ પૈાંડ છે, જેનેા આર્મ ૧૦ ફુટ છે, ત્યારે તેનેા મેામેન્ટ ૩૨૦ × ૧૦ છે.



આકૃતિ ૮૩

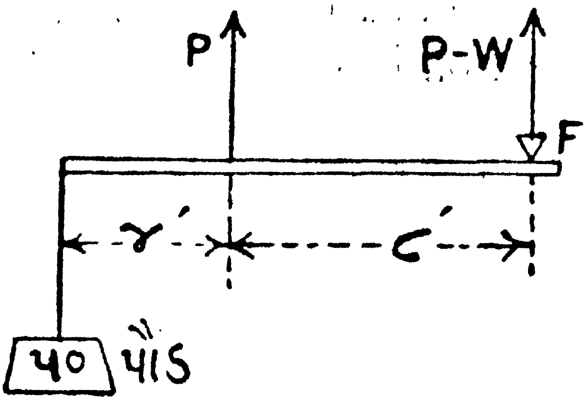
સમતેાલપણાની સ્થિતિ માટે ફૂલક્રમની એક બાજુનાં મેામેન્ટ અથવા મેામેન્ટસનેા સરવાળેા બરાબર ફૂલક્રમની બીજી બાજુનાં મેામેન્ટ અથવા મેામેન્ટસનેા સરવાળેા છે; ત્યારે

$$(૬૦ \times ૩૦) + (W \times ૫) = ૩૨૦ \times ૧૦$$
$$૧૮૦૦ + ૫W = ૩૨૦૦$$
$$\therefore ૫W = ૩૨૦૦ - ૧૮૦૦$$
$$\therefore ૫W = ૧૪૦૦$$
$$W = \frac{૧૪૦૦}{૫}$$
$$= ૨૮૦ \text{ પૈાંડ}$$

દાખલેા ૯—એક લીવર ૧૨ ફુટ લાંબુ છે, અને તેનેા એક છેડેા ફૂલક્રમ ઉપર ટેકવેલેા છે. તેને બીજે છેડે ૫૦ પૈાંડનું વજન લટકાવેલું છે, તેા ફૂલક્રમથી ૮ ફુટ દુર ઉપલી દિશામાં કાર્ય કરતું કેટલું જોર

તે લીવર ઉપર લાગુ પાડવું જોઈએ કે જેથી લીવર આડી દિશામાં જળવાયલું રહે ? અને ફ્લક્રમ ઉપર કેટલું દબાણ આવશે ? આ લીવર ક્યા ક્રમનું છે તે જણાવો.

આકૃતિ ૮૪માં બતાવ્યા પ્રમાણે આ લીવરમાં જોર P એ ફ્લક્રમ અને વજન Wની વચ્ચે છે, માટે ત્રીજા ક્રમનું લીવર છે.



આકૃતિ ૮૪

$$P \times ૮ = ૫૦ \times ૧૨$$

$$\therefore P = \frac{૫૦ \times ૧૨}{૮}$$

$$= \underline{૭૫ \text{ પૈાંડ}}$$

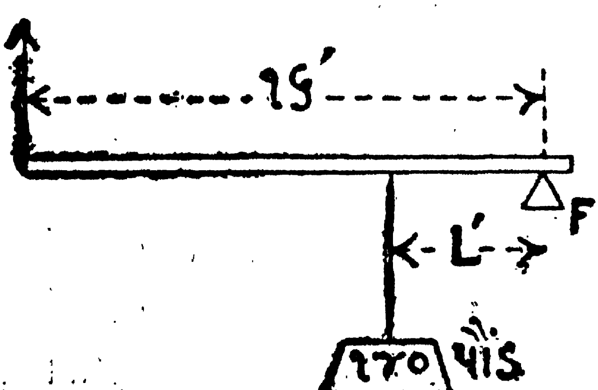
ફ્લક્રમ ઉપરનું દબાણ $= P - W$

$$= ૭૫ - ૫૦$$

$$= \underline{૨૫ \text{ પૈાંડ}}$$

દાખલો ૮—એક લીવર ૧૬ ફુટ લાંબું છે અને તેનો એક છેડો ફ્લક્રમ ઉપર ટેકવેલો છે. તેને બીજે છેડે ઉપલી દિશામાં કાર્ય કરતાં ૪૫ પૈાંડનાં જોર વડે લીવર ઉપર લટકાવેલું ૧૪૦ પૈાંડનું વજન ટેકવવાનું છે, તો આ વજનને ફ્લક્રમથી કેટલે દુર મુકવું જોઈએ કે જેથી લીવર આડી દિશામાં જળવાઈ રહે. વળી ફ્લક્રમ ઉપરનું દબાણ શોધો.

આકૃતિ ૮૫માં આ લીવર બતાવ્યું છે.



આકૃતિ ૮૫

$$૪૫ \times ૧૬ = ૧૪૦ \times L$$

$$\therefore L = \frac{૪૫ \times ૧૬}{૧૪૦}$$

$$= \underline{૫\cdot૧૪ \text{ ફુટ.}}$$

દાખલો ૯—એક લુહારની સાંડસીમાં તેનાં જડબાંઓ

સાંધાની પીનથી ૨ ઇંચ દુર છે. હાથાઓને પીનથી ૧૨ ઇંચ દુર દરેક હાથા ઉપર ૪૦ પૈાંડનાં જોર વડે દબાવીને પકડવામાં આવે છે, તેા તે સાંડસીમાં પકડેલા દાગીના ઉપર કેટલું દબાણનું જોર આવશે, અને વળી સાંધાની પીન ઉપર કેટલું દબાણ આવશે?

એમ માની લઈએ કે સાંડસીનેા નીચલેા હાથેા સ્થાઈ છે, અને ઉપલા હાથા ઉપરનું કાર્ય ધ્યાનમાં લઈએ, તેા આ એક માત્ર સાદાં પહેલાં ક્રમનાં લીવરનેા દાખલેા થશે.

ધારેાકે W = દાગીનાં ઉપર આવતું દબાણ.

$$૪૦ \times ૧૨ = W \times ૨$$

$$\therefore W = \frac{૪૦ \times ૧૨}{૨}$$

$$= \underline{૨૪૦ \text{ પૈાંડ.}}$$

$$\text{પીન ઉપરનું દબાણ} = P + W$$

$$= ૪૦ + ૨૪૦$$

$$= \underline{૨૮૦ \text{ પૈાંડ.}}$$

દાખલેા ૧૦—એક સુડીની આખી લંબાઈ તેનાં સાંધાની પીનથી તે હાથાનાં છેડા સુધી ૭ ઇંચ છે. પીનથી $૧\frac{૧}{૪}$ ઇંચ દુર સેાપારીને કાપવા માટે સુડીમાં મુકવામાં આવી છે, અને તેનાં હાથાનાં છેડાએા આગળથી ૩૦ પૈાંડનાં જોર વડે દબાવવામાં આવે છે, તેા સેાપારી કેટલા દબાણનાં જોરથી કપાશે? અને વળી સાંધાની પીન ઉપર આવતું દબાણ શેાધેા.

એમાં નીચલેા હાથેા સ્થાઈ છે, અને ઉપલેા હાથેા દબાણ કરે છે, ત્યારે આ સાદાં બીજા ક્રમનાં લીવરનેા દાખલેા થશે.

૩૦ પૈાંડનાં જોરનેા લીવરેજ અથવા આર્મ = પીનથી હાથાનાં છેડા સુધીની સુડીની આખી લંબાઈ; અને સેાપારી ઉપર આવતાં દબાણનાં જોરનેા લીવરેજ અથવા આર્મ = સેાપારીનાં સ્થાનથી પીન સુધીનું અંતર.

ધારોકે W = સોપારી ઉપર કાપતી વેળા આવતું દબાણ પૈાંડમાં.

ત્યારે $W \times ૧\cdot૫ = ૩૦ \times ૭$

$$\therefore W = \frac{૩૦ \times ૭}{૧\cdot૫}$$

$= ૧૪૦$ પૈાંડ.

સાંધાની પીન એટલે ફ્લક્રમ ઉપર આવતું દબાણ = W − P

= ૧૪૦ − ૩૦

= ૧૧૦ પૈાંડ.

એકસર્સાઇઝ ૪થી.

૧. મોમેન્ટ એટલે શું ? મોમેન્ટનો નિયમ વર્ણવો. એક લીવરમાં P ૨૫ પૈાંડ, અને તેનો આર્મ અથવા લીવરેજ ૧૬ ફુટ છે, તો તેનો મોમેન્ટ શોધો.

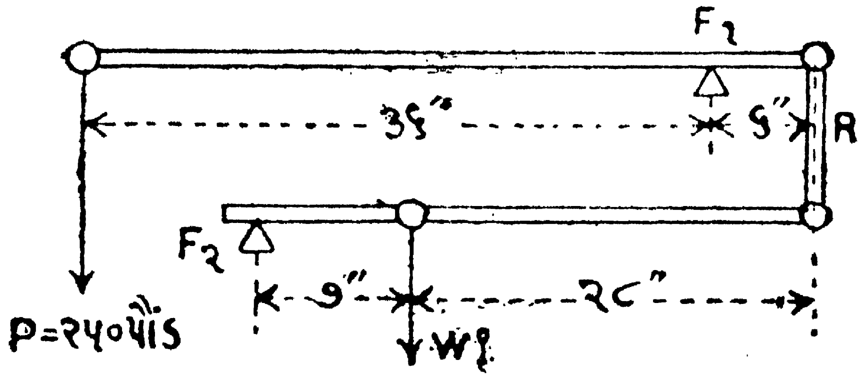
૨. એક લીવર ૫૦ ઇંચ લાંબું છે, અને તેને એક છેડા આગળથી ફ્લક્રમ ઉપર ટેકવેલું છે. લીવરનાં છુટા છેડા આગળ ૧૨ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડવામાં આવે છે, તો ફ્લક્રમથી ૩૫ ઇંચ દુર લીવર ઉપર કેટલા પૈાંડનું વજન લટકાવવું જોઈએ કે જેથી લીવર સમતોલ રહે. વળી ફ્લક્રમ ઉપરનું દબાણ શોધો.

૩. એક લીવર AB ૪૦ ઇંચિ લાંબું છે, અને તે ફ્લક્રલ ઉપર ફરી શકે છે. છેડા Aથી ફ્લક્રમ ૨૭ ઇંચિ દુર છે. છેડા B આગળ ૧૬ પૈાંડનું વજન લટકાવેલું છે, અને છેડા B થી ૮ ઇંચિ દુર ૯ પૈાંડનું બીજું વજન લટકાવ્યું છે. તો લીવરને આડી દિશામાં સમતોલ રાખવા માટે કેટલા પૈાંડનું જોર લીવરનાં A છેડા આગળ લાગુ પાડવું જોઈશે ? વળી ફ્લક્રમ ઉપર કેટલા પૈાંડનું દબાણ આવશે ?

૪. એક લીવરને ફ્લક્રમ ઉપર તેને એક છેડે ટેકવેલું છે, અને તેને બીજે છેડે ૨૫ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડયું છે. ફ્લક્રમથી ૩ ઇંચિ દુર ૨$\frac{૧}{૪}$ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન તે લીવર ઉપર લટકાવેલું છે જેથી તે લીવર આડી દિશામાં સમતોલ રહે છે, તો તે લીવરની લંબાઈ કેટલી હશે ?

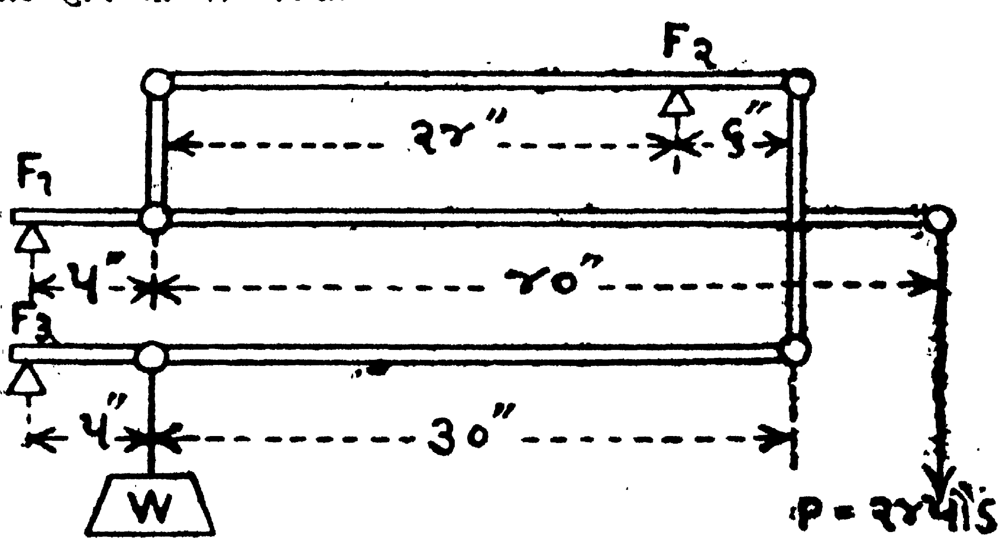
૫. એક લીવરને એક છેડે ૨૫ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડયું છે, અને તેનેા આર્મ અથવા લીવરેજ ૧૮ ઇંચિ છે. બીજે છેડે લાગુ પાડેલું વજન ૭૦ પૈાંડ છે, તેા તેનેા આર્મ શેાધેા, અને ફ્લક્રમ ઉપરનું દબાણ શેાધેા.

૬. લેાખંડ, સ્ટીલ, વીગેરે ધાતુઓનાં ખેંચાણના બળ કસી જોવા માટેનાં ટેસ્ટીંગ મશીનમાંનાં લીવર્સનાં આકૃતિ ૮૬માં આપેલા ડાયગ્રામમાં જો ખેંચાણ P ૨૫૦ પૈાંડ હેાય તેા કસી જોવાનાં ધાતુનાં નમુના ઉપર કેટલું જોર અથવા સ્ટ્રેસ W આવશે ?



આકૃતિ ૮૬

૭. આકૃતિ ૮૭માં દેખાડેલી લીવર્સની રચનામાં જો P ૨૪ પૈાંડ હેાય તેા W શેાધેા.



આકૃતિ ૮૭

૮. ૨૦ ફુટ લાંબા એક બીમને તેનાં છેડાઓ આગળથી બે દિવાલો ઉપર ટેકવેલો છે, અને તે ઉપર મધ્યમાં ૨ ટનનું એક વજન મુકેલું છે. એક ટેકાથી ૩ ફુટ દુર ૧ ટનનું વજન અને બીજા ટેકાથી ૪ ફુટ દુર ૩ ટનનું વજન એ પ્રમાણે બીજાં બે વજનો તે ઉપર મુકેલાં છે, તો બીમનું વજન ધ્યાનમાં ન લેતાં તેનાં દરેક ટેકાઓ ઉપરનું દબાણ અથવા પ્રતિકાર્ય શોધો?

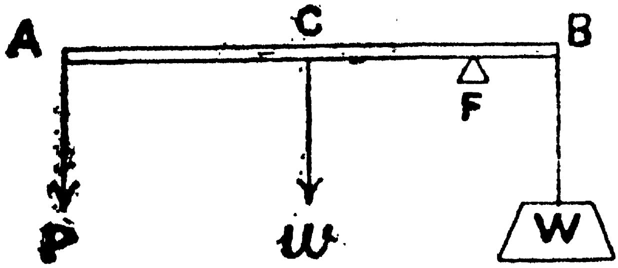
૯. એક બીમ AB ૧૬ ફુટ લાંબો છે, અને તેને છેડા A આગળ અને છેડા Bથી ૪ ફુટ દુર C આગળ ટેકવેલો છે. છેડા Aથી ૬ ફુટ દુર ૪ ટનનું વજન, અને છેડા B આગળ ૨ ટનનું વજન તે ઉપર મુકેલાં છે, તો બીમનું વજન ધ્યાનમાં ન લેતાં ટેકા A અને C આગળનાં પ્રતિકાર્યો શોધો?

૧૦. એક સુથારની પકડમાં તેનાં જડબાંઓ પીન કે જે સાંધો બને છે તેનાંથી ૧½" દુર છે. પીનથી ૮¾ ઇંચ દુર દરેક હાથા ઉપર ૪૫ પૈાંડનાં જોર વડે હાથાઓને દબાવીને પકડવામાં આવે છે. તો જડબાંઓ વચ્ચે પકડેલા પદાર્થ ઉપર કેટલું દબાણનું જોર આવશે, અને વળી પીન ઉપર કેટલું દબાણ આવશે તે શોધો.

૧૧. એક નાનો મછવો એક ખલાસી હલેસાં વડે તળાવમાં ચલાવે છે. હલેસાંને એક છેડે તે ખલાસી ૫૦ પૈાંડનું જોર કરે છે. હલેસાંનો બીજો ચપટો છેડો પાણીમાં ફલક્રમ તરીકે કાર્ય કરે છે, જે છેડાથી ૧¾ ફુટ દુર હલેસાંને મછવાની બાજુ સાથે બાંધેલું છે. હલેસાંની આખી લંબાઈ ૪¾ ફુટ છે, તો કેટલાં જોરથી હલેસાં વડે તે મછવાને તળાવમાં આગળ ચલાવવામાં આવતો હશે તે શોધો.

જ્યારે લીવર અથવા બીમનું વજન ધ્યાનમાં લેવામાં આવે—આ બાબદમાં આપણને એક વધારાનાં જોરનો મોમેન્ટ મળે છે અને તે જોર લીવર અથવા બીમનું વજન છે કે જે લીવર અથવા બીમનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ફલક્રમની જે બાજુએ હોય તે બાજુએ કાર્ય કરે

છે. દાખલા તરીકે આકૃતિ ૮૮માં લીવર ABનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ C આગળ હોય, અને લીવરનું વજન w હોય, તો વજન w લીવરનાં ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ C આગળ કાર્ય કરશે. ત્યારે ફલક્રમની એક બાજુએ જોરો P અને w નાં



આકૃતિ ૮૮

મોમેન્ટસ છે, જ્યારે બીજી બાજુએ Wનો મોમેન્ટ છે. માટે સમતોલપણાની સ્થિતિ માટે

$$P \times AF + w \times CF = W \times BF.$$

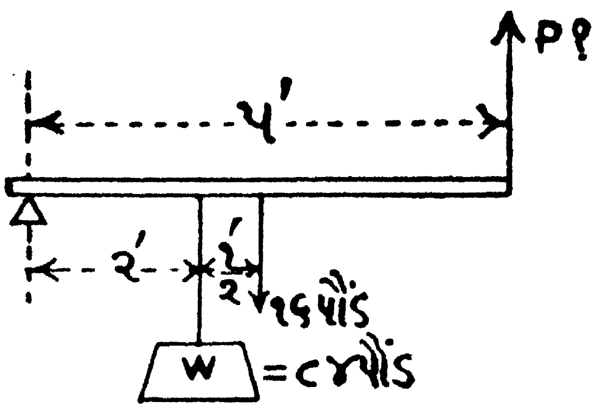
$$\therefore P \times AF = W \times BF - w \times CF$$

આને બદલે જો ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ C ફલક્રમની બીજી બાજુએ એટલે Wની બાજુએ હોત તો

$$P \times AF = W \times BF + w \times CF \text{ થતે.}$$

જો દાખલાઓમાં લીવર એક સમાન છેદચિત્ર (section) નો હોય, અથવા લીવર યા બીમની આખી લંબાઈએ વજન સરખી રીતે વહેંચાયલું હોય ત્યારે તેનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ તે લીવર અથવા બીમની લંબાઈનાં મધ્યમાં આવશે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો "લીવર અથવા બીમનાં આખાં વજનને તેનાં મધ્યબિંદુ આગળ કાર્ય કરતાં એક જોર તરીકે લઈ શકાય."

દાખલો ૧—૫ ફુટ લાંબો એક લોઢાંનો સળીયો કે જેનું વજન ૧૬ પૈાંડ છે તે એક છેડા આગળ ફલક્રમથી ટેકવાયલો છે. જો તે સળીયા ઉપર ૮૪ પૈાંડનું વજન ફલક્રમથી ૨ ફુટ દુર લટકાવવામાં આવે તો તે સળીયાને બીજે છેડે કેટલા પૈાંડનું જોર લાગુ પાડવું જોઈએ કે જેથી સળીયો આડાં સ્થાને જળવાયલો રહે. વળી ફલક્રમ ઉપરનું દબાણ શોધો.



આકૃતિ ૮૯

આકૃતિ ૮૯માં દેખાડયા પ્રમાણે

$$P \times ૫ = (૮૪ \times ૨) + (૧૬ \times ૨\cdot૫)$$

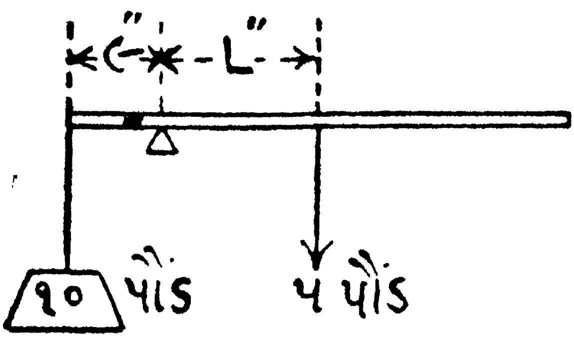
$$૫P = ૧૬૮ + ૪૦$$

$$૫P = ૨૦૮$$

$$\therefore P = \frac{૨૦૮}{૫}$$

$$= ૪૧\cdot૬ \text{ પૌંડ}$$

દાખલેા ૨—એક સમાન છેદ ચિત્રનાં ધાતુનાં સળીયાનું વજન ૫ પૌંડ છે, અને તેનાં એક છેડા ઉપરથી ૧૦ પૌંડનું વજન લટકાવેલું છે. જે છેડા ઉપરથી વજન લટકાવ્યું છે તે છેડાથી ૯ ઇંચ દુર આવેલાં ટેકણુ એટલે ફુલક્રમ ઉપર તે સળીયેા સમતેાલ રહે છે, તેા સળીયાની લંબાઈ શેાધેા.



આકૃતિ ૯૦

આકૃતિ ૯૦ માં દેખાડયા પ્રમાણે

$$૫ \times L'' = ૧૦ \times ૯$$

$$\therefore L = \frac{૧૦ \times ૯}{૫}$$

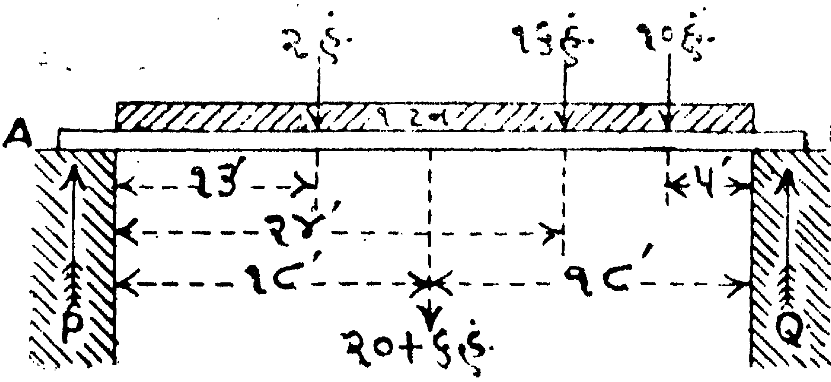
$$= ૧૮ \text{ ઇંચ}$$

લીવરની અર્ધી લંબાઈ $= ૯ + ૧૮ = ૨૭$ ઇંચ

$\therefore$ લીવરની આખી લંબાઈ $= ૨૭ \times ૨ =$ ૫૪ ઇંચ

દાખલેા ૩—એક બીમ જેને બન્ને છેડાએા આગળથી ટેકવેલેા છે તે ૩૬ ફુટ લાંબેા છે અને તેનું વજન ૬ હંન્ડ્રેડવેટ છે. તે ઉપર નીચે પ્રમાણેનાં વજનેા લાધ્યાં છે:–(૧) જમણા ટેકાથી ૫ ફુટ દુર ૧૦ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન, (૨) ડાબા ટેકાથી ૧૩ ફુટ દુર ૨ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન, (૩) ડાબા ટેકાથી ૨૪ ફુટ દુર ૧૬ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન, અને (૪) એક ટનનું

વજન એક સરખી રીતે લાધેલું છે; તો દરેક ટેકા ઉપર આવતું દબાણ અથવા પ્રતિકાર્ય શોધો ?



આકૃતિ ૯૧

આકૃતિ ૯૧માં દેખાડ્યા પ્રમાણે એક સરખી રીતે વહેંચાયલું એક ટન એટલે ૨૦ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન અને બીમનું વજન ૬ હંન્ડ્રેડવેટ બીમનાં ગુરૂત્વમધ્યબિંદુમાં કાર્ય કરશે. બીમ સમાન છેદ ચિત્રનો હોવાથી તેનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ બીમનાં મધ્યમાં આવશે તેથી આ વજનો બીમનાં મધ્યમાં કાર્ય કરશે.

આકૃતિ ૯૧માં Bની આસપાસનું મોમેન્ટ લેતાં—ટેકા A ઉપરનાં પ્રતિકાર્ય Pનું ઘડીઆળનાં કાંટાની ગતિની દિશાનું મોમેન્ટ $= P \times ૩૬$ ફુટ–હંન્ડ્રેડવેટ.

લાધેલાં વજનોનાં તથા બીમનાં વજનનાં વિરૂદ્ધ દિશાનાં મોમેન્ટ

$= (૨ \times ૨૩) + (૨૬ \times ૧૮) + (૧૬ \times ૧૨) + (૧૦ \times ૫)$

$\therefore P \times ૩૬ = ૪૬ + ૪૬૮ + ૧૯૨ + ૫૦$

$P \times ૩૬ = ૭૫૬$

$\therefore P = \frac{૭૫૬}{૩૬}$

$=$ ૨૧ હંન્ડ્રેડવેટ

ટેકા B ઉપરનું પ્રતિકાર્ય Q = લાધેલાં કુલ વજનો – પ્રતિકાર્ય P

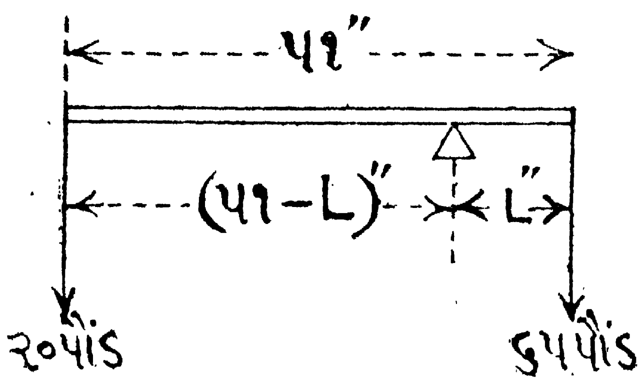
$= (૨ + ૨૬ + ૧૬ + ૧૦) - ૨૧$

$= ૫૪ - ૨૧$

$=$ ૩૩ હંડ્રેડવેટ

ફલક્રમનું સ્થાન શોધવા વિષે—જે દાખલામાં લીવર ઉપર કાર્ય કરતાં જોરો આપેલાં હોય, તો સમતોલપણું જાળવવા માટે ફલક્રમનું સ્થાન શોધવા માટે પણ મોમેન્ટનો જ નિયમ લાગુ પડે છે. આ નીચે આપેલા દાખલાથી સમજાય છે.

દાખલો ૪—એક લીવર ૪$\frac{1}{4}$ ફુટ લાંબો છે, અને તેને એક છેડે ૨૦ પાંડ અને બીજે છેડે ૬૫ પાંડ કાર્ય કરે છે, તો તે લીવરને સમતોલ રાખવા માટે ફલક્રમને ક્યાં મુકવું જોઈએ?



આકૃતિ ૯૨

પહેલી રીતઃ—

આકૃતિ ૯૨માં ધારો કે L″=૬૫ પાંડનો આર્મ, ત્યારે (૫૧ - L)″=૨૦ પાંડનો આર્મ.

$$\therefore\ ૨૦\ (૫૧ - L) = ૬૫ \times L$$
$$૧૦૨૦ - ૨૦L = ૬૫L$$
$$૬૫L + ૨૦L = ૧૦૨૦$$
$$\therefore\ ૮૫L = ૧૦૨૦$$
$$L = \frac{૧૦૨૦}{૮૫}$$
$$= \underline{૧૨\ ઇંચ}$$

જવાબ—<u>મોટાં વજનથી ૧૨ ઇંચ દુર</u>

બીજી રીત :—

P : W : : Wનો આર્મ : Pનો આર્મ

૨૦ : ૬૫ : : Wનો આર્મ : Pનો આર્મ

Pનાં આર્મ અને Wનાં આર્મનો સરવાળો = લીવરની લંબાઈ = ૫૧″ છે.

અને Wનાં તથા Pનાં આર્મનું પ્રમાણ ૨૦ : ૬૫ છે.

ત્યારે Wનાં તથા Pનાં આર્મનાં પ્રમાણનો સરવાળો=૨૦+૬૫=૮૫ છે.

$\therefore$ ૮૫ : ૫૧″ : : ૨૦ : Wનો આર્મ

$\therefore$ ૬૫ પૈાંડનો આર્મ = $\frac{૫૧\times૨૦}{૮૫}$

= ૧૨ ઇંચ

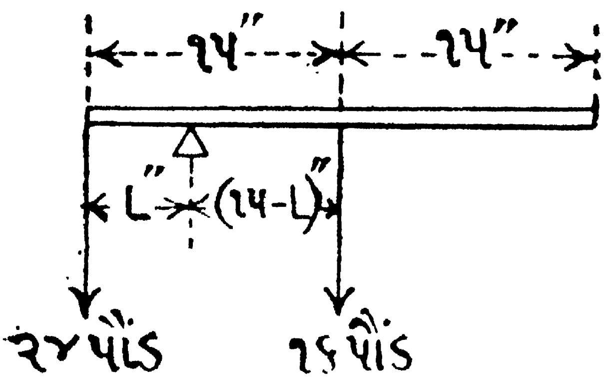
તેજ પ્રમાણે ૨૦ પૈાંડનો આર્મ = $\frac{૫૧\times૬૫}{૮૫}$

= ૩૯ ઇંચ

જવાબ—૬૫ પૈાંડ વજનથી ૧૨ ઇંચ દુર

અથવા, ૨૦ પૈાંડનાં વજનથી ૩૯ ઇંચ દુર

દાખલેા ૫—એક સમાન છેદચિત્રનો સળીયો ૨½ ફુટ લાંબો છે અને તેનું વજન ૧૬ પૈાંડ છે. તેનાં એક છેડાથી ૨૪ પૈાંડનું વજન લટકાવ્યું છે, તો તે સળીયાને આડી દિશામાં જળવાયલો રાખવા માટે ફુલક્રમનું સ્થાન શોધો ?



આકૃતિ ૯૩

પહેલી રીત:-આકૃતિ ૯૩માં, L″=૨૪ પૈાંડ વજનનો આર્મ, ત્યારે (૧૫ − L)″ = ૧૬ પૈાંડ લીવરનાં વજનનો આર્મ.

૨૪ × L = ૧૬ × (૧૫ − L)

૨૪ L = ૨૪૦ − ૧૬ L

૨૪ L + ૧૬ L = ૨૪૦

૪૦ L = ૨૪૦

$\therefore$ L = $\frac{૨૪૦}{૪૦}$

= ૬ ઇંચ

જવાબ—૨૪ પૈાંડનાં વજનવાળા છેડાથી ૬ ઇંચિ દુર, અથવા વજન વગરના છેડાથી ૨૪ ઇંચિ દુર.

બીજી રીત:—

૨૪ : ૧૬ : : લીવરનાં વજનનો આર્મ : ૨૪ પૈાંડનો આર્મ.

આર્મ્સનાં પ્રમાણનો સરવાળો = ૨૪ + ૧૬ = ૪૦

૪૦: ૧૫" : : ૧૬ : ૨૪ પૈાંડનાં વજનનો આર્મ

$\therefore$ ૨૪ પૈાંડનાં વજનનો આર્મ = $\frac{૧૫ \times ૧૬}{૪૦}$

= ૬ ઇંચ.

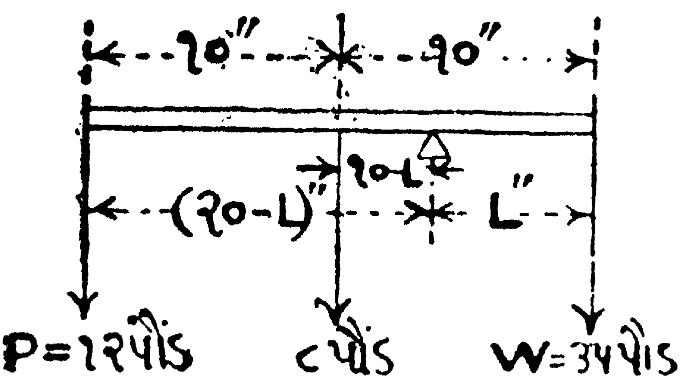
તેજ પ્રમાણે લીવરનાં વજન ૧૬ પૈાંડનો આર્મ = $\frac{૧૫ \times ૨૪}{૪૦}$

= ૯ ઇંચ

જવાબ—વજન વગરનાં છેડાથી ૧૫ + ૯ = ૨૪ ઇંચ દુર.

અથવા, ૨૪ પૈાંડનાં વજનવાળા છેડાથી ૬ ઇંચ દુર.

દાખલો ૬—સમાન છેદ ચિત્રનું એક લીવર કે જે ૨૦ ઇંચ લાંબું છે તેનું વજન ૮ પૈાંડ છે તે લીવરને એક છેડે ૧૨ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડવાનું છે અને બીજે છેડેથી ૩૫ પૈાંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે, તો તે લીવરને સમતોલ રાખવા માટે ફલક્રમનું સ્થાન નક્કી કરો. આકૃતિ ૯૪માં દેખાડયા પ્રમાણે ધારો કે,



આકૃતિ ૯૪

L" = ૩૫ પૈાંડ Wનો આર્મ

$\therefore$ ૨૦ − L = ૧૨ પૈાંડ Pનો આર્મ

અને ૧૦ − L = લીવરનાં વજન ૮ પૈાંડનો આર્મ

ત્યારે ૩૫ × L = ૧૨ (૨૦ − L) + ૮ (૧૦ − L)

૩૫ L = ૨૪૦ − ૧૨ L + ૮૦ − ૮ L

$\therefore$ ૩૫ L + ૧૨ L + ૮ L = ૨૪૦ + ૮૦

$\therefore$ ૫૫ L = ૩૨૦

L = $\frac{૩૨૦}{૫૫}$

= ૫$\frac{૯}{૧૧}$ ઇંચ

જવાબ—૩૫ પૈાંડ Wવાળા છેડાથી ૫$\frac{૯}{૧૧}$ ઇંચ દુર

એકસસાઇઝ ૫મી.

૧. એક સમાન લીવર કે જેનું વજન ૪ પૈાંડ છે તે ૪ ફુટ લાંબેા છે અને તેને એક છેડે આવેલાં ફુલક્રમ આસપાસ તે ફરી શકે છે. ફુલક્રમથી એક ફુટ દુર તે લીવર ઉપર ૧૦ પૈાંડનું વજન લટકાવ્યું છે, તેા તે લીવરને આડી દિશામાં રાખવા માટે તેનાં છુટા છેડા આગળ ઉપલી દિશાનું કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઇશે ?

૨. એક સમાન લીવર ૫ ફુટ લાંબું છે અને તેનું વજન ૧૦ પૈાંડ છે. લીવરને એક છેડે ફુલક્રમ છે અને ફુલક્રમથી ૪ ફુટ દુર ૩૦ પૈાંડનું વજન લટકાવ્યું છે. તેા તે લીવરનાં મધ્યબિંદુ આગળ ઉપલી દિશામાં કાર્ય કરતું કેટલું જોર તે લીવરને આડા સ્થાને જાળવી રાખશે ?

૩. એક સમાન છેદ ચિત્રનાં ધાતુનાં સળીયાનું વજન ૧૨ પૈાંડ છે, અને તેના એક છેડા ઉપરથી ૩૦ પૈાંડનું વજન અને બીજા છેડાથી ૪ પેાંડનું વજન લટકાવેલાં છે. એમ માલમ પડયું છે કે તે સળીયાના જે છેડા આગળથી ૩૦ પેાંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે તે છેડાથી ૧૦ ઇંચ દુર આવેલાં ધારવાળાં ટેકણ એટલે ફુલક્રમ ઉપર તે સળીયેા સમતેાલ રહે છે, તેા તે સળીયાની લંબાઇ શેાધેા.

૪. એક સીધેા સમાન સળીયેા ૧૪ ઇંચ લાંબેા છે અને તેનું વજન ૪ પેાંડ છે. તે સળીયાને લીવર તરીકે વાપરવામાં આવે છે, અને તેનાં એક છેડા ઉપરથી ૮ પેાંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે, તેા તે લીવરને સમતેાલ રાખવા માટે ફુલક્રમનું સ્થાન શેાધેા.

૫. એક લેાકેામેાટીવ એનજીન ૪૫ ફુટનાં સ્પેન (Span એટલે એક ટેકાથી બીજા ટેકા વચ્ચેનું અંતર)વાળા એક પુલ ઉપર ઉભું રહેલું છે. તેનાં પૈડાંની દરેક જોડ ઉપરનાં વજનેા અનુક્રમે ૧૫, ૧૭, ૧૭, ૧૭ અને ૧૩ ટન છે, અને તે પૈડાંની ધરીએા વચ્ચેનું અંતર અનુક્રમે ૬ ફુટ, ૫ ફુટ ૮ ઇંચ, ૬ ફુટ, અને ૭ ફુટ ૬ ઇંચ છે. પુલનાં એક

છેડાથી આગલાં પૈડાંની જોડ ૧૨ ફુટ દુર છે, તો તે લોકોમોટીવનાં વજનને લીધે પુલનાં ટેકાઓ ઉપર આવતું દબાણ શોધો.

૬. એક લાકડાંનો બીમ જે ૧૦ ફુટ લાંબો છે તે સમાન છેદ ચિત્રનો છે અને તેને એક બીજાથી ૭ ફુટ ૬ ઇંચ દુર આવેલા બે ટેકાઓ ઉપર ટેકવેલો છે જેમાંનો એક ટેકો બીમનાં એક છેડાની હેઠળ છે. જો બીમનું વજન ૪૫ પૌંડ હોય તો ટેકાઓ ઉપરનાં દબાણો શોધો. વળી બીમના છુટા લટકતા છેડા ઉપર કેટલા પૌંડનું વજન લટકાવવું જોઈએ કે જેથી તેના બીજા છેડા આગળના ટેકા ઉપર ૫ પૌંડનું દબાણ આવે. વળી તે વેળાએ બીજા ટેકા ઉપર કેટલું દબાણ આવશે?

૭. એક લીવર જે સમાન છેદ ચિત્રનો છે તેની લંબાઈ ૫ ફુટ છે અને તેનું વજન ૩૦ પૌંડ છે. તે લીવરને એક છેડે ૧૦૦ પૌંડનું અને બીજે છેડે ૮ પૌંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યાં છે, તો તે લીવરને સમતોલ રાખવા માટે ફુલક્રમનું સ્થાન શોધો.

૮. સમાન છેદચિત્રનો એક બીમ AB ૨૫ ફુટ લાંબો છે અને તેનું વજન ૪ હંન્ડ્રેડવેટ છે. આ બીમને તેના છેડાઓ A અને B આગળ ટેકાઓ ઉપર ટેકવેલો છે. છેડા Aથી ૪ ફુટ દુર એક ટનનું વજન, છેડા Bથી ૬ ફુટ દુર ૪ ટનનું બીજું વજન, તથા તે બીમનાં મધ્યમાં ૧$\frac{1}{2}$ ટનનું ત્રીજું વજન એમ લાધેલાં છે, તો ટેકાઓ ઉપરનાં દબાણ અથવા પ્રતિકાર્યો શોધો.

૯. એક માણસ કે જેનું વજન ૧૮૦ પૌંડ છે તે કોઈ પણ જાતની મદદ વિના ૩$\frac{1}{2}$ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન ઉંચકી શકે છે. ધારો કે વજન ઉપાડવા માટે તે ૪$\frac{1}{2}$ ફુટ લાંબું એક લીવર વાપરે છે તેમાં ફુલક્રમ એક છેડાથી ૪ ઇંચ દુર છે, તો (૧) જો તેની તરફનો લીવરનો છેડો તે નીચે દબાવે તો તે વેળા તે કેટલું વજન ઉપાડી શકશે, અને (૨) જો તેનાં તરફનો છેડો તે ઉપર ઉપાડે તો તે વેળા તે કેટલું વજન ઉપાડી શકશે, આ વેળા ફુલક્રમ અને વજનનાં સ્થાનોમાં અરસપરસ ફેરફાર થશે.

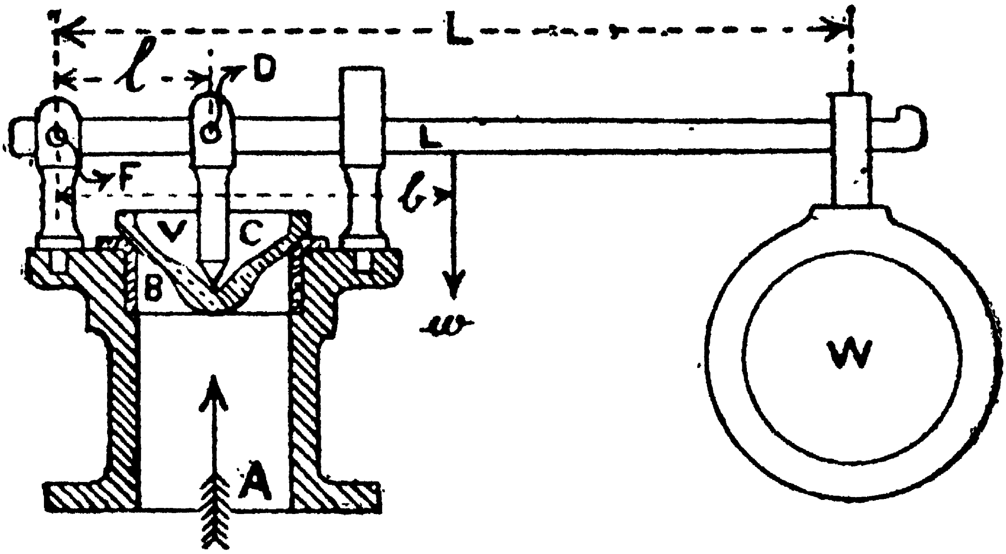
૧૦. એક સમાન લીવર ૩ ફુટ લાંબું છે અને તેને એક છેડે આવેલાં ફુલક્રમ ઉપર તે ફરી શકે છે. ફુલક્રમથી ૬ ઇંચ દુર ૮ પૈાંડનું વજન તે ઉપર લટકાવેલું છે અને તેને બીજે છેડે ૧૨ પૈાંડનું વજન લટકાવ્યું છે. જો આ લીવર સમતેાલપણામાં હોય તેા લીવરનું પેાતાનું વજન કેટલું હશે ?

૧૧. એક બીમ AB કે જે સમાન છેદચિત્રનેા છે તેની લંબાઈ ૨૪ ફુટ છે અને તેનું વજન ૪૨૦ પૈાંડ છે. તેને છેડા B આગળ, અને Aથી ૫ ફુટ દુર C આગળ ટેકવેલેા છે. તે ઉપર છેડા Bથી ૮ ફુટ દુર ૩ ટનનું વજન અને છુટા લટકતા છેડા A આગળ ૧ ટનનું વજન લાધેલાં છે. વળી તે ઉપર આખી લંબાઈએ એક સરખી રીતે વહેંચાયલું ૨ ટનનું વજન લાધેલું છે, તેા ટેકાઓ ઉપરનાં પ્રતિકાર્યો શેાધેા ?

લીવર સેફ્ટી વાલ્વ—સેફ્ટી વાલ્વ એક વાલ્વ છે જેને સ્ટીમ બેાયલરને મથાળે બેસાડવામાં આવે છે અને જ્યારે બેાયલરમાં સલામતી ભરેલાં ચાલુ દબાણ કરતાં વધુ દબાણ થાય ત્યારે એ વાલ્વ તે દબાણ વડે ઉઘડી જઈ વરાળને બહાર કાઢી નાંખી બેાયલરને ભયમાંથી મુક્ત કરે છે અને સલામતી સાથે બેાયલર ખમી શકે એટલાં મુકરર કરેલાં દબાણથી વધુ દબાણ થતું અટકાવે છે. સેફ્ટી વાલ્વને બેાયલરનાં દબાણની સામે દબાવી રાખવા માટે જુદી જુદી રીતે લાધવામાં આવે છે; "**લીવર સેફ્ટી વાલ્વ**"માં લીવર અને વજન વડે, "**ડેડ વેટ સેફ્ટી વાલ્વ**"માં માત્ર વજનેા કે જેને ડેડવેટસ કહેવામાં આવે છે તે વડે, અને "**સ્પ્રીંગ સેફ્ટી વાલ્વ**"માં સ્પ્રીંગ વડે લાધવામાં આવે છે. આકૃતિ ૯૫માં લીવર સેફ્ટી વાલ્વ બતાવ્યેા છે.

એમાં A બીડની બનાવેલી વાલ્વચેસ્ટ છે, જેમાં સજ્જડ બેસાડેલી ગનમેટલની વાલ્વ સીટ B છે. આ સીટ ઉપર ગનમેટલનેા વાલ્વ V વરાળ ચુસ્ત બેસે છે. આ વાલ્વની ઉપલી બાજુનાં મધ્ય ઉપર શંકુની આકારની અણીવાળી સ્ટીલની પીન C બેસે છે, જે પીનને સીધાં

આડાં લીવર L સાથે D આગળ જોડેલી છે. આ લીવરનો એક છેડો વાલ્વચેસ્ટની ઉપલી ફ્લેન્જ ઉપર બેસાડેલાં એક ફ્લક્રમ F ઉપર ફરવાને



આકૃતિ ૯૫

છુટો છે, અને તેના બીજા છેડાની નજદીક એક બીડનું વજન W લટકાવેલું છે, કે જેથી ફ્લક્રમ Fની આસપાસનું વજન Wનું નીચલી દિશાનું મોમેન્ટ તેજ ફ્લક્રમ Fની આસપાસનાં વાલ્વ ઉપરનાં વરાળનાં દબાણનાં ઉપલી દિશાનાં મોમેન્ટને સમતોલ કરે છે. વજન Wનું સ્થાન જે દબાણે વાલ્વને ઉઠાડી વરાળ બ્લો ઓફ કરવાની હોય તે દબાણ પ્રમાણે ગોઠવી શકાય છે. દાખલાઓ ઉપરથી સમજાશે કે જો વાલ્વને ઓછાં દબાણે ઉઠાડવો હોય તો વજન Wને ફ્લક્રમ Fની નજદીક ખસેડવું, અને વધુ દબાણે ઉઠાડવો હોય તો વજન Wને ફ્લક્રમ Fથી દૂર લીવરનાં છેડા તરફ ખસેડવું.

ધારો કે આકૃતિ ૯૫માં

L = ફ્લક્રમ Fથી વજન Wનાં મધ્યબિંદુ સુધીનું અંતર ઇંચમાં.

l = ફ્લક્રમ Fથી વાલ્વ Vનાં મધ્યબિંદુ સુધીનું અંતર ઇંચિમાં.

b = ફ્લક્રમ Fથી લીવર Lનાં વજનનાં ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ સુધીનું અંતર ઇંચમાં.

W = લીવર ઉપર લટકાવેલાં બીડનાં વજન Wનું વજન પૈાંડમાં.

w = લીવરનું પેાતાનું વજન પૈાંડમાં.

v = વાલ્વનું વજન પૈાંડમાં.

P = દર ચેારસ ઇંચ દીઠ બેાયલરમાં વરાળનું દબાણ પૈાંડમાં.

d = વાલ્વનેા વ્યાસ ઇંચમાં.

A = વાલ્વનું ક્ષેત્રફળ ચેારસ ઇંચમાં.

= $d^2 \times \cdot$૭૮૫૪.

$P \times A$ = વાલ્વ ઉપરનું કુલ દબાણ પૈાંડમાં.

ત્યારે જો આપણે વાલ્વ અને લીવરનું વજન ધ્યાનમાં ન લઈએ તેા ફલક્રમ F આસપાસનાં મેામેન્ટ લેતાં

$$(P \times A) \times l = W \times L$$

$$\therefore\ W = \frac{P \times A \times l}{L},\ L = \frac{P \times A \times l}{W},$$

$$P = \frac{W \times L}{A \times l},\ l = \frac{WL}{PA},\ \text{અને}\ A = \frac{WL}{Pl}$$

હવે જો આપણે વાલ્વ અને લીવરનાં પેાતાનાં વજનેા ધ્યાનમાં લઈએ તેા ફલક્રમ F આસપાસનાં મેામેન્ટ લેતાં—

$$\{(P \times A) - v\} \times l = (W \times L) + (w \times b)$$

$$PAl - vl = WL + wb$$

$$\therefore\ P = \frac{WL + wb + vl}{Al},$$

$$W = \frac{(PA - v)\,l - wb}{L},$$

$$L = \frac{(PA - v)\,l - wb}{W},$$

$$l = \frac{WL + wb}{PA - v}$$

દાખલો ૧—એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનો વ્યાસ ૨ ઇંચિ છે, અને તેને લીવર અને વજન વડે તેની સીટ ઉપર દબાવી રાખવામાં આવે છે. લીવરની લંબાઈ ૨૨ ઇંચિ છે, અને ફ્લક્રમથી વાલ્વનાં મધ્ય સુધીનું અંતર ૪ ઇંચિ છે. બોયલરમાં વરાળનું દબાણ દર ચોરસ ઇંચે ૧૦૦ પૌંડ છે, તો લીવરને છેડે કેટલા પૌંડનું વજન મુકવું જોઇશે કે જેથી વાલ્વ દર ચો. ઇંચે ૧૦૦ પૌંડનાં દબાણે સ્ટીમ બ્લોઓફ કરવાની અણી ઉપર હોય.

નોટ—આ દાખલામાં વાલ્વ અને લીવરનાં વજનો આપ્યાં નથી તેથી તે ધ્યાનમાં લેવાનાં નથી.

$$\text{વાલ્વનું ક્ષેત્રફળ} = d^2 \times \cdot ૭૮૫૪$$
$$= ૨ \times ૨ \times \cdot ૭૮૫૪$$
$$= ૩\cdot ૧૪૧૬ \text{ ચોરસ ઇંચિ}$$

વાલ્વ ઉપર તેને ઉપલી દિશામાં ઉંચકવાનું વલણ કરતું વરાળનું

$$\text{કુલ દબાણ} = P \times A$$
$$= ૧૦૦ \times ૩\cdot ૧૪૧૬ \text{ પૌંડ}$$

આ કુલ દબાણનો લીવરેજ અથવા આર્મ ૪ ઇંચ છે, અને વજન Wનો લીવરેજ ૨૨ ઇંચિ છે. ત્યારે ફ્લક્રમની આસપાસનાં વાલ્વ ઉપરનાં વરાળનાં કુલ દબાણનું ઉપલી દિશાનું મોમેન્ટ = લીવરને છેડે લટકાવેલાં બીડનાં વજન Wનું નીચલી દિશાનું મોમેન્ટ.

$$\therefore ૧૦૦ \times ૩\cdot ૧૪૧૬ \times ૪ = W \times ૨૨$$
$$W = \frac{૧૦૦ \times ૩\cdot ૧૪૧૬ \times ૪}{૨૨}$$
$$= \underline{૫૭\cdot ૧૨ \text{ પૌંડ}}$$

દાખલો ૨—એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનો વ્યાસ ૩ ઇંચિ છે, લીવરની લંબાઈ ૨૭ ઇંચ છે, અને ફ્લક્રમથી વાલ્વનાં મધ્ય સુધીનું અંતર ૩½ ઇંચ છે. જો લીવરને છેડે ૩૦ પૌંડનું વજન લટકાવવામાં આવે તો તે વાલ્વ દર ચોરસ ઇંચે કેટલા પૌંડનાં દબાણે ઉડી વરાળને બ્લો–ઓફ કરશે. વાલ્વ અને લીવરનું વજન ધ્યાનમાં લેવાનું નથી.

ધારો કે P = દર ચોરસ ઈંચિ દીઠ વરાળનું દબાણ પૈાંડમાં.
વાલ્વ ઉપરનું કુલ દબાણ = $P \times ૩ \times ૩ \times \cdot ૭૮૫૪$ પૈાંડ

કુલ દબાણનો લીવરેજ ૩½ ઈંચ છે, અને ૩૦ પૈાંડનાં વજનનો લીવરેજ ૨૭ ઈંચિ છે, ત્યારે

$$P \times ૩ \times ૩ \times \cdot ૭૮૫૪ \times ૩\cdot ૫ = ૩૦ \times ૨૭$$

$$\therefore P = \frac{૩૦ \times ૨૭}{૩ \times ૩ \times \cdot ૭૮૫૪ \times ૩\cdot ૫}$$

= ૩૨·૭૪ પૈાંડ દર ચો. ઈંચિ દીઠ

દાખલો ૩—એક સેફ્ટી વાલ્વનો વ્યાસ ૨½ ઈંચિ છે. લીવરની લંબાઈ ૨૪ ઈંચિ છે. અને તેનું વજન ૬ પૈાંડ છે. ફુલક્રમથી લીવરનું ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ ૯ ઈંચિ દુર છે, અને વાલ્વનાં મધ્યથી ફુલક્રમ સુધીનું અંતર ૩ ઈંચિ છે. વાલ્વનું પોતાનું વજન ૩ પૈાંડ છે. લીવરને છેડે ૬૫ પૈાંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે તો તે વાલ્વ દર ચો. ઈંચે કેટલા પૈાંડના દબાણે ઉડી વરાળને બ્લો–ઓફ કરશે?

ધારો કે P = દર ચોરસ ઈંચિ દીઠ વરાળનું દબાણ.

વાલ્વને ઉપલી દિશામાં ઉંચકવાનું વલણ કરતું વાલ્વ ઉપરનું વરાળનું કુલ દબાણ = $P \times ૨\cdot ૫ \times ૨\cdot ૫ \times \cdot ૭૮૫૪$ પૈાંડ

વાલ્વનું પોતાનું વજન ૩ પૈાંડ છે, જે વરાળનાં દબાણથી ઉલટી દિશામાં કાર્ય કરે છે, ત્યારે વાલ્વને તેની સીટ ઉપરથી ઉપાડવાની વલણ કરતું વરાળનું ખરેખરૂં કુલ દબાણ=$(P \times ૨\cdot ૫ \times ૨\cdot ૫ \times \cdot ૭૮૫૪) - ૩$, અને આ દબાણનો લીવરેજ ૩ ઇંચ છે.

લીવરને છેડે વજન ૬૫ પૈાંડ છે, અને તેનો લીવરેજ ૨૪ ઇંચ છે, તથા વાલ્વનું વજન ૬ પૈાંડ છે તથા તેનો લીવરેજ ૯ ઇંચ છે.

ત્યારે ફુલક્રમની આસપાસનાં વાલ્વને તેની સીટ ઉપરથી ઉપાડવાની વલણ કરતાં ખરેખરાં કાર્યસાધક દબાણનું ઉપલી દિશાનું મોમેન્ટ = લીવરને છેડે લટકાવેલાં વજનનાં અને લીવરનાં પોતાનાં વજનનાં નીચલી દિશાનાં મોમેન્ટસનો સરવાળો છે.

$$\therefore \{(P \times ૨{\cdot}૫ \times ૨{\cdot}૫ \times {\cdot}૭૮૫૪) - ૩\} \times ૩ = (૬૫ \times ૨૪) + (૬ \times ૯)$$

$$\{(૪{\cdot}૯૦૮૭૫\, P) - ૩\} \times ૩ = ૧૫૬૦ + ૫૪$$

$$(૪{\cdot}૯૦૮૭૫\, P \times ૩) - (૩ \times ૩) = ૧૬૧૪$$

$$૧૪{\cdot}૭૨૬૨૫\; P - ૯ = ૧૬૧૪$$

$$૧૪{\cdot}૭૨૬૨૫\; P = ૧૬૧૪ + ૯$$

$$\therefore P = \frac{૧૬૨૩}{૧૪{\cdot}૭૨૬૨૫}$$

$$= \underline{૧૧૦{\cdot}૨ \text{ પૈાંડ}}$$

દાખલેા ૪—એક લીવર સેફ્ટીવાલ્વનું ક્ષેત્રફળ ૫ ચેારસ ઇંચ છે, અને તેનું વજન ૨ પૈાંડ છે. લીવર ઉપર મુકેલું વજન ૪૫ પૈાંડ છે. ફુલક્રમથી વાલ્વનાં મધ્યસુધીનું અંતર ૨½ ઇંચ છે. લીવરનું વજન ૧૦ પૈાંડ છે અને તેનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ફુલક્રમથી ૮ ઇંચ દુર છે. તેા વાલ્વને દર ચેારસઇંચ દીઠ ૯૦ પૈાંડનાં દબાણે ઉઠાડી વરાળ બ્લેા–ઓફ કરવા માટે વજનને લીવર ઉપર ફુલક્રમથી કેટલે દુર મુકવું જોઈએ તે શેાધેા.

ધારેાકે L = ફુલક્રમથી વજનનાં સ્થાન સુધીનું અંતર એટલે વજનનેા લીવરેજ અથવા આર્મ ઇંચિમાં.

ત્યારે વજનનેા મેામેન્ટ = ૪૫ × L ઇંચ–પૈાંડ.

લીવરનાં વજનનેા મેામેન્ટ = ૧૦ × ૮ = ૮૦ ઇંચ–પૈાંડ.

વાલ્વને સીટ ઉપરથી ઉપાડવાનું વલણ કરતાં કાર્યસાધક દબાણનું મેામેન્ટ = {(૯૦ × ૫) − ૨} × ૨·૫.

= ૪૪૮ × ૨·૫

= ૧૧૨૦ ઈંચિ–પૈાંડ.

ફુલક્રમની એક બાજુનાં મેામેન્ટ અથવા મેામેન્ટસનેા સરવાળેા = ફુલક્રમની બીજી બાજુનાં મેામેન્ટ અથવા મેામેન્ટસનેા સરવાળેા,

ત્યારે, ૪૫L + ૮૦ = ૧૧૨૦

∴ ૪૫L = ૧૧૨૦ − ૮૦

$$૪૫L = ૧૦૪૦$$
$$\therefore \quad L = \frac{૧૦૪૦}{૪૫}$$
$$= ૨૩\cdot૧ \text{ ઇંચ}$$

દાખલો ૫—એક લીવર સેફટી વાલ્વમાં લીવરને છેડે મુકેલું વજન ૫૦ પૈાંડનું છે. લીવરની લંબાઈ ૨૬ ઈંચિ છે અને તેનું વજન ૧૨ પૈાંડ છે. લીવરનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ફલક્રમથી ૧૦ ઈંચિ દુર છે. વાલ્વનાં મધ્યથી ફલક્રમ સુધીનું અંતર ૪ ઈંચિ છે, તેા જ્યારે દર ચેા. ઈંચ દીઠ ૧૦૦ પૈાંડનાં દબાણે વાલ્વને ઉઠાડી બ્લેા ઓફ કરવેા હેાય ત્યારે વાલ્વનેા વ્યાસ કેટલેા જોઈશે ?

ધારેા કે d = વાલ્વનેા વ્યાસ ઈંચિમાં.

વાલ્વ ઉપરનું કુલ દબાણુ $= ૧૦૦ \times d^2 \times \cdot૭૮૫૪$ પૈાંડ.

કુલ દબાણનેા મેામેન્ટ $= (૧૦૦ \times d^2 \times \cdot૭૮૫૪) \times ૪$ ઈંચિ–પૈાંડ

વજનનેા મેામેન્ટ $= ૫૦ \times ૨૬$ ઈંચિ–પૈાંડ.

લીવરનાં વજનનેા મેામેન્ટ $= ૧૨ \times ૧૦$ ઈંચિ–પૈાંડ

$$\therefore ૧૦૦ \times d^2 \times \cdot૭૮૫૪ \times ૪ = ૧૩૦૦ + ૧૨૦$$
$$૩૧૪\cdot૧૬ d^2 = ૧૪૨૦$$
$$d^2 = \frac{૧૪૨૦}{૩૧૪\cdot૧૬}$$
$$= ૪\cdot૫૨$$
$$\therefore d = \sqrt{૪\cdot૫૨}$$
$$= ૨\cdot૧૨૬ \text{ ઈંચિ}$$

એકસરસાઇઝ ૬ઠ્ઠી.

૧. એક લીવર સેફટી વાલ્વની આકૃતિ કાઢી તેનું વર્ણન આપેા. આ સેફટી વાલ્વમાં વાલ્વનેા વ્યાસ ૩ ઇંચ, અને તેનું વજન ૪ પૈાંડ છે. તેને તેની સીટ ઉપર લીવર અને વજન વડે દબાવી રાખવામાં આવે છે. લીવરની લંબાઈ ૨૮ ઈંચિ છે, અને તેનું વજન ૧૪ પૈાંડ છે. ફલક્રમથી લીવરનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ૯ ઈંચિ દુર છે, અને ફલક્રમથી

વાલ્વનાં મધ્યસુધીનું અંતર ૪ ઈંચ છે. જો લીવરને છેડે લટકાવેલું વજન ૫૬ પૈાંડનું હેાય તેા વાલ્વ દર ચેારસ ઈંચે કેટલા પૈાંડનાં દબાણે વરાળને બ્લેા–એાફ કરશે ? વળી લીવરનું વજન અને વાલ્વનું વજન ધ્યાનમાં ન લેવામાં આવે તેા શું જવાબ આવશે ?

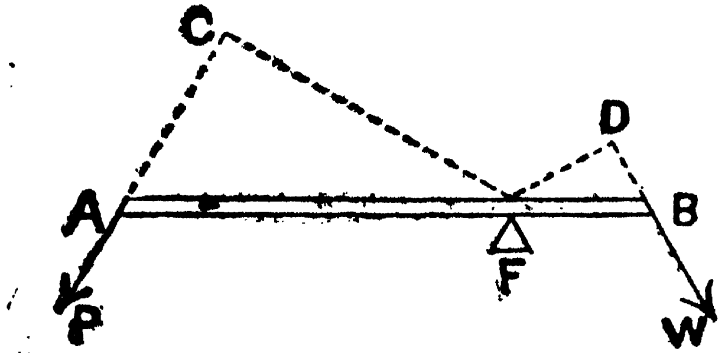
૨. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વમાં વાલ્વનું ક્ષેત્રફળ ૫ ચેારસ ઈંચ છે. લીવરની લંબાઈ ૩૬ ઈંચ છે અને તેનું વજન ૧૦ પૈાંડ છે. ફલક્રમથી લીવરનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ૧૨ ઈંચ દુર છે, અને વાલ્વનું મધ્ય ૪½ ઈંચ દુર છે. વાલ્વનું પેાતાનું વજન ૨ પૈાંડ છે. તેા દર ચેા. ઈંચે ૧૦૦ પૈાંડનાં દબાણે વાલ્વને બ્લેા–એાફ કરવા માટે કેટલા પૈાંડનું વજન લીવરને છેડે મુકવું જોઈશે ?

૩. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનેા વ્યાસ ૪ ઈંચ છે, અને ફલક્રમથી ૨ ઈંચ દુર આવેલાં લીવરમાંનાં એક બિંદુની સામે તે દબાય છે. વાલ્વનું પેાતાનું વજન ૮ પૈાંડ છે, અને લીવરનું કાર્યસાધક મેામેન્ટ ૪૦ ઈંચ પૈાંડ છે, તેા ૬૦ પૈાંડનાં દબાણે વાલ્વને ઉઘાડી વરાળ બ્લેા–એાફ કરવા માટે ૧૨૧ પૈાંડનું વજન લીવર ઉપર ફલક્રમથી કેટલે દુર મુકવું જોઈશે તે શેાધેા.

૪. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનેા વ્યાસ ૫ ઈંચ છે જેનું મધ્ય ફલક્રમથી ૨ ઈંચ દુર છે, અને તેનું વજન ૧૦ પૈાંડ છે. લીવર ઉપરનું વજન ૧૧૨ પૈાંડ છે, અને લીવરનું પેાતાનું વજન ૧૦ પૈાંડ છે, તથા તેનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ફલક્રમથી ૫ ઈંચ દુર છે. જો બેાયલરનાં મૂળ દબાણમાં બેાયલર ઈન્સ્પેકટર તરફથી ૧૦ પૈાંડનેા ઘટાડેા કરવામાં આવે તેા વજનને મૂળ સ્થાનેથી ફલક્રમ તરફ કેટલું ખસેડવું જોઈશે ?

જે લીવર્સ ઉપર ઢળતી દિશામાં જોરેા કાર્ય કરે તે લીવર્સ; બેન્ટ લીવર્સ એટલે વાળેલાં લીવર્સ—આગળ શીખી ગયા તે લીવરેામાં P અને Wનાં કાર્યની રેખાએા સઘળી બાબદમાં લીવરને પેાતાને લંબ એટલે કાટખૂણે છે. આવી વેળાએ P અને Wનેા ટર્નીંગ મેામેન્ટ સૌથી વધુમાં વધુ છે.

આકૃતિ ૯૬માં દેખાડયા પ્રમાણે જો P અને Wના કાર્યની લીટીઓ લીવરને ઢળતી હોય તો તે દરેક લીટીને કાટખૂણે ફુલક્રમ સુધીની લીટીઓ દોરો કે જે લીટીઓ આકૃતિમાં CF અને DF છે. ત્યારે P અને Wના ખરેખરા આર્મ અનુક્રમે CF અને DF થશે, અને સમતોલપણાની



આકૃતિ ૯૬

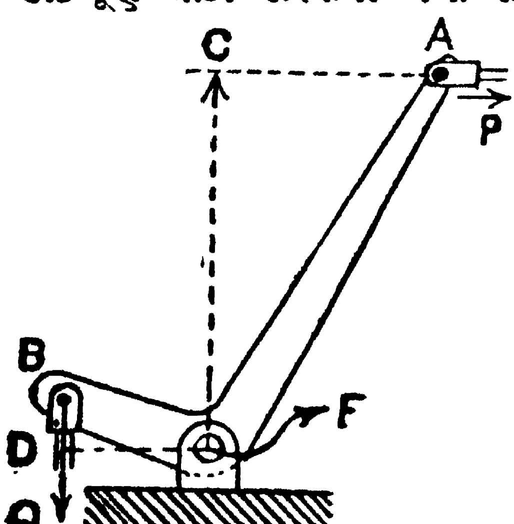
સ્થિતિ માટે $P \times CF = W \times DF$ છે, અથવા

$$P : W :: DF : CF.$$

બિંદુ F આસપાસ P અને W નાં મોમેન્ટ અનુક્રમે $P \times CF$ અને $W \times DF$ છે.

જ્યારે લીવરો વળેલાં હોય છે ત્યારે પણ ઉપલોજ નિયમ લાગુ પડે છે. P અને Wનાં ખરેખરા આર્મ જે ફુલક્રમ ઉપર લીવર ફરે છે તે બિંદુથી અનુક્રમે P અને Wના કાર્યની રેખાઓને કાટખૂણે લીટી દોરવાથી મળી શકે છે.

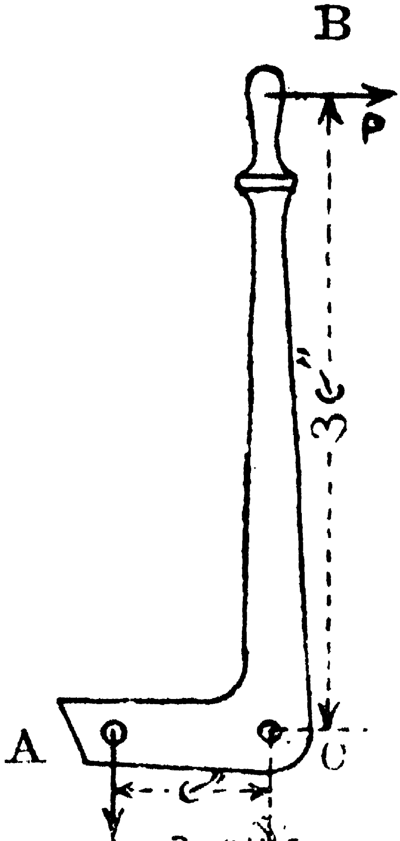
આકૃતિ ૯૭ માં દેખાડેલાં વાળેલાં (બેન્ત bent)લીવર AFBનાં આર્મ AF અને BF છે, પણ તેના ખરેખરા આર્મ Fથી દોરવામાં આવેલી P અને Wના કાર્યની રેખાઓને લંબ લીટીઓ (perpendiculars) ની લંબાઇ CF અને DF છે. આગળ પ્રમાણેજ સમતોલપણાની સરતો છે,



આકૃતિ ૯૭

જેમકે, $P \times CF = W \times DF$,
અથવા $P : W :: DF : CF$ છે.

દાખલો ૧—એક બેન્ટ લીવર ACB બિંદુ C આસપાસ ફરે છે. આર્મ AC આડી દિશામાં છે અને તે ૯ ઇંચિ લાંબો છે. આર્મ BC ઉભી દિશામાં આવેલો છે અને તે ૩૯ ઇંચિ લાંબો છે. A ઉપરથી ૩૦૦ પૌંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે, તો સમતોલપણું મેળવવા માટે B આગળ આડી દિશાનું કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઈશે ?



આકૃતિ ૯૮

આકૃતિ ૯૮માં ACB લીવર બતાવ્યું છે, એમાં Pનો આર્મ બરાબર ૩૯" છે, અને Wનો આર્મ બરાબર ૯" છે, ત્યારે

$$P \times ૩૯ = ૩૦૦ \times ૯$$

$$\therefore\ P = \frac{૩૦૦ \times ૯}{૩૯}$$

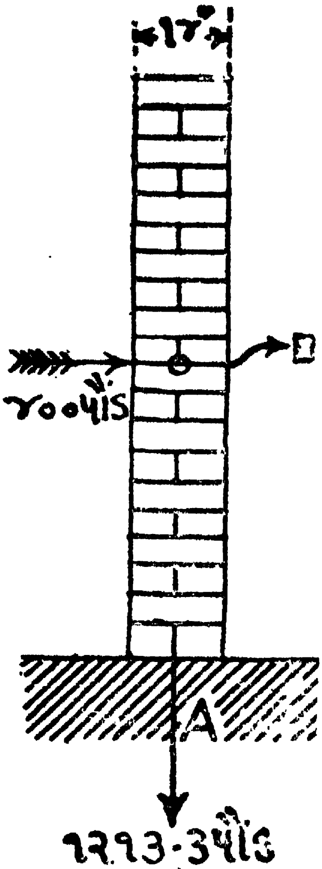
$$= \underline{૬૯\cdot૨ \text{ પૌંડ}}$$

દાખલો ૨—એક દીવાલ ૮ ફુટ ઉંચી અને ૧૪ ઇંચ જાડી છે, અને તેને જે વસ્તુઓથી બાંધવામાં આવી છે તેનું વજન દર ઘનફુટ દીઠ ૧૩૦ પૌંડ છે. દીવાલની સપાટી ઉપર આવતું હવાનું જોર ઉભી સપાટીનાં દર ચોરસ ફુટ દીઠ ૫૦ પૌંડ છે. દીવાલનો એક ફુટ લંબાઈનો ટુકડો ધ્યાનમાં લેતાં તે ઉપરનું દીવાલને ઉઠલાવી નાંખનારૂં હવાનાં જોરનું મોમેન્ટ શોધો; અને વળી દીવાલનાં વજનનો સામે નડતો મોમેન્ટ શોધો. દીવાલ ઉભી રહેશે કે પડી જશે તે જણાવો.

૮ ફુટ ઉંચા, ૧૪ ઇંચ જાડા, અને એક ફુટ લાંબા દીવાલનાં ટુકડાનું ઘનમાપ $= ૮ \times \frac{૧૪}{૧૨} \times ૧ = \frac{૨૮}{૩}$ ઘનફુટ.

$\therefore$ તેનું વજન $= \frac{૨૮}{૩} \times ૧૩૦ = ૧૨૧૩\cdot૩$ પૌંડ

૮ ફુટ ઉંચા અને એક ફુટ લાંબા દીવાલના ટુકડાની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = ૮ × ૧ = ૮ ચોરસ ફુટ



આકૃતિ ૯૯

∴ તે ટુકડાની સપાટી ઉપર આવતું હવાનું કુલ જોર = ૫૦ × ૮ = ૪૦૦ પૌંડ

આ હવાનું જોર આખી સપાટી ઉપર પડે છે, તેથી તે જોર તે દીવાલના ટુકડાની સપાટીનાં ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ ઉપર તે દીવાલને ઉઠલાવી નાંખનારૂં કાર્ય કરે છે, અને આકૃતિ ૯૯માં દીવાલને નીચે ઉઠલાવી નાંખતાં તે A બિંદુ આસપાસ ફરશે; ત્યારે હવાના જોરનો આર્મ = દિવાલની અર્ધ ઉંચાઇ = ૪ ફુટ છે. તો A આસપાસનો દિવાલને ઉઠલાવી નાંખનારાં હવાનાં જોરનો મોમેન્ટ = ૪૦૦ × ૪ = ૧૬૦૦ ફુટ–પૌંડ

દિવાલનું વજન તેનાં ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ B આગળ કાર્ય કરશે, તેથી તેનાં વજનનો આર્મ = દિવાલની અર્ધ જાડાઇ = $\frac{૧૪}{૨}$ = ૭ ઇંચ છે.

ત્યારે દિવાલનાં વજનનો મોમેન્ટ = ૧૨૧૩·૩ × $\frac{૭}{૧૨}$ = ૭૦૭·૭ ફુટ–પૌંડ

દીવાલને ઉઠલાવી નાંખનારૂં હવાનાં જોરનું મોમેન્ટ દીવાલનાં વજનનાં સામે નડતા મોમેન્ટ કરતાં વધુ હોવાથી દીવાલને ઉઠલાવી નાંખશે, અને તેથી દીવાલ પડી જશે.

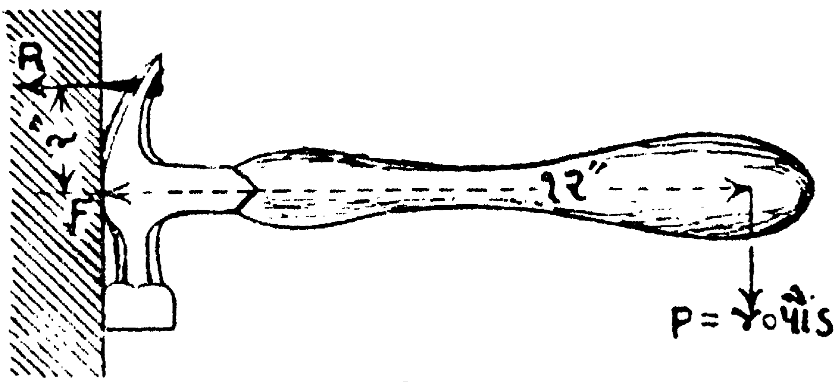
દાખલો ૩—એક સુથારની ક્લો–હેમર (ખીલા કાઢવાનાં જડબાંવાળી હથોડી)નો હાથો ૧૨ ઇંચ લાંબો છે, અને જડબું ૨ ઇંચ લાંબું છે, તો હાથાને છેડે લાગુ પાડેલા ૪૦ પૌંડનાં જોર વડે ખીલાનો કેટલા પૌંડનો અવરોધ દુર કરી શકાય ?

આકૃતિ ૧૦૦માં ક્લો–હેમર બતાવી છે.

$$૪૦ \times ૧૨ = R \times ૨$$

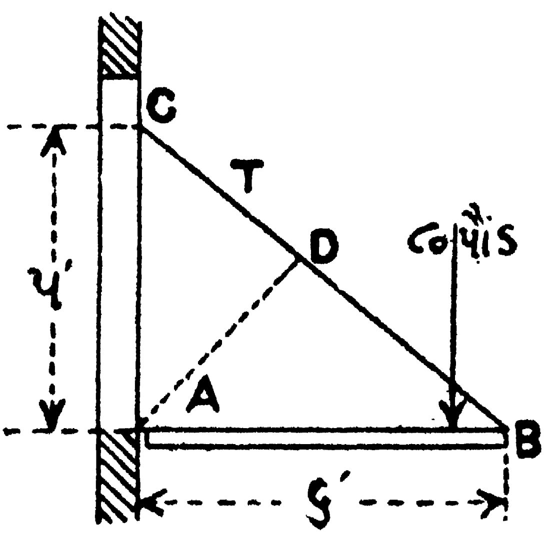
$$\therefore R = \frac{૪૦ \times ૧૨}{૨}$$

$$= \underline{૨૪૦ \text{ પૈાંડ}}$$



આકૃતિ ૧૦૦

દાખલેા ૪—આકૃતિ ૧૦૧માં દેખાડેલા એક પ્લેટફોર્મ ABનું વજન ૨૫૦ પૈાંડ છે, અને તેની લંબાઈ ૬ ફુટ છે. બડવાં (હીંજીસ) Aથી ૫ ફુટ ઉપર C આગળ જડેલા બે લેાખંડના સળીયા વડે પ્લેટફોર્મને ટકવેલેા છે, અને તેની ઉપર કેાઇપણ વજન મુકી શકાય છે. જ્યારે ૮૦ પૈાંડનું વજન પ્લેટ-ફોર્મ ઉપર એવી રીતે મુકવામાં આવ્યું કે જેથી તેનું ગુરૂત્વ મધ્ય બિંદુ બડવાંથી ૫ ફુટ દુર રહે, ત્યારે આ બે સળીયામાંનાં દરેક ઉપર કેટલું ખેંચાણ આવશે ?



આકૃતિ ૧૦૧

આકૃતિ ૧૦૧માં Aની આસપાસનું મેામેન્ટ લેતાં—

પ્લેટફોર્મનાં પેાતાનાં વજનનું મેામેન્ટ = પ્લેટફોર્મનું વજન × પ્લેટફોર્મનાં ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુથી ફલક્રમ A સુધીનું અંતર = ૨૫૦ × ૩ ફુટ–પૈાંડ.

પ્લેટફૉર્મ ઉપર મુકેલાં વજનનો મોમેન્ટ = ૮૦ × ૫ ફુટ–પૈાંડ.
∴ વજનોનાં કુલ મોમેન્ટ = ૨૫૦ × ૩ + ૮૦ × ૫.

બન્ને રોડ ઉપરનાં ખેંચાણ Tનો આર્મ = ફૂલક્રમ Aથી રોડનાં ખેંચાણની દિશાને લંબ દોરાયલી લીટી AD છે, તો બન્ને રોડ ઉપરનાં ખેંચાણનું મોમેન્ટ = T × AD.

ADની લંબાઈ નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય :—

કાટકોણ ત્રિકોણ (right angled triangle) CABની બે બાજુઓ CA અને AB અનુક્રમે ૫ ફુટ અને ૬ ફુટ લાંબી છે, તેટલા માટે બાજુ CB $= \sqrt{૫^૨ + ૬^૨} = \sqrt{૨૫ + ૩૬} = \sqrt{૬૧} = ૭{\cdot}૮૧$ ફુટ; પણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = ત્રિકોણની કોઈપણ બાજુ × તે બાજુ ઉપર સામેનાં ખૂણાંથી પડતી લંબ લીટીનું અર્ધ, તેટલા માટે ક્ષેત્રફળ $= ૭{\cdot}૮૧ \times \frac{AD}{૨}$, પણ ક્ષેત્રફળ $= \frac{૬ \times ૫}{૨}$ પણ થઈ શકે છે,

$$\therefore \frac{૭{\cdot}૮૧ \times AD}{૨} = \frac{૬ \times ૫}{૨}$$

$$\therefore AD = \frac{૬ \times ૫ \times ૨}{૭{\cdot}૮૧ \times ૨}$$

$$= ૩{\cdot}૮૪ \text{ ફુટ}$$

$\therefore$ બન્ને રોડ ઉપરનાં ખેંચાણનો મોમેન્ટ = T × ૩·૮૪

$\therefore$ T × ૩·૮૪ = ૨૫૦ × ૩ + ૮૦ × ૫ = ૧૧૫૦

$$\therefore T = \frac{૧૧૫૦}{૩{\cdot}૮૪} = ૨૯૯{\cdot}૪૭ \text{ પૈાંડ.}$$

પણ આ કુલ ખેંચાણ બે રોડ ઉપરનું છે, તેટલા માટે દરેક રોડ ઉપરનું ખેંચાણ $= \frac{૨૯૯{\cdot}૪૭}{૨} = \underline{૧૪૯{\cdot}૭૩૫ \text{ પૈાંડ}}$

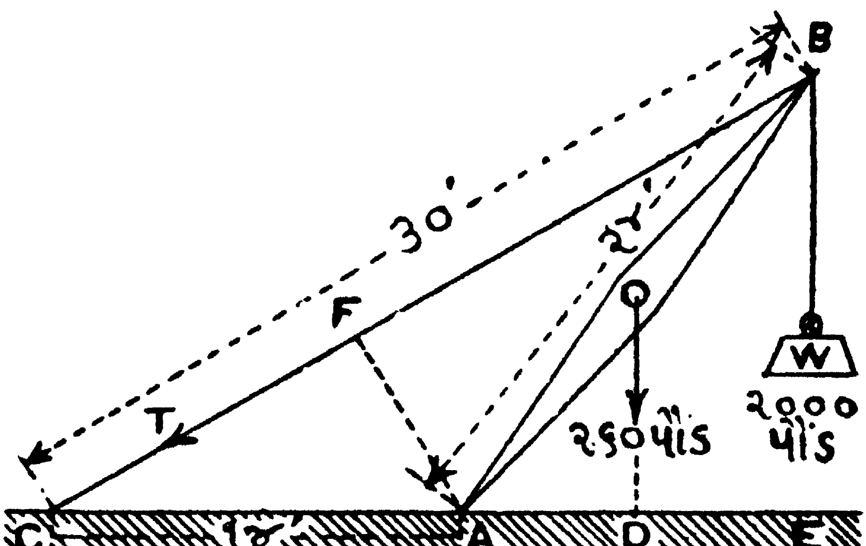
દાખલો ૫—એક સમાન ડેરીક પોલ (ભારે વજનનાં દાગીનાઓ ઉપાડવા માટે વપરાતો સ્ટીલનો ગદમ)નું વજન ૨૬૦ પૈાંડ છે જેનો

એક છેડો જમીન ઉપર ટેકવાયલો છે. તેને ઉપલે છેડેથી ૨૦૦૦ પૌંડનું વજન લટકાવેલું છે. પોલની લંબાઈ ૨૪ ફુટ છે. પોલનાં પગથી ૧૪ ફુટ દુર જમીન સાથે બાંધેલા એક ગાઈ રોપ વડે તે પોલને તેનાં ઉભા સ્થાને રાખવામાં આવે છે. ગાઈ રોપની લંબાઇ ૩૦ ફુટ છે, તો ગાઈ રોપ ઉપર આવતું તાણ અથવા ખેંચાણ શોધો ?

ધારોકે T = ગાઈ રોપ ઉપર આવતું તાણ અથવા ખેંચાણ પૌંડમાં.

પોલનાં પગ એટલે જમીન સાથે ટેકવાયલા છેડા આસપાસનું મોમેન્ટ લેતાં—

આકૃતિ ૧૦૨માં તાણ અથવા ખેંચાણ Tનો આર્મ = ફલક્રમ



આકૃતિ ૧૦૨

Aથી ગાઈ રોપનાં ખેંચાણની દિશાને કાટખૂણે દોરાયલી લીટી AF છે, તો ગાઈ રોપ ઉપરનાં ખેંચાણનો મોમેન્ટ = T × AF.

લટકાવેલાં ૨૦૦૦ પૌંડનાં વજનનો મોમેન્ટ = ૨૦૦૦ × AE,

અને દેરીક પોલનાં પોતાનાં વજનનો મોમેન્ટ = ૨૬૦ × AD.

∴ વજનોના કુલ મોમેન્ટ = ૨૦૦૦AE + ૨૬૦ × AD.

પણ AE = ૨AD છે, $\therefore AD = \frac{AE}{૨}$

$$T \times AF = २००० \times AE + २६० \times \frac{AE}{२}$$

$$\therefore T \times AF = २००० \times AE + १३० \times AE$$
$$= २१३०AE$$

$$\therefore T = \frac{२१३०AE}{AF}$$

હવે AF અને AE શોધવા માટે—

ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ=$\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ છે. એમાં S=ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓનાં સરવાળાનું અર્ધ, અને a, b, તથા c એ ત્રણ બાજુઓની લંબાઈ છે.

(નોટ—જ્યારે એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓનાં માપ આપેલાં હોય અને લંબ ઉંચાઈ આપી ન હોય ત્યારે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ઉપલા નિયમ પ્રમાણે શોધી શકાય.)

ત્રિકોણ ABCમાં $S = \frac{२४ + ३० + १४}{२} = ३४$ ફુટ.

ત્યારે ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ=$\sqrt{३४(३४-२४)(३४-३०)(३४-१४)}$
$$= \sqrt{२७२००}$$
$$= १६४.९$$
$$= १६५$$ ચો. ફુટ લગભગ.

પણ ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{BC \times AF}{२} = \frac{३० \times AF}{२}$

$$\therefore \frac{३० \times AF}{२} = १६५$$

$$\therefore AF = \frac{१६५ \times २}{३०} = ११$$ ફુટ.

તેજ પ્રમાણે ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{AC \times BE}{२} = \frac{१४ \times BE}{२}$

$$\therefore \frac{૧૪ \times BE}{૨} = ૧૬૫, \therefore BE = \frac{૧૬૫ \times ૨}{૧૪} = ૨૩\cdot૫ \text{ ફુટ.}$$

કાટકોણ ત્રિકોણ ABEમાં—

$$\text{કર્ણ } AB^૨ = AE^૨ + BE^૨$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^૨ - BE^૨}$$

$$= \sqrt{૨૪^૨ - ૨૩\cdot૫^૨}$$

$$= \sqrt{૨૩\cdot૭૫}$$

$$= ૪\cdot૮૭ \text{ ફુટ.}$$

$$T = \frac{૨૧૩૦ \, AE}{AF}$$

$$= \frac{૨૧૩૦ \times ૪\cdot૮૭}{૧૧}$$

$$= \underline{૯૪૩ \text{ પૌંડ}}$$

એકસર્સાઇઝ ૭મી.

૧. એક બેન્ટ લીવર ACB પીન C આસપાસ ફરે છે. આર્મ AC આડો છે જે ૯ ઇંચ લાંબો છે. આર્મ BC ઉભો છે જે ૩૯ ઈંચ લાંબો છે. ૩૦૦ પૈાંડનું વજન A આગળથી લટકાવ્યું છે, તો B આગળ કેટલા પૈાંડનું આડું જોર સમતોલપણું જાળવશે ?

૨. એક બેન્ટ લીવર ACBનાં આર્મ્સ એક બીજાને કાટખૂણે છે, અને પીન C આસપાસ લીવર ફરે છે. આર્મ AC ૬ ઇંચ લાંબો છે, અને BC ૨૭ ઈંચિ લાંબો છે, જે ઉભી લીટીથી ૩૦°ને ખૂણે ઢળતો છે. તો ACને કાટખૂણે A આગળ લાગુ પાડેલા ૨૫૦ પૈાંડનાં જોર Qને B આગળ કેટલા પૈાંડનું જોર P સમતોલ કરશે ?

૩. એક સુથારની ક્લૉ હેમર (ખીલા કાઢવા માટેનાં જડબાંવાળી હથોડી)નો હાથો ૧૫ ઈંચિ લાંબો છે, અને જડબું ૩ ઈંચ લાંબું છે, તો હાથાને છેડે લાગુ પાડેલાં ૫૦ પૈાંડનાં દબાણ વડે ખીલાનો કેટલા પૈાંડનો અવરોધ દુર કરી શકાય ?

૪. સીધાં લીવર ABના એક છેડા A આગળ ૧૬૦ પૈાંડનું જોર લીવરને ૬૦°ને ખૂણે કાર્ય કરે છે, તેા તે લીવરનાં બીજા છેડા B આગળ ૪૫°ને ખૂણે કાર્ય કરતું કેટલું જોર લીવરને સમતેાલપણામાં જાળવી રાખશે ? Bથી ફુલક્રમ સુધીનું અંતર Aથી ફુલક્રમ સુધીનાં અંતરથી બમણું છે.

૫. એક દિવાલ ૮ ફુટ ઉંચી અને ૨ ફુટ જાડી છે. તે દિવાલને નીચે પાડવા માટે તેને મથાળેથી આડી દિશાએ લંબાઈને કાટખૂણે એક જોર P લાગુ પાડયું છે. દિવાલની લંબાઈ ૨૦ ફુટ છે, તેા જ્યારે દિવાલના પદાર્થનું વજન દર ઘનફુટ દીઠ ૧૨૦ પૈાંડ હેાય તેા જોર P શેાધેા ?

૬. એક દિવાલ ૧૦ ફુટ ઉંચી અને ૧૮ ઇંચ જાડી છે, અને તેને જે પદાર્થથી બનાવવામાં આવી છે તેનું વજન દર ઘનફુટ દીઠ ૧૨૫ પૈાંડ છે. દિવાલની લંબાઈ ૨૫ ફુટ છે. તેા આ દિવાલ તેની સપાટીનાં દર ચેારસ ઇંચ ઉપર આવતાં હવાનાં વધુમાં વધુ કેટલાં પૈાંડનાં દબાણુની સામે ઉભી રહી શકશે ?

૭. એક રેક્ટેંગ્યુલર એટલે કાટકેાણુ ચેાખુણાકાર ત્રેપેદેાર (ફાલકું) કે જે ૪ ફુટ સમચેારસ છે તેનું વજન ૭૫ પૈાંડ છે. તેને એક ધાર સાથે બડવાં જડી આડી દિશામાં રાખેલેા છે, અને એક સાંકળ વડે તેને આડા સ્થાનમાં ટેકવી રાખવામાં આવે છે કે જે સાંકળનેા એક છેડેા ત્રેપેડેારની બહારની ધારનાં મધ્યબિંદુ સાથે અને બીજો છેડેા જે ધાર સાથે બડવાં જડેલાં છે તે ધારનાં મધ્યબિંદુથી ૭ ફુટ ઉપર ઉભી દિશામાં આવેલાં એક બિંદુ સાથે જોડેલેા છે, તેા સાંકળ ઉપર આવતું ખેંચાણુ શેાધેા ?

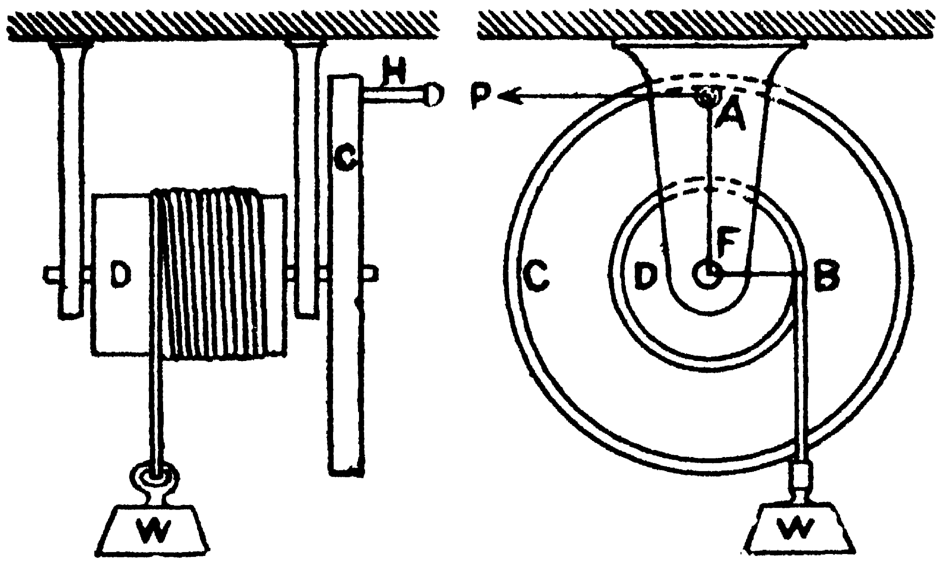
પ્રકરણ ૭મું

સાદાં યંત્રો—જેવાં કે, વ્હીલ અને એકસલ, વિંચ, કેપ્સતન, વીગેરે.

યંત્રો (મશીન્સ = Machines)—યંત્ર એ એક રચના અથવા યુક્તિ છે, જે કોઇપણ બહારનાં સાધનમાંથી કામ મેળવે છે, જે કામનું તે યંત્ર વડે સ્વરૂપ બદલી તેને જોઇતાં કામ માટે ઘણાં સગવડભર્યાં કોઇપણ રૂપમાં બહાર આપે છે. યંત્રના દાખલા તરીકે વજનો ઉપાડવા માટેનો એક સાદો **વિંચ (Winch)** અથવા **વ્હીલ અને એકસલ (wheel and axle)** લઇએ. આ યંત્ર તેના હાથા આગળ માણસનાં ખેંચાણ અથવા ધક્કા કે જે ડ્રમ અથવા એકસલને ગોળ ફેરવે છે તેમાંથી પોતે કામ મેળવે છે. ડ્રમ અથવા એકસલ વજન ઉપાડનારાં દોરડાં ઉપર બીજાં સ્વરૂપમાં ખેંચાણ ઉત્પન્ન કરે છે જે વડે ઉપર ઉંચકાતાં વજન ઉપર કામ થાય છે. વજનો ઉપાડવા માટે વપરાતાં યંત્રો (Hoisting tackles), મશીન ટુલ્સ, વિગેરેમાં હમેશાં યંત્રોમાં આપવામાં આવતાં કામનું જોર યંત્રની મદદ વડે દુર કરવામાં આવતા અવરોધ કરતાં ઓછું હોય છે, અને યંત્રોનો યાંત્રિક લાભ (મીકેનીકલ એડવાન્ટેજ Mechanical advantage) આ બે જોરોનું પ્રમાણ છે.

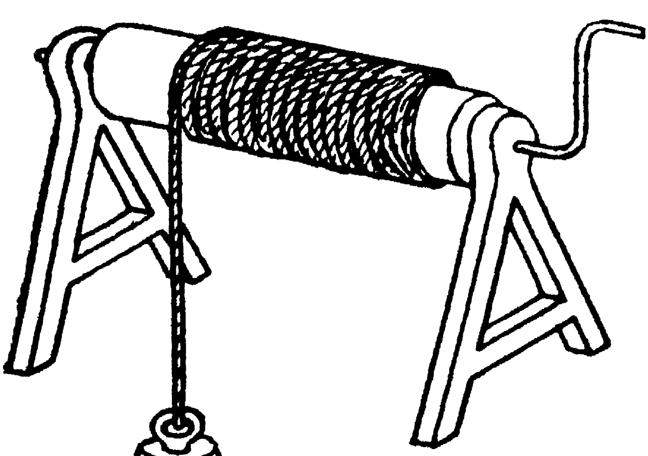
વ્હીલ અને એકસલ—જે વેગાએ બેહદ અંતરેથી વજન ઉપાડવું હોય ત્યારે સાધારણ લીવરની રચનાનાં ઉપયોગને બાધ નડે છે.

આ અડચણ દૂર કરવા માટે વ્હીલ અને એક્સલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. વાસ્તવિક રીતે કહીએ તો જ્યાં સુધી જરૂર પડે ત્યાંસુધી લીવરનું કાર્ય ચાલુ રાખવા માટેની તે માત્ર એક વ્યવહારિક રચના છે, કે જેથી કરીને કોઇપિણ ઇચ્છિત અંતરેથી વજનને ઉપાડી શકાય છે.



આકૃતિ ૧૦૩

આકૃતિ ૧૦૩માં વ્હીલ અને એક્સલની રચના બતાવી છે. એમાં C વ્હીલ છે અને D એક્સલ છે. જોર Pને વ્હીલ સાથે સજ્જડ કરેલા હાથા H ઉપર લાગુ પાડવામાં આવે છે. જે ગોળાકાર માર્ગમાં હાથો ફરે છે તે માર્ગને સ્પર્શ રેખારૂપ (tangentially) જોર હમેશાં કાર્ય કરે છે. શાફ્ટ સાથે વ્હીલને બદલે ક્રેંક હેન્ડલ સજ્જડ કરવાથી પણ નિયમ એક સરખોજ રહે છે. આ



આકૃતિ ૧૦૪

બાબદમાં યંત્રને "વિન્ડલેસ" **(Windlass)** અથવા "વિંચ" **(winch)** કહે છે જે આકૃતિ ૧૦૪માં બતાવ્યું છે. વજન Wને દોરડાં અથવા સાંકળ વડે લટકાવવામાં આવે છે જે દોરડું અથવા સાંકળ એકસલ D સાથે બાંધી તેની આસપાસ લપેટવામાં આવે છે. આકૃતિમાં દેખાડ્યા પ્રમાણે યોગ્ય બેરીંગમાં ટેકવેલી શાફ્ટ, કે જેનું મધ્યબિંદુ F છે, તે ઉપર વ્હીલ અને એકસલ ફરે છે.

વ્હીલ અને એકસલને લાગુ પાડવામાં આવતો મોમેન્ટનો નિયમ—આકૃતિ ૧૦૩માં આપેલા વ્હીલ અને એકસલના ડાયગ્રામ ઉપરથી માલમ પડશે કે આ રચના લીવર AFBની બરાબર છે, જેમાં F ફુલક્રમ છે. A આગળ જોર P લાગુ પાડવામાં આવ્યું છે, અને B આગળ વજન W છે, તેટલા માટે મોમેન્ટના નિયમ પ્રમાણે–

$$P \times AF = W \times BF \text{ છે.}$$

$$\therefore \frac{W}{P} = \frac{AF}{BF} = \frac{\text{વ્હીલની ત્રિજ્યા}}{\text{એકસલની ત્રિજ્યા}} = \frac{R}{r}$$

વ્હીલ અને એકસલને લાગુ પાડવામાં આવતો કામનો નિયમ—વ્હીલ અને એકસલની આકૃતિ ઉપરથી માલમ પડશે કે જો વ્હીલ અને એકસલ એક આંટો ફરે તો જોર P વડે પસાર થતું અંતર = જે વર્તુલમાં P ફરે છે તે વર્તુલ એટલે વ્હીલનો પરિઘ, અને તેટલાજ વખતમાં W વડે પસાર થતું અંતર એટલે Wનો ઉપાડ = એકસલનો પરિઘ; માટે કામનાં નિયમ પ્રમાણે, યંત્રમાંનું ઘર્ષણ ધ્યાનમાં ન લઈએ તો

યંત્રમાં P વડે આપવામાં આવતું કામ=Wને ઉપાડવામાં મેળવી શકાતું કામ.

$$\therefore P \times \text{વ્હીલનો પરિઘ} = W \times \text{એકસલનો પરિઘ.}$$

જો R = વ્હીલની ત્રિજ્યા, અને r = એકસલની ત્રિજ્યા હોય તો

$$P \times ૨ R \times ૩{\cdot}૧૪૧૬ = W \times ૨ r \times ૩{\cdot}૧૪૧૬$$

૨ × ૩·૧૪૧૬ને ઉડાવી દેતાં આપણને $P \times R = W \times r$ મળશે.

પણ આ પરિણામ આપણે મોમેન્ટનો નિયમ લાગુ પાડી મેળવેલાં પરિણામની તદ્દન બરાબર છે. આ ઉપરથી આપણને માલમ પડશે કે " મોમેન્ટનો નિયમ " " કામનાં નિયમ "ને મળતો હોય છે.

જે દાખલાઓમાં Wને જે દોરડાં અથવા સાંકળ વડે લટકાવવામાં આવે છે તેની જાડાઈ આપવામાં આવી હોય તે દાખલાઓમાં Wનાં આર્મ માટે એકસલની ત્રિજ્યા લઈ તેમાં દોરડાં અથવા સાંકળની અર્ધ જાડાઇ એટલે ત્રિજ્યા ઉમેરવી; અને તેજ પ્રમાણે જો Pનો સંચાર દોરડાં વડે કરવામાં આવતો હોય તો Pનાં આર્મ માટે વ્હીલની ત્રિજ્યા લઈ તેમાં દોરડાંની અર્ધ જાડાઈ એટલે ત્રિજ્યા ઉમેરવી.

વિદ્યાર્થીઓએ આ બાબદ ઉપર ખાસ લક્ષ આપવું જોઈએ કે વ્હીલ અને એકસલ અથવા વિંચની બાબદમાં આપણે જો P જે વર્તુલમાં ફરે તે વર્તુલની ત્રિજ્યા લઈએ તો એકસલની પણ ત્રિજ્યા લેવી, અથવા જો Pનાં વર્તુલ માર્ગનો વ્યાસ લઈએ તો એકસલનો પણ વ્યાસ લેવો, અથવા જો Pનાં વર્તુલ માર્ગનો પરિઘ લઈએ તો એકસલનો પણ પરિઘ લેવો જોઈએ. એકની ત્રિજ્યા અને બીજાનો વ્યાસ અથવા એકનો વ્યાસ અને બીજાનો પરિઘ, વીગેરે એમ લઈ શકાય નહી.

દાખલો ૧—એક વિંચમાં તેના ૧૫ ઈંચ લાંબા હાથાને છેડે એક માણસ ૩૦ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડી તેને ફેરવે છે, તો ૧૦ ઈંચ વ્યાસના એકસલ ઉપરથી લટકાવેલાં દોરડાંને છેડે બાંધેલું કેટલા પૈાંડનું વજન ઉપાડી શકાશે ?

પહેલી રીત, લીવરનાં નિયમ પ્રમાણે :—

$$P \times R = W \times r$$

$$૩૦ \times ૧૫ = W \times ૫$$

$$\therefore W = \frac{૩૦ \times ૧૫}{૫}$$

$$= \underline{૯૦ \text{ પૈાંડ}}$$

બીજી રીત, કામનાં નિયમ પ્રમાણે :—

એક આંટામાં Pની ગતિ = જે વર્તુલમાં P ફરે છે તે વર્તુલનો પરિધ = ૨ R × ૩·૧૪૧૬

= ૨ × ૧૫ × ૩·૧૪૧૬,

અને તેટલાજ વખતમાં Wની ગતિ = એકસલનો પરિધ

= ૨ × r × ૩·૧૪૧૬

= ૨ × ૫ × ૩·૧૪૧૬

∴ Pનું કામ = P × ૨ × ૧૫ × ૩·૧૪૧૬

અને, Wનું કામ = W × ૨ × ૫ × ૩·૧૪૧૬

પણ કામનાં નિયમ પ્રમાણે P વડે આપવામાં આવતું કામ = Wને ઉપાડવા માટે મેળવી શકાતું કામ

∴ P × ૨ × ૧૫ × ૩·૧૪૧૬ = W × ૨ × ૫ × ૩·૧૪૧૬

૩૦ × ૨ × ૧૫ × ૩·૧૪૧૬ = W × ૨ × ૫ × ૩·૧૪૧૬

$$\therefore \text{W} = \frac{\text{૩૦} \times \text{૨} \times \text{૧૫} \times \text{૩·૧૪૧૬}}{\text{૨} \times \text{૫} \times \text{૩·૧૪૧૬}}$$

$$= \frac{\text{૩૦} \times \text{૧૫}}{\text{૫}}$$

= ૯૦ પૈાંડ

દાખલેા ૨—એક વ્હીલ અને એકસલમાં એકસલનેા વ્યાસ ૭ ઈંચ છે. જે વર્તુલમાં જોર P ફરે છે તે વર્તુલની ત્રિજ્યા ૨૪ ઈંચ છે, તેા એકસલ ઉપરથી લટકાવેલાં દેારડાંને છેડે બાંધેલાં ૨૪૦ પૈાંડનાં વજનને ઉપાડવા માટે કેટલું જોર જોઈશે ? દેારડાંનેા વ્યાસ ૧ ઈંચ છે. વળી આ મશીનનેા યાંત્રિક લાભ (મીકેનીકલ એડવાન્ટેજ) શેાધેા, અને ગતિનું પ્રમાણ શેાધેા.

ઘર્ષણ ધ્યાનમાં ન લેતાં—

પહેલી રીત :—લીવરના નિયમ પ્રમાણે—

$P \times P$નો આર્મ = $W \times W$નો આર્મ

Pનો આર્મ = ૨૪ ઇંચ છે, અને

Wનો આર્મ = એકસલની ત્રિજ્યા + દોરડાંની ત્રિજ્યા

= ૩½ + ½ = ૪ ઇંચ.

$\therefore P \times ૨૪ = W \times ૪$

$P \times ૨૪ = ૨૪૦ \times ૪$

$\therefore P = \frac{૨૪૦ \times ૪}{૨૪}$ = **૪૦ પૌંડ**

બીજી રીત :—કામના નિયમ પ્રમાણે—

ખર્ચ કરેલી શક્તિ = ઉપયોગી કામ

$P \times P$ની ગતિ = $W \times W$ની ગતિ

Pની ગતિ = ૨૪ × ૨ × ²²⁄₇, અને

Wની ગતિ = (૩½ + ½) × ૨ × ²²⁄₇

$\therefore P \times ૨૪ \times \cancel{૨} \times \cancel{\frac{૨૨}{૭}} = ૨૪૦ \times ૪ \times \cancel{૨} \times \cancel{\frac{૨૨}{૭}}$

$\therefore P = \frac{૨૪૦ \times ૪}{૨૪}$ = **૪૦ પૌંડ**

મીકેનીકલ એડવાન્ટેજ એટલે યાંત્રિક લાભ = $\frac{W}{P} = \frac{૨૪૦}{૪૦}$

= **૬⁄૧**

Pની ગતિ : Wની ગતિ : : ૨૪ × ૨ × ²²⁄₇ : (૩½ + ½) × ૨ × ²²⁄₇

: : ૨૪ : ૪

: : **૬ : ૧**

કેપ્સ્તન (capstan)—વહાણમાં લંગર ઉપાડવા તથા દરીઆમાં નાંખવા માટે, અને વહાણને ગોદીની દિવાલ નજદીક ખેંચવા માટે સાંકળને લપેટવા તથા ઉકેલવા જે યંત્ર વપરાય છે તેને **કેપ્સ્તન**

(capstan) કહે છે. વ્હીલ અને એક્સલનો નિયમ આ કેપ્સ્તનને લાગુ પાડવામાં આવે છે. એમાં એક્સલ ઉભો છે અને એક્સલની ઉભી ધરી ઉપર બેસાડેલાં વ્હીલની રીમમાં આપેલા સગવડભર્યા વેહોમાં ખોસેલા આરાઓ અથવા સળીયા ઉપર ખલાસીઓ જોર લાગુ પાડી વ્હીલને ગોળ ફેરવે છે, જેથી દોરડું એક્સલ ઉપર લપેટાય છે અથવા ઉકેલાય છે.

એમાં માલમ પડશે કે દરેક ખલાસી વડે લાગુ પાડવામાં આવતું જોર P તે જે વર્તુલમાં ફરે છે તેની ત્રિજ્યા (R) એ (એટલે એક્સલ અથવા બેરલનાં મધ્યથી જે બિંદુએ P સળીયા અથવા આરાઓ ઉપર લાગુ પાડવામાં આવે છે તે બિંદુ સુધીનાં અંતરે) કાર્ય કરે છે. તો જ્યારે એકજ વ્યાસમાં સામસામે આવેલા બે આરા અથવા સળીયા ઉપર એક સરખાં જોરો કરી બે ખલાસીઓ કાર્ય કરે ત્યારે ૨R × P એક "કપલ" બને છે જે એક દિશામાં કેપ્સ્તનને ફેરવવાનું વલણ કરે છે (જુઓ "કપલ"ની વ્યાખ્યા). પરીણામે જેમ આપણે આગળ શીખી ગયા તેમ કપલનાં સ્વભાવ ઉપરથી આ કપલ તેની બરાબરનાં મોમેન્ટવાળા અને તેનાથી ઉલટી દિશામાં કાર્ય કરતા બીજા મોમેન્ટ વડે માત્ર સમતોલ થઈ શકે છે. જ્યારે કેપ્સ્તનનાં બેરલનાં મધ્યબિંદુથી દોરડાંનાં મધ્યબિંદુ સુધીનાં અંતરની બરાબરના આર્મ R સાથે કાર્ય કરતું વહાણનાં લંગરનું વજન અથવા વહાણનો અવરોધ તે બેરલનાં મધ્યબિંદુ આગળનાં તેનીજ બરાબરનાં પ્રતિકાર્ય (W)ને સમતોલ કરે છે ત્યારે આવી એક બીજી કપલ બને છે. તો જ્યારે બે ખલાસીઓ વડે લાગુ પાડેલું જોર વહાણનાં લંગરનાં વજનનાં અવરોધ વડે સમતોલ થાય છે ત્યારે આપણને એક કપલ બીજા કપલને બરાબર સમતોલ કરતી મળે છે, અથવા, P, ૨R, P એ કપલ W, r, Wને સમતોલ કરે છે, એટલે P × ૨ R = W × r.

એજ પ્રમાણે ખલાસીઓની બે, ત્રણ, અથવા ચાર જોડી સાથે આપણને એક દિશામાં કાર્ય કરતી બે, ત્રણ, અથવા ચાર કપલ મળે છે

જે ઉલટી દિશામાં કાર્ય કરતાં એરલનાં મધ્યબિંદુ અને દોરડાનાં મધ્યબિંદુ વચ્ચેનાં અંતર જેટલા આર્મ સાથે કાર્ય કરતાં વજન અને એરલનાં મધ્યબિંદુ ઉપરનાં પ્રતિકાર્યથી બનતી એક કપલવડે સમતોલ થાય છે.

દાખલો ૨—એક વહાણનું લંગર ઉપાડવા માટે કેપ્સ્તનમાં ૧૨ સળીયા વપરાયા છે જે દરેક સળીયાને છેડે એકેક ખલાસી જોર કરે છે. કેપ્સ્તનનાં મધ્યબિંદુથી સળીયાના છેડા સુધીનું અંતર ૬ ફુટ છે, અને એરલનો વ્યાસ ૨ ફુટ છે. જો દરેક ખલાસી સળીયાને છેડે ૮૦ પૈાંડનું જોર કરે તો લંગર અને સાંકળનું વજન શોધો ? વળી મધ્યની જે શાફ્ટ ઉપર કેપ્સ્તન ફરે છે તેના ઉપરનું દબાણ શોધો ?

આ દાખલામાં ખલાસીઓનાં જોરોની ૬ કપલ, લંગરનાં વજન અને એરલનાં મધ્યબિંદુ આગળનાં તેનાં પ્રતિકાર્યની એક કપલ વડે સમતોલ થાય છે, તેટલા માટે

$$૬\ (P \times ૨R) = W \times r$$
$$૬\ (૮૦ \times ૨ \times ૬) = W \times ૧$$
$$૬ \times ૯૬૦ = W \times ૧$$
$$\therefore\ W = \underline{૫૭૬૦\ \text{પૈાંડ}}$$

અથવા, વ્હીલ અને એકસલનાં નિયમ પ્રમાણે :—

$$\text{કુલ જોર } P = ૧૨ \times ૮૦ = ૯૬૦\ \text{પૈાંડ}$$
$$P \times P\text{નો આર્મ} = W \times W\text{નો આર્મ}$$
$$૯૬૦ \times ૬ = W \times ૧$$
$$\therefore\ W = \underline{૫૭૬૦\ \text{પૈાંડ}}$$

મધ્યની શાફ્ટ ઉપર જોર Pને લીધે કશું દબાણ આવતું નથી, પણ માત્ર લંગરનાં વજનને લીધે દોરડાં ઉપર જે ખેંચાણ આવે છે તેનું દબાણ આવે છે, માટે <u>શાફ્ટ ઉપરનું દબાણ = ૫૭૬૦ પૈાંડ</u>.

ઉપર સમજાવેલી વ્હીલ અને એકસલ તથા કેપ્સ્તનની બાબદમાં આપણે જ્યારે ઘર્ષણ (ફ્રીકશન) ધ્યાનમાં લીધું નથી ત્યારે $P \times R \times \frac{૨૨}{૭} = W \times ૨ r \times \frac{૨૨}{૭}$, અથવા ખર્ચ કરેલી શક્તિ = ઉપયોગી કામ આપણને મળે છે. એમાં યાંત્રિક લાભ $= \frac{W}{P} = \frac{૨ R \times \frac{૨૨}{૭}}{૨ r \times \frac{૨૨}{૭}}$ છે. પણ હવે આપણે ઘર્ષણ ધ્યાનમાં લઈએ તો ખર્ચ કરેલી શક્તિનો એક ભાગ ઘર્ષણનો અવરોધ દૂર કરવામાં ખર્ચ થાય છે, તેટલા માટે આપેલાં વજન માટે થીઅરી પ્રમાણેનાં જોર કરતાં વધુ જોર જોઈશે. ત્યારે આપણને ખર્ચ કરેલી શક્તિ × એફીશીઅન્સી = ઉપયોગી કામ, અથવા $P \times ૨ R \times \frac{૨૨}{૭} \times$ એફીશીઅન્સી $E = W \times ૨ r \times \frac{૨૨}{૭}$ મળશે, અથવા યાંત્રિક લાભ $= \frac{W}{P} = \frac{૨ R \times \frac{૨૨}{૭} \times E}{૨ r \times \frac{૨૨}{૭}}$ છે. (જુઓ પ્રકરણ ૧૦મું).

દાખલો ૪—એક વ્હીલ અને એકસલમાં બેરલનો વ્યાસ ૯ ઇંચિ છે અને દોરડાંનો વ્યાસ ૧$\frac{૧}{૨}$ ઇંચિ છે. વ્હીલની રીમ ઉપર આપેલા હાથા આગળ જોર P લાગુ પાડવામાં આવે છે. જે વર્તુલમાં P ફરે છે તે વર્તુલની ત્રિજયા ૧૫ ઇંચિ છે. એકસલ ઉપરથી લટકતાં દોરડાંને છેડે બાંધેલાં ૪૫૦ પૈાંડનાં વજનને ઉપાડવાનું છે. જો વ્હીલ અને એકસલની એફીશીઅન્સી એટલે કાર્યસાધકત્વ ૮૦ ટકા હોય તો હાથા ઉપર કેટલું P લાગુ પાડવું જોઈશે?

કામનાં નિયમ પ્રમાણે—

ખર્ચ કરેલી શક્તિ × એફીશીઅન્સી = ઉપયોગી કામ.

P × Pની ગતિ × એફીશીઅન્સી E = W × Wની ગતિ.

$$P \times ૨ \times ૧૫ \times \frac{૨૨}{૭} \times \frac{૮૦}{૧૦૦} = ૪૫૦ \times ૨ \left(૪\frac{૧}{૨} + \frac{૩}{૪} \right) \times \frac{૨૨}{૭}$$

$$P \times ૧૫ \times \frac{૮૦}{૧૦૦} = ૪૫૦ \times ૫\frac{૧}{૪}$$

$$\therefore P = \frac{૪૫૦ \times ૨૧ \times ૧૦૦}{૪ \times ૧૫ \times ૮૦}$$

$$= \underline{૧૯૬.૮ \text{ પૈાંડ}}$$

દાખલો ૫—એક વહાણનું લંગર ઉપાડવા માટે કેપ્સ્તનને સામસામેની બાજુએ બે માણસો વડે ચલાવવામાં આવે છે. દરેક માણસ ધરીનાં મધ્યથી ૪ ફુટનાં અંતરે ૩૫ પૈાંડનું જોર કરે છે. ૯ ઇંચ વ્યાસનાં ડ્રમની ફરતે દેારડું લપેટવામાં આવે છે જે દેારડાંનેા વ્યાસ ૧ ઇંચ છે. જો કેપ્સ્તનની એફીશીઅન્સી ૮૫ ટકા હેાય તેા લંગરનું વજન શેાધેા ? અને વળી જે શાફ્ટ ઉપર કેપ્સ્તન ફરે છે તે શાફ્ટ ઉપરનું દબાણ શેાધેા ?

કુલ જોર $P = ૨ \times ૩૫ = ૭૦$ પૈાંડ

ખર્ચ કરેલી શક્તિ $\times E =$ ઉપયેાગી કામ

$$૭૦ \times ૪૮ \times ૨ \times \frac{૨૨}{૭} \times \frac{૮૫}{૧૦૦} = W\left(૪\tfrac{૧}{૨} + \tfrac{૧}{૨}\right) \times ૨ \times \frac{૨૨}{૭}$$

$$\therefore\ ૭૦ \times ૪૮ \times \frac{૮૫}{૧૦૦} = W \times ૫$$

$$\therefore\ W = \frac{૭૦ \times ૪૮ \times ૮૫}{૫ \times ૧૦૦} = \underline{૫૭૧.૨ \text{ પૈાંડ}}$$

મધ્યની શાફ્ટ ઉપર જોર Pને લીધે કશું પણ દબાણ આવતું નથી પણ માત્ર લંગરનાં વજનને લીધે દેારડાં ઉપર જે ખેંચાણ આવે છે તેનું દબાણ આવે છે, માટે શાફ્ટ ઉપરનું દબાણ = <u>૫૭૧.૨ પૈાંડ.</u>

એકસરસાઇઝ ૮મી.

૧. એક વ્હીલ અને એકસલમાં વ્હીલને લાગુ પાડેલું જોર P જે વર્તુલમાં ફરે છે તેનેા વ્યાસ ૪ ફુટ છે, અને એકસલની ત્રિજયા ૩ ઇંચ છે, તેા ઘર્ષણ ધ્યાનમાં ન લેતાં P અને W વચ્ચેનું પ્રમાણ શેાધેા ?

૨. વ્હીલ અને એકસલમાં વ્હીલની ત્રિજયા ૩૦ ઇંચ, P ૧૫ પૈાંડ, અને એકસલનેા વ્યાસ ૮ ઇંચ છે, તેા વજન W શેાધેા ? જે દેારડાં વડે વજનને ઉપાડવામાં આવે છે તેનેા વ્યાસ ૧ ઇંચ ધ્યાનમાં લેવામાં આવે તેા W કેટલેા આવશે ? વળી મીકેનીકલ એડવાન્ટેજ એટલે યાંત્રિક લાભ શેાધેા ?

૩. એકસલની ત્રિજ્યા ૩$\frac{૧}{૨}$ ઇંચ છે, P ૨૦ પૈાંડ છે, અને W ૧૮૦ પૈાંડ છે, તેા જે વર્તુલમાં P ફરે છે તેનેા પરિઘ શેાધેા ?

૪. વ્હીલ અને એકસલમાં જે વર્તુલમાં જોર P ફરે છે તેની ત્રિજ્યા ૩૬ ઇંચ, P ૨૪ પૈાંડ અને વજન W ૨૫૦ પૈાંડ હેાય તેા એકસલનેા વ્યાસ શેાધેા. જો દેારડાંનેા વ્યાસ ૧ ઇંચ ધ્યાનમાં લેવામાં આવે તેા એકસલનેા વ્યાસ કેટલેા હશે ?

૫. એક વ્હીલ અને એકસલમાં વ્હીલની રીમ આગળ લાગુ પાડેલું જોર ૧૦ ફુટનું અંતર પસાર કરે છે ત્યારે ૪ હન્ડ્રેડવેટનું વજન ૨ ફુટની ઉંચાઇએ ઉપાડી શકાય છે. જો એકસલનેા વ્યાસ ૧૦ ઇંચ હેાય તેા લાગુ પાડેલું જોર શેાધેા, અને વ્હીલની ત્રિજ્યા શેાધેા ?

૬. એક વીન્ડલૅસમાં બેરલનેા વ્યાસ ૮ ઇંચ, દેારડાંનેા વ્યાસ ૧$\frac{૧}{૪}$ ઇંચ, અને ક્રેંક હેન્ડલ ૧૫$\frac{૧}{૨}$ ઇંચ લાંબેા છે, તેા ૨ હન્ડ્રેડવેટનું વજન ઉપાડવા માટે હાથાને છેડે કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઇશે ? જો એફીશીઅન્સી ૮૫ ટકા હેાય તેા કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઇશે ?

૭. વહાણનું લંગર ઉપાડવા માટે એક કેપ્સ્તન ૪ માણસેા વડે ચલાવવામાં આવે છે. દરેક માણસ કેપ્સ્તનનાં મધ્યથી ૪ ફુટનાં અંતરે ૩૦ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડે છે. $\frac{૩}{૪}$ ઇંચ વ્યાસનું એક દેારડું કે જેના લટકતા છેડા ઉપર લંગર બાંધવામાં આવેલું છે તેને ૫$\frac{૧}{૪}$ ઇંચ ત્રિજ્યાનાં બેરલ ઉપર લપેટવામાં આવે છે, તેા લંગરનું વજન કેટલું હશે ? વળી કેપ્સ્તનની મધ્યની ધરી ઉપર કેટલું દબાણ આવશે ?

૮. એક વહાણને ગેાદીની દીવાલની નજદીક ખેંચી લાવવા માટે કેપ્સ્તન વપરાય છે. કેપ્સ્તનને તેનાં હેડ (માંથાં)માં ખેાસેલા ૬ હાથા અથવા સળીયા કે જે દરેકને છેડે અકેક ખલાસી જોર કરે છે તેનાં વડે ચલાવવામાં આવે છે. દરેક ખલાસી ધરીનાં મધ્યથી ૫ ફુટને અંતરે ૪૦ પૈાંડનું જોર કરે છે. ૧૪$\frac{૩}{૪}$ ઇંચ વ્યાસનાં બેરલ અથવા ડ્રમ ઉપર દેારડાંને લપેટવામાં આવે છે જે દેારડાંનેા વ્યાસ ૧$\frac{૧}{૪}$ ઇંચ છે.

દોરડાંનો બીજો છેડો ગોદીની દીવાલ સાથે બાંધેલો છે. તો દોરડાં ઉપર આવતું ખેંચાણ શોધો કે જે કેપ્સ્તનનાં હાથાઓ ઉપરનાં દબાણને સમતોલ રાખે. વળી મધ્યની જે શાફ્ટ ઉપર કેપ્સ્તન ફરે છે તેનાં ઉપરનું દબાણ શોધો ?

૯. જો દાખલા ૮માં ઘર્ષણ વીગેરેને લીધે જોરનાં ૧૦ ટકા વ્યર્થ જાય તો દોરડાં ઉપર કેટલું ખેંચાણ આવશે ?

૧૦. વ્હીલ અને એકસલનાં વ્યાસનો સરવાળો ૩ ફુટ છે, અને સમતોલ કરેલું વજન લાગુ પાડેલાં જોરથી ૭ગણું મોટું છે, તો વ્હીલ અને એકસલની ત્રિજયા શોધો ?

૧૧. એક એનજીનની ક્રેંક ૧૨ ઇંચિ લાંબી છે અને ફ્લાઈ વ્હીલનો વ્યાસ ૮ ફુટ છે. ક્રેંકપીન ઉપર કાર્ય કરતું સરેરાસ સ્પર્ષરેખારૂપ ચલાવનારૂં જોર ૨૪૦૦ પૈાંડ છે, તો ફ્લાઈ વ્હીલની રીમ ઉપરથી સરેરાસ ચલાવનારૂં જોર કેટલું મેળવી શકાશે ? જો ફ્લાઈ વ્હીલને ૨ ફુટ વ્યાસનાં પીનીઅન સાથે ગીઅર કરવામાં આવે તો પીનીઅનનાં દાંતા ઉપર સરેરાસ ચલાવનારૂં દબાણ કેટલું આવશે ?

૧૨. જો દાખલા ૧૧માં એનજીન દર મીનીટે ૧૨૦ આંટા ફરે તો (૧) દર આંટા દીઠ કેટલા એકમ કામ થશે ? (૨) એક મીનીટમાં કેટલું કામ થશે ? અને (૩) એનજીન કેટલા હોર્સપાવર કરશે ?

૧૩. એક વાઇન્ડીંગ એનજીન $\frac{3}{4}$ માઇલ ઉંડી ખાણમાંથી બે મીનીટમાં એક સરખી ઝડપે ૩ ટન વજનનો કોલસો ઉપાડી શકે છે. ધારો કે ઘર્ષણ, વીગેરેમાં કુલ કામનાં ૩૦ ટકા વ્યર્થ જાય તો તે એનજીનનાં હોર્સપાવર શોધો ?

પ્રકરણ ૮મું

સુકી તથા ચીકણી કરેલી સપાટીનાં ઘર્ષણ, ત્રેકશન.

ઘર્ષણ (friction)—જો એક પદાર્થને બીજા પદાર્થ ઉપર સુકી ખસેડવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તો સામે નડતો અવરોધ તુરતજ માલમ પડશે. આ અવરોધને **ઘર્ષણ** અથવા **ઘર્ષણનું જોર** કહેવામાં આવે છે. ઘર્ષણનું ખરૂં કારણ સંબંધમાં આવતી સપાટીનાં ખડબચડાંપણાંને લીધે છે. ઘર્ષણનું જોર હમેશાં પદાર્થની ગતિની દિશાથી ઉલટી દિશામાં કાર્ય કરે છે, અને ગતિને બંધ કરવાનું વલણ કરે છે, અથવા જો પદાર્થ સ્થાઈ સ્થિતિમાં હોય તો તેને ખસેડતાં અટકાવવાનું વલણ કરે છે. જે જોર વડે એક પદાર્થને બીજા પદાર્થ ઉપર દબાવવામાં આવે છે તે ઘટાડવામાં આવે તો ઘર્ષણનું જોર ઓછું થશે. વળી સરતી સપાટીઓ જેમ વધુ લીસી હશે તેમ ઘર્ષણ વધુ ઓછું થશે. તોપણ કોઈપણ જાણીતા ઉપાયો વડે ઘર્ષણને કદીપણ સમૂળગું દુર કરી શકાતું નથી.

ઘર્ષણનાં ગેરલાભ હોય છે તેમ લાભ પણ હોય છે. ઘણાક એનજીનીયરીંગ દાખલામાં ઘર્ષણનાં જોરોને ઘટાડવાનાં પ્રયત્નો કરવામાં આવે છે, જ્યારે બીજા દાખલામાં સરકવું અટકાવવા માટે ઘર્ષણની જરૂર હોય છે. દાખલા તરીકે, એનજીનો, શાફ્ટીંગ અને મશીનોની બેરીંગોની બાબદમાં ઘર્ષણ બને તેમ સૌથી ઓછામાં ઓછી હદ સુધી ઘટાડવાની એનજીનીયરની ફરજ હોય છે. વળી અમુક પુલીઓ, કલચો, અને એવાજ બીજા ભાગો કે જેમાં ગતિનો સંચાર ઘર્ષણની મદદ વડે

કરવાનો હોય તેની બાબદમાં અથવા ગતિમાં આવેલા પદાર્થો (જેવાકે ચાલતી ટ્રેન)ને જ્યારે સ્ટેશન નજદીક આવે ત્યારે ઝડપથી ઉભી રાખવાની બાબદમાં સૌથી વધમાં વધુ ઘર્ષણ ઉત્પન્ન કરવાના ઉપાયો તેને યોજવા પડે છે. વળી જો ઘર્ષણ ન હોય તો આપણે ચાલી શકીએ નહી તેમજ રેલવે સ્ટેશન ઉપરથી ટ્રેનને ચલાવી શકાય નહીં અને તેને સાધારણ ઝડપે ઉભી રાખી શકાય નહીં. ખીલાઓ, રજ્જુ, ફાંચરો, પુલીને ચલાવનારા પટાઓ, વીગેરેના ઉપયોગ માટે પણ ઘર્ષણની જરૂર હોય છે. એથી ઉલટું ઘર્ષણ દુર કરવામાં મશીનરીમાં ઘસારા અને ભાંગતૂટ સહિત શક્તિ (Power) વારંવાર નકામી વ્યર્થ જાય છે.

જ્યારે એક પદાર્થને જોર વડે ખસેડવાનો ચાલુ રાખવામાં આવે ત્યારે જોરનો એક ભાગ (અથવા કોઇકિ દાખલાઓમાં સઘળું જોર) ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં ખર્ચ થાય છે. આ વ્યર્થ ગયલું કામ ઘર્ષણનો અવરોધ કોઈ પણ અંતરેથી દુર કરવાનાં કાર્યમાં ઉષ્ણતામાં રૂપાંતર થાય છે. દાખલા તરીકે—એક માણસ પોતાના હાથ અને પગની વચ્ચે ઉભાં દોરડાંને પકડી તે ઉપરથી નીચે સરે છે, તો ગુરૂત્વાકર્ષણનું જોર તેના હાથો તથા પગો અને દોરડાંની વચ્ચેનાં ઘર્ષણનાં અવરોધને દુર કરી તેને નીચે ચલાવશે, પરીણામે મુખ્ય કરીને જો તે માણસ દોરડાં ઉપરથી નીચે જલદીથી સરશે તો તેના હાથો, પગો અને દોરડું સઘળાં સરખી રીતે ગરમ થશે. તેજ પ્રમાણે એક પુર ઝડપે દોડતી ટ્રેનને સ્ટેશન ઉપર ઉભી રાખવા માટે સ્ટેશન આવવાની પૂર્વે કેટલાક વાર આગળથી એનજીનનો સ્ટીમ વાલ્વ બંધ કરી તેને ધારેલી જગ્યાએ ઉભી રાખવા માટે બ્રેક લાગુ પાડવામાં આવે છે. હવે જો ટ્રેન ઉભી રહ્યા પછી તુરતજ તેનાં પૈડાં, બ્રેક, અને પાટાને હાથ લગાડી તપાસવામાં આવશે તો તે સઘળાં અતિશય ગરમ થયલાં માલમ પડશે, કારણકે દોડતી વેળા ટ્રેનનાં પૈડાંમાં જે ફુટ–પૈાંડ કામ એકઠું થયલું હોય છે તેનો ખર્ચ બ્રેક વડે ઉત્પન્ન કરેલાં અતિશય

ઘર્ષણનો અવરોધ દૂર કરવામાં થાય છે તેથી ટ્રેન ઉભી રહે છે, પરિણામે આ કામનું ઉષ્ણતામાં રૂપાંતર થાય છે. ડો. જુલે પ્રયોગ ઉપરથી નક્કી કર્યું છે કે જો કામને ઉષ્ણતામાં રૂપાંતર કરવામાં આવે તો દરેક ૭૭૮ ફુટ–પૈાંડ કામ ઉષ્ણતાનો એકમ (thermal unit) ઉત્પન્ન કરશે, અથવા એક પૈાંડ પાણીનું ઉષ્ણમાન (temperature) એક અંશ (degree) વધારી શકે એટલો ઉષ્ણતાનો જથ્થો ઉત્પન્ન કરશે.

જ્યારે પણ બે પદાર્થો પછી ગમે તો તેઓ નક્કર હોય અથવા પ્રવાહી હોય અને તેમને એક બીજા ઉપર ખસેડવામાં આવે તો ગતિને નડતો ઘર્ષણનો અવરોધ માલમ પડશે. નીચે આપેલા નક્કર પદાર્થોનાં ઘર્ષણ (solid friction)ના નિયમો સુકી અથવા સહેજ ચીકણી સપાટીઓ વચ્ચેનાં ઘર્ષણ માટે અમુક હદો સુધી ખરા છે, પણ તેઓ પ્રવાહી પદાર્થોનાં ઘર્ષણની બાબદમાં અથવા સારી રીતે તેલ વડે ચીકણી કરેલી (well lubricated) સપાટીઓ કે જેઓનો સમાવેશ પ્રવાહીનાં ઘર્ષણ (fluid friction)માં થાય છે તેઓની વચ્ચેનાં ઘર્ષણની બાબદમાં ખરા નથી.

નક્કર પદાર્થોનાં ઘર્ષણ (solid friction)ના નિયમો:—

૧. ઘર્ષણ સપાટીઓ વચ્ચેનાં દબાણ અથવા વજનનાં સમ પ્રમાણમાં છે.

૨. સંબંધમાં આવતી સપાટીનાં ક્ષેત્રફળથી ઘર્ષણ સ્વતંત્ર છે, એટલે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો ક્ષેત્રફળનાં દર એકમ ઉપરનાં દબાણથી તે સ્વતંત્ર છે.

૩. ઘર્ષણ સંબંધમાં આવતી સપાટીના સ્વભાવ (nature સખત અથવા પોચી, અથવા ઘણી લીસી કરી શકાય અથવા ન કરી શકાય એવા પદાર્થની બનેલી) અને સ્થિતિ (લીસી અથવા ખડબચડી) ઉપર આધાર રાખે છે,

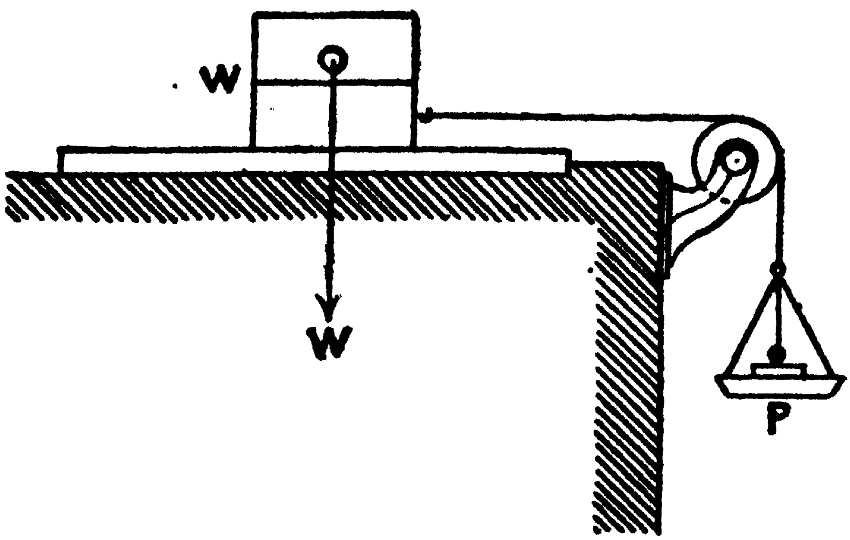
૪. સંબંધમાં આવતી સપાટીનાં ઘસાવાની ગતિની ઝડપ, જો તે સાધારણ હોય એટલે દર સેકન્ડે ૧૦ ફુટની અંદર હોય તો, તેનાથી ઘર્ષણ સ્વતંત્ર છે. પણ દર સેકન્ડે ૧૦ ફુટ ઉપરાંતની ઝડપે ઘર્ષણ ઘસાવાની ગતિની ઝડપ ઉપર આધાર રાખે છે, જેમ ઝડપ વધુ તેમ ઘર્ષણ ઓછું અને ઝડપ ઓછી તેમ ઘર્ષણ વધુ હોય છે.

૫. ગતિવાળી સપાટીઓ વચ્ચેનાં ઘર્ષણ (kinetic friction) કરતાં સ્થાઈ સપાટીઓ વચ્ચેનું ઘર્ષણ (static friction) વધુ હોય છે, એટલે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો જ્યારે બે પદાર્થો સ્થાઈ સ્થિતિમાં (at rest) હોય ત્યારે એકનાં ઉપર બીજાને ખસેડવા માટે નડતો ઘર્ષણનો અવરોધ જ્યારે તે સપાટીઓ એક સરખી ગતિમાં આવે ત્યાર પછી નડતા ઘર્ષણના અવરોધ કરતાં વધુ હોય છે.

પહેલા બે નિયમો સંકોચીત હદોની અંદર ખરા છે, કારણ કે દર ચોરસ ઈંચે આસરે ૧૨૦ પૌંડ કરતાં વધુ દબાણો માટે ઘર્ષણ વજન કરતાં વધુ ઝડપે વધે છે. એટલે આ હદ કુદાવી જવામાં આવે તો ઘર્ષણ વધુવાર ક્ષેત્રફળથી સ્વતંત્ર રહેતું નથી.

મધ્યમ દબાણે ઘર્ષણનો પહેલો નિયમ સાબેત કરવા માટે આકૃતિ ૧૦૫માં દેખાડ્યા પ્રમાણે એક ટેબલ ઉપર એક આડી સીધી સપાટી A મુકવામાં આવી છે, અને આ સપાટી ઉપર જે પદાર્થની તે સપાટી બનેલી છે તેજ પદાર્થનો સરી શકે એવો બ્લોક (Slider) મુકેલો છે, અને તે બ્લોક ઉપર તેજ પદાર્થનો બીજો બ્લોક અથવા કોઈપણ વજન મુકવામાં આવ્યું છે. ધારો કે આ બન્ને બ્લોકનું વજન W છે, જેને નાની ગરગડી અને પાતળી દોરીની મદદ વડે ખસેડવામાં આવે છે. દોરીના છુટા છેડાએ એક નાનું ત્રાજવાનું પલ્લું બાંધેલું છે જેમાં મુકવામાં આવતાં વજન વડે ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવા માટે જોઈતું જોર P માપી શકાય છે. અહીંઆં સપાટી A અને બ્લોક Wની વચ્ચેનું ઘર્ષણ P વડે દુર કરવામાં આવ્યું છે. જો સપાટી A

અને બ્લોક W લાકડું હોય, અને Wનું વજન ૧૦૦ પૈાંડ હોય તો P લગભગ ૩૩ પૈાંડ હશે. જો ૨૦૦ પૈાંડ હોય તો P ૬૬ પૈાંડ



આકૃતિ ૧૦૫

હશે, અને એ પ્રમાણે વધશે, અથવા ટુંકમાં કહીએ તો ઘર્ષણનો અવરોધ અથવા P એ Wનાં પ્રમાણમાં છે.

કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન (Coefficient of friction) એટલે **ઘર્ષણનો ગુણક**—ઉપર આપણે જોયું કે સપાટી A ઉપર Wને ખસેડવા માટે ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં જોર P જોઈએ છે, તો અહીંઆ $\frac{P}{W}$એ **"કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન"** એટલે **"ઘર્ષણનો ગુણક"** કહેવાય છે. સઘળી બાબદમાં ઘર્ષણનો અવરોધ એ વજનનો અપૂર્ણાંક છે. વળી આગલ દર્શાવ્યું તેમ જો બ્લોક W અને સપાટી A લાકડાંનાં હોય, અને બ્લોક Wનું કુલ વજન ૧૦૦ પૈાંડ હોય તો P લગભગ ૩૩ પૈાંડ છે, તો આ દાખલામાં $\frac{૩૩}{૧૦૦}$ = ·૩૩ કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન એટલે ઘર્ષણનો ગુણક છે. જો સપાટી A અને બ્લોક W ધાતુનાં હોત અને બન્ને સપાટીઓ કોરડી અથવા સુકી (dry) હોત તો ૧૦૦ પૈાંડનાં વજન માટે ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરનારૂં જોર P લગભગ ૧૭ પૈાંડ જોઈશે,

અથવા આ બાબદમાં કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન એટલે ઘર્ષણનો ગુણક $\frac{૧૭}{૧૦૦}$ = ·૧૭ થશે.

જુદા જુદા પદાર્થો માટે તેની સપાટીઓની સ્થિતિ મુજબ કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન એટલે ઘર્ષણના ગુણક જુદા જુદા હોય છે, જે નીચે પ્રમાણે છે:—

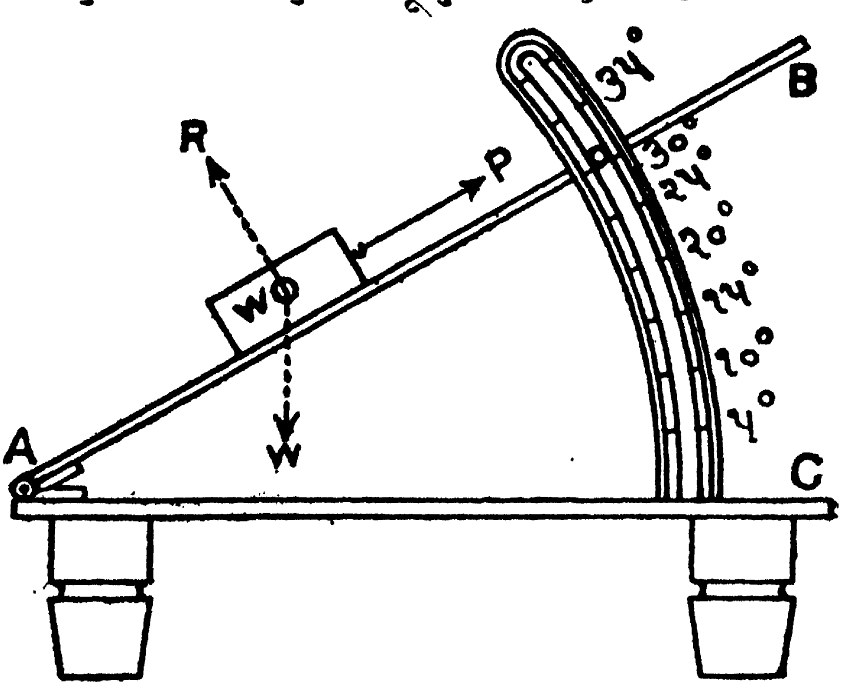
૧. તેલ લગાડી ચીકણી કરેલી (lubricated) ધાતુની સપાટી ઉપર ધાતુ સરે તો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન = ·૦૮ થી ·૧૨ છે.

૨. તેલ લગાડ્યા વિનાની કોરડી (unlubricated) ધાતુની સપાટી ઉપર ધાતુ સરે તો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન = ·૧૭ છે.

૩. લાકડાં ઉપર લાકડું સરે તો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન = ·૩૩ છે.

૪. પથ્થર ઉપર પથ્થર સરે તો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન = ·૫૫ છે.

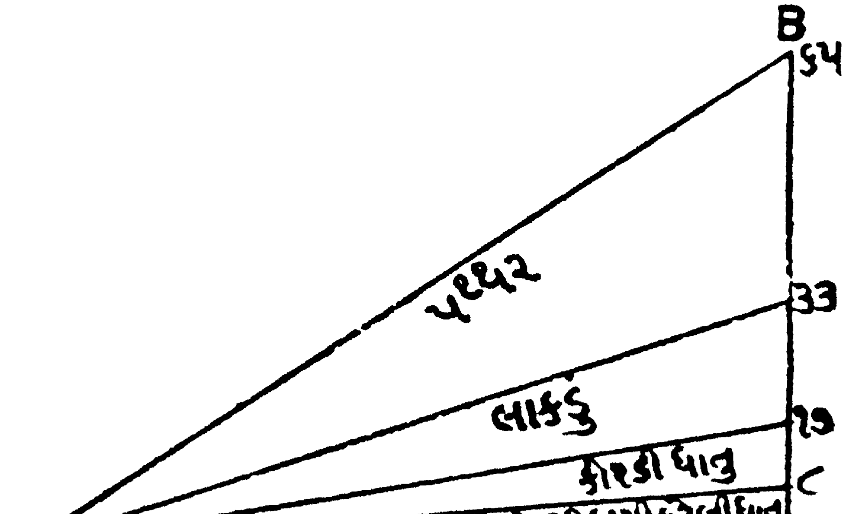
એંગલ ઓફ રીપોઝ અથવા **એંગલ ઓફ ફ્રીકશન (angle of repose or angle of friction)** એટલે **વિશ્રામકોણ** અથવા **ઘર્ષણનો ખૂણો**—ઘર્ષણનો પહેલો નિયમ આકૃતિ



આકૃતિ ૧૦૬

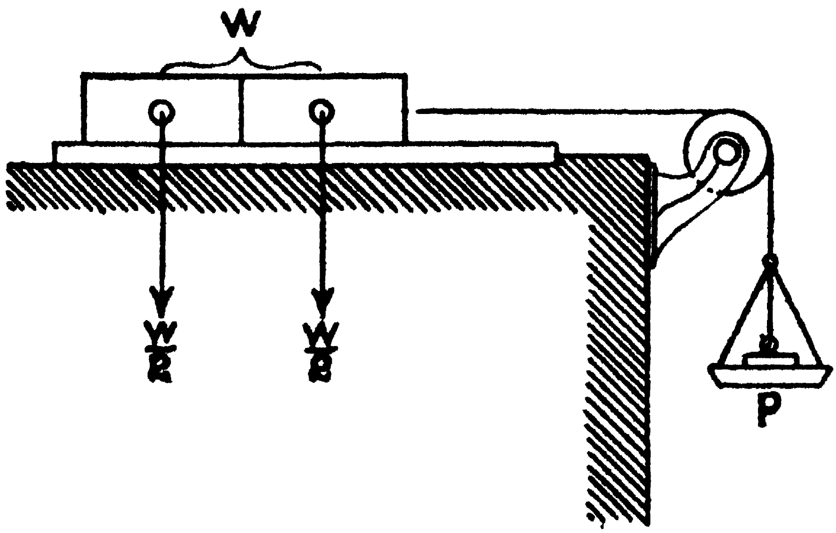
૧૦૬માં દેખાડ્યા જેવા સાહિત્ય (apparatus) વડે પણ સાબેત કરી શકાય. એમાં સપાટી AB મીજાગરાં A ઉપર એવે ખૂણે ઉંચકી શકાય છે કે જે વેળાએ આ ઢળતી સપાટી ઉપરથી તે ઉપર મુકેલો પદાર્થ માત્ર ગુરૂત્વાકર્ષણનાં કાર્યને લીધે નીચે ગબડવાની તૈયારીમાં આવે છે; ત્યારે Wની મહત્વતા (magnitude) ગમે એટલી હશે તોપણ જે ખૂણે સરવાની ક્રિયા થાય છે તે ખૂણો તેજ પદાર્થ માટે હમેશાં કાયમ રહેશે. આ ખૂણો "**ઘર્ષણનો ખૂણો**" છે અને તેને વારંવાર "**એંગલ ઓફ રીપોઝ**" એટલે **વિશ્રામકોણ** કહેવામાં આવે છે.

આકૃતિ ૧૦૭માં જુદા જુદા પદાર્થોનાં **એંગલ ઓફ રીપોઝ** એટલે "**વિશ્રામકોણ**" અમુક સ્કેલ ઉપર આપેલા દર્શાવ્યા છે. એમાં લીટી AC કોઈપણ સ્કેલ ઉપર ૧૦૦ ભાગ જેટલી બનાવી છે, અને તે ભાગના ૮, ૧૭, ૩૩, અને ૬૫ ભાગો લીટી BC ઉપર મુકયા છે. આ બિંદુઓ સીધી લીટીઓ વડે A સાથે જોડવાથી જુદા જુદા પદાર્થો માટેના "**એંગલ ઓફ રીપોઝ**" મળે છે.



આકૃતિ ૧૦૭

બીજો નિયમ દર્શાવવા માટે આકૃતિ ૧૦૫માં આપેલા ઉપલા બ્લોકને નીચલા બ્લોકની પાસે આકૃતિ ૧૦૮માં દેખાડ્યા પ્રમાણે મુકવામાં આવે, તો તેની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ પહેલાં કરતાં બમણું થશે, અને વજન W તેજ કાયમ રહેશે. આ વેળા જણાશે કે ઘર્ષણનો અવરોધ



આકૃતિ ૧૦૮

દુર કરવા માટે જોઈતું જોર P તેજ કાયમ રહ્યું છે. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે અમુક પદાર્થનાં અમુક વજનની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ ગમે એટલું મોટું અથવા નાનું હોય તોપણ તે પદાર્થનાં તે વજન માટે ઘર્ષણના અવરોધમાં કશો પણ ફેરફાર થશે નહીં, એટલે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો સંબંધમાં આવતી સપાટીનાં ક્ષેત્રફળથી ઘર્ષણ સ્વતંત્ર છે.

પ્રવાહી પદાર્થોનાં ઘર્ષણ (Fluid friction)—ફ્લ્યુડ ફ્રીકશન એટલે પ્રવાહીનું ઘર્ષણ એ અવરોધ છે કે જે જ્યારે એક નક્કર પદાર્થ (solid) પ્રવાહીમાંથી ચાલે છે (અથવા ખસે છે), અથવા એક પ્રવાહી એક નક્કર પદાર્થની સપાટી ઉપરથી ચાલે છે ત્યારે માલમ પડે છે. નક્કર પદાર્થોની સુકી સપાટીનાં ઘર્ષણ (solid friction) માટેના નિયમોથી પ્રવાહી પદાર્થોનાં ઘર્ષણ (fluid friction)ના નિયમો ઘણે ભાગે જુદા પડે છે. પ્રવાહી, જેવાંકે પાણી અને તેલો માટેના નિયમો પ્રયોગો ઉપરથી નીચે પ્રમાણે ઉપજાવવામાં આવ્યા છે:—

૧. જે હદે સપાટી પ્રવાહી વડે ભીંજાયલી હોય તે હદનાં પ્રમાણમાં ઘર્ષણ હોય છે.

૨. જે પદાર્થના પરિસીમા (boundry) બનેલી હોય તે પદાર્થથી અને તેની સપાટીથી ઘર્ષણ સ્વતંત્ર છે, સિવાય કે તે સપાટી ઘણી ખડબચડી ન હોય.

૩. જે દબાણને પ્રવાહી આધિન હોય તે દબાણથી ઘર્ષણ સ્વતંત્ર છે.

૪. પ્રવાહીનાં ઉષ્ણમાન (temperature)ના વધારા સાથે ઘર્ષણમાં ઘટાડો થાય છે.

૫. ધીમી ઝડપે ઘર્ષણ ઘણુંજ ઓછું હોય છે.

૬. અમુક ઝડપથી ઓછી ઝડપે ઘર્ષણ ઝડપનાં પ્રમાણમાં છે, પણ તે અમુક ઝડપની ઉપરાંતની ઝડપોએ ઘર્ષણ લગભગ તે ઝડપનાં વર્ગનાં પ્રમાણમાં છે. આ અમુક ઝડપ વપરાયલાં પ્રવાહી અને તેનાં ઉષ્ણમાન (temperature) ઉપર આધાર રાખે છે.

જે પ્રવાહીઓ બીજા પ્રવાહીઓ કરતાં વધારે સહેલાઈથી વહે છે અથવા પોતાના આકાર બદલે છે તેને ઓછા ચીકાશવાળા (less viscous) કહેવામાં આવે છે, અથવા ઓછો ચીકાશનો ગુણ (less viscosity) ધરાવનારા કહેવામાં આવે છે.

સાધારણ બેરીંગો માટે ઘર્ષણના નિયમો પ્રવાહી માટેના અને સુકી સપાટીઓ માટેના ઘર્ષણોના નિયમોની અધવચ્ચે આવે છે. જે બેરીંગો તેલમાં નીરંતર ડુબેલી રહે છે તેવી બેરીંગોમાં ઘર્ષણના નિયમો પ્રવાહીના ઘર્ષણના નિયમોને મળતાજ માલમ પડ્યા છે, જ્યારે બીજી બેરીંગોમાં ઘર્ષણના અવરોધ બેરીંગમાં તેલને બરાબર રીતે જે હદે ફત્તેહમંદી સાથે પહોંચાડી શકાય તે ઉપર, અને તેલનું પાતળું પડ (film) તેમાં જાળવી શકાય તે ઉપર આધાર રાખતા જણાયા છે.

બેરીંગોને ચીકાશવાળી બનાવવા વિષે (Lubrication)—બેરીંગોને ચીકાશવાળી બનાવનારા પદાર્થો (lubricants લ્યુબ્રીકન્ટસ), જેવા કે, ચરબી, ગ્રીસ, સોફ્ટ સોપ, અને ઘણી જાતનાં તેલો બેરીંગોમાં ઘર્ષણ ઓછું કરવા માટે વપરાય છે. લ્યુબ્રીકન્ટની ઉમદા જાત અને જુદી જુદી બેરીંગો માટે તેનો જોઇતો બરાબર જથ્થો નક્કી કરવા માટે ચાતુરી અને અનુભવની જરૂર હોય છે. લ્યુબ્રીકેશન (lubrication એટલે બેરીંગોને ચીકાશવાળી બનાવવી તે) અને લ્યુબ્રીકન્ટસ ઉપર એનજીનીયરે ઘણું ધ્યાન આપવું જોઇએ, કારણ કે સઘળાં મશીનોની જીંદગીની લંબાઇ અને સંતોશકારક કાર્ય મોટે ભાગે કાર્યસાધક લ્યુબ્રીકેશન ઉપર આધાર રાખે છે. જ્યાં ઘણાંજ ભારે દબાણો અને ઉંચ ઝડપો હોય છે, જેવાં કે, ઇલેક્ટ્રીક મશીનરી, ત્યાં સૌથી સરસ જાતનું તેલ વાપરવાથી અને તે તેલને એક ફોર્સ પમ્પની મદદ વડે એક સામાન્ય મધ્યમાંથી આખી બેરીંગને ફરતે દબાણ સાથે ફેલાવવાથી તેના ખર્ચનો બદલો સારી રીતે મળી રહે છે. આ રીતે તેલ ચાલુ પ્રવાહમાં બેરીંગોમાંથી થઇ તેને ગાળનારી ટાંકી (filtering tank)માં વહે છે, કે જે ટાંકીમાંથી કશા પણ ફેરફાર અથવા જથ્થામાં મોટા ઘટાડા વિના મહીનાઓ સુધી ફરી ફરીને બેરીંગોમાં મોકલવામાં આવે છે. આ તેલ આપવાની રૂઢી બીજી તેલ આપવાની રૂઢીઓ કરતાં ઉત્તમ છે, કારણ કે આ રૂઢીમાં આખી બેરીંગ જાણે તેલમાં ડુબેલી હોય તેમ રહે છે.

ગબડતાં વ્હીલ અથવા રોલરનું ઘર્ષણ (રોલીંગ ફ્રીકશન)—ભારે વજનો જેવાં કે ભારે સાંચાકામની પેટીઓ, લોખંડના મોટા ભારવટીઆ, બોયલર, એનજીન, વીગેરે એક જગ્યાએથી બીજી જગ્યાએ ખસેડવાં હોય ત્યારે તેમને રોલર્સ (ગોળ શાફ્ટીંગનાં ટુકડાઓ) ઉપર મુકી ખસેડવામાં આવે તો ઘર્ષણનો અવરોધ ઘણે અંશે ઘટાડી શકાય છે, જેથી રોલર્સ વિના સાધારણ રીતે ખસેડવામાં જે જોર લાગુ

પાડવું પડે તેના કરતાં રોલર્સ ઉપર ખસેડવામાં ઘણું ઓછું જોર જોઇએ છે. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે સપાટીઓ વચ્ચેનાં સરકવાનાં સંબંધ (sliding contact)થી જે ઘર્ષણ ઉત્પન્ન થાય છે તેનાં કરતાં સપાટીઓ વચ્ચેનાં ગબડવાનાં સંબંધ (rolling contact)થી ઘણુંજ ઓછું ઘર્ષણ ઉત્પન્ન થાય છે. બેરીંગોમાં ઘર્ષણ જેમ બને તેમ ઓછું કરવા માટે ગબડવાનાં સંબંધ (rolling contact) નો ઉપયોગ કરવામાં આવ્યો છે. પરિણામે રોલર બેરીંગ અને બૉલ બેરીંગ યોજવામાં આવી છે. ગબડવાનો સંબંધ (રોલીંગ કોન્ટેકટ) કાર્યસાધક બનાવવા માટે ગબડતી સપાટીઓ ઘણીજ સખત અને લીસી બનાવવી જોઈએ કે જેથી લાગુ પાડેલાં વજન અથવા જોરને લીધે સપાટી દબાઈને બેસી જઈ ખાંચ પડી જાય નહી. આ કારણને લીધે રોલર અને બૉલ બેરીંગોમાં જર્નલ (journal = બેરીંગમાં ફરતો શાફ્ટનો ભાગ)ની ઉપર સખત કરેલા પોલાદનું પડ ચઢાવવામાં આવે છે, અને રોલર્સ તથા બૉલ્સ પણ સખત પોલાદનાં બનાવવામાં આવે છે.

ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં થતું કામ—ઉપર આપણે શીખી ગયા તે ઉપરથી માલમ પડશે કે જો એક પદાર્થ આડી સપાટી ઉપર ખસેડવામાં આવે તો જે અવરોધ તેને દુર કરવાનો છે તે, તે પદાર્થ અને સપાટી વચ્ચેનાં ઘર્ષણને લીધે છે. જો એમ વ્યવસ્થા કરવાનું શક્ય હોય કે પદાર્થ કાંઈપણ અવરોધ દુર કર્યા સિવાય ખસેડી શકાય, એટલે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો જો ઘર્ષણ નાબુદ કરી શકાય તો સપાટી ઉપર પદાર્થ ખસેડતાં કશું પણ કામ થશે નહી, કારણકે કામ કરવા માટે જોઇતા અંકપદો (factors) પૈકી એક, જેવો કે દુર કરવાના અવરોધ, ને ઘટાડી સૂન્ય કરવામાં આવ્યો છે. તોપણ ઘર્ષણનો આ અવરોધ નાબુદ કરવો અશક્ય છે, અને થયલું કામ તે અવરોધ અને જે અંતરેથી પદાર્થ ખસેડવામાં આવે છે તેનાં પ્રમાણમાં છે. દાખલા તરીકે આકૃતિ ૧૦૫માં W વજન છે, અને તે

વજન તથા સપાટી વચ્ચેનું ઘર્ષણ P વડે દુર કરી શકાય છે, જેથી અમુક અંતર S સુધી W ખસી શકે છે, અને Pની ગતિ Wનાં જેટલીજ થશે, ત્યારે થયલું કામ $P \times S$ ફુટ–પૈાંડ જેટલું થશે.

દાખલેા ૧—૧૫ હંડ્રેડવેટનું વજન ૨ માઇલ લાંબી એક આડી સપાટ સપાટી ઉપર ખસેડતાં કેટલું કામ થશે ? કોએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન એટલે ઘર્ષણનેા ગુણક ·૦૪ છે.

$$\text{ઘર્ષણને લીધે નડતેા કુલ અવરેાધ} = \frac{૧૫ \times ૧૧૨ \times ૪}{૧૦૦} = ૬૭\cdot૨ \text{ પૈાંડ}$$

$$\text{થયલું કામ} = ૬૭\cdot૨ \times ૨ \times ૫૨૮૦$$

$$= \underline{૭૦૯૬૩૨ \text{ ફુટ–પૈાંડ}}$$

દાખલેા ૨—૭૫ પૈાંડનાં આડી દિશાનાં જોર વડે આડી સપાટી ઉપર ટેકવેલાં ૪ હંન્ડ્રેડવેટનાં વજનને ઘર્ષણની સામે ખસેડી શકાય છે, તેા કેાએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન એટલે ઘર્ષણનેા ગુણક કેટલેા હશે ?

$$\text{કેાએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન} = \frac{P}{W} = \frac{૭૫}{૪ \times ૧૧૨}$$

$$= \underline{\cdot૧૬૭}$$

ખેંચવાનું જોર (Tractive force)—જ્યારે સપાટ લેાઢાંની સડક (rail) ઉપર એક લેાકેામેાટીવ ખેંચવામાં આવે છે ત્યારે જે અવરેાધ દુર કરવાનાં હેાય છે તે પૈકીનેા એક અવરેાધ ઘર્ષણને લીધે હેાય છે, અને તે ઘણું કરીને દર ટન દીઠ ૪ પૈાંડથી ૮ પૈાંડ લેવામાં આવે છે, અથવા બીજા શબ્દેામાં કહીએ તેા વજનનાં $\frac{૧}{૫૬૦}$ થી $\frac{૧}{૨૮૦}$ જેટલેા ગણવામાં આવે છે. એક ગાડું રસ્તા ઉપર ખસેડવામાં વજનનાં પ્રમાણમાં જોર લાગુ પાડવાની જરૂર છે કે જે જોર રસ્તાની સ્થિતિ ઉપર આધાર રાખે છે. ત્રામની લેાઢાંની સડક (tramway) ઉપર જોઇતું ખેંચાણ દર ટન દીઠ ૧૪ પૈાંડ છે, એટલે કે વજનનાં $\frac{૧}{૧૬૦}$ હેાય છે. ફરસબંદી કરેલા રસ્તા (paved road) ઉપર

દર ટન દીઠ ૩૩ પૈાંડ અથવા વજનનાં $\frac{૧}{૬૮}$ હોય છે. પાકી સડક (macadamized road) ઉપર દર ટન દીઠ ૪૫ પૈાંડથી ૫૭ પૈાંડ અથવા વજનનાં $\frac{૧}{૫૦}$ થી $\frac{૧}{૩૯}$ હોય છે, અને ગઢેડ એટલે કાચા રસ્તા (gravel road) ઉપર દર ટન દીઠ ૧૫૦ પૈાંડ અથવા વજનનાં $\frac{૧}{૧૫}$નું ખેંચાણ જોઈએ છે.

કોઈપણ જાતના રસ્તા ઉપર ખસેડવામાં આવતાં વજનની બાબદમાં દુર કરવામાં આવતા અવરોધને વારંવાર "ત્રેકશન" **(traction)** કહેવામાં આવે છે.

જુદી જુદી જાતના રસ્તાઓ ઉપર દર ટન દીઠ આવતો અવરોધ અથવા ત્રેકશન પૈાંડમાં નીચે પ્રમાણે છેઃ—

રસ્તાનું નામ	ત્રેકશન દર ટન દીઠ પૈાંડમાં	કોએફીશન્ટ ઓફ ત્રેકશન
રેલવે (આગગાડીની લોઢાંની સડક)	૪ થી ૮	$\frac{૧}{૫૬૦}$ થી $\frac{૧}{૨૮૦}$
ત્રામવે (ત્રામની લોઢાંની સડક)	૧૪	$\frac{૧}{૧૬૦}$
પેવ્ડરોડ (ફરસબંધી કરેલા રસ્તા)	૩૩	$\frac{૧}{૬૮}$
મેકેદમરોડ (પાકી સડક)	૪૫ થી ૫૭	$\frac{૧}{૫૦}$ થી $\frac{૧}{૩૯}$
ગ્રેવલ રોડ (ગઢેડ અથવા કાચી સડક)	૧૫૦	$\frac{૧}{૧૫}$

દાખલો ૩—એક ત્રામ દર કલાકે ૮ માઇલની ઝડપે દોડે છે, તો દર સેકન્ડે અને દર મીનીટે તે ત્રામની ઝડપ શોધો.

દર કલાકે ઝડપ = ૮ × ૫૨૮૦ ફુટ

$$\text{દર મીનીટે ઝડપ} = \frac{૮ \times ૫૨૮૦}{૬૦} = \underline{૭૦૪ \text{ ફુટ}}$$

$$\text{દર સેકન્ડે ઝડપ} = \frac{૭૦૪}{૬૦} = ૧૧\cdot૭૩ \text{ ફુટ.}$$

દાખલો ૪—એક એક્ષપ્રેસ ત્રેન દર કલાકે ૪૦ માઇલની ઝડપે દોડે છે. ત્રેનનું કુલ વજન ૧૫૦ ટન છે, અને તે ઉપરનું સરેરાસ ખેંચાણ દર ટન દીઠ ૧૨ પૈાંડ છે, તો ખર્ચ થતા હોર્સપાવર

શોધો. આ પાવર એનજીનનાં કુલ ઈન્ડીકેટેડ પાવરનાં માત્ર ૪૦ ટકા છે તો ઈન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર શોધો ?

$$\text{એક મીનીટમાં પસાર થતું અંતર} = \frac{૪૦ \times ૫૨૮૦}{૬૦}$$

$$= ૩૫૨૦ \text{ ફુટ}$$

કરવામાં આવતું કુલ ખેંચાણ = ૧૨ × ૧૫૦ = ૧૮૦૦ પૈાંડ

એક મીનીટમાં થતું કામ = ૧૮૦૦ × ૩૫૨૦ ફુટ–પૈાંડ.

$$\therefore \text{ હોર્સપાવર} = \frac{૧૮૦૦ \times ૩૫૨૦}{૩૩૦૦૦} = \underline{૧૯૨ \text{ H. P.}}$$

$$\text{ઈન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર} = \frac{૧૯૨ \times ૧૦૦}{૪૦} = \underline{૪૮૦ \text{ H. P.}}$$

દાખલો ૫—૩૦ ટનનાં વજનનું એક લોકોમોટીવ એન્જીન પોતાની પાછળ ૩૭૦ ટનનાં વજનની ટ્રેનને ખેંચે છે. એન્જીનનાં ડ્રાઈવીંગ વ્હીલનો વ્યાશ ૮ ફુટ છે, અને તે દર મીનીટે ૨૪૦ આંટા ફરે છે. ટ્રેકશન દર ટન દીઠ ૮ પૈાંડ છે તો તે એન્જીનનાં હોર્સપાવર શોધો ?

ડ્રાઈવીંગ વ્હીલનાં એક આંટામાં એન્જીન વડે પસાર થતું અંતર = ડ્રાઈવીંગ વ્હીલનો પરિઘ

$$= ૮ \times ૩{\cdot}૧૪૧૬ \text{ ફુટ}$$

∴ એક મીનીટમાં પસાર થતું અંતર = ૮ × ૩·૧૪૧૬ × ૨૪૦ ફુટ.

કુલ વજન = ૩૦ + ૩૭૦ = ૪૦૦ ટન

ખેંચાણને નડતો કુલ અવરોધ = ૮ × ૪૦૦ = ૩૨૦૦ પૈાંડ.

$$\therefore \text{ હોર્સપાવર} = \frac{૩૨૦૦ \times ૮ \times ૩{\cdot}૧૪૧૬ \times ૨૪૦}{૩૩૦૦૦}$$

$$= \underline{૫૮૪{\cdot}૯ \text{ H. P.}}$$

દાખલો ૬—એક નાનાં પ્લેનીંગ મશીનમાં ટેબલનું વજન એક હંન્ડ્રેડવેટ છે, અને તે દર મીનીટે ૬ આગલા (forward) અને

૬ પાછલા (backward) સ્ટ્રોક કરે છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૪$\frac{1}{2}$ ફુટ છે, અને સ્લાઈડ તથા ટેબલની સરતી સપાટીઓ વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન ·૦૭ છે, તો ટેબલને ચલાવતાં એક મીનીટમાં કેટલું કામ થશે ?

એક મીનીટમાં થતા સ્ટ્રોકની સંખ્યા = ૬ + ૬ = ૧૨

એક મીનીટમાં પસાર થતું અંતર = ૪·૫ × ૧૨

= ૫૪ ફુટ

ટેબલને ચલાવતાં ઘર્ષણનો અવરોધ = $\frac{૧૧૨ \times ૭}{૧૦૦}$ પૈાંડ.

∴ એક મીનીટમાં થતું કામ = $\frac{૧૧૨ \times ૭ \times ૫૪}{૧૦૦}$

= ૪૨૩·૩૬ ફુટ–પૈાંડ.

દાખલો ૯—એક સ્ટીમ એન્જીનના સ્લાઇડ વાલ્વની કાર્ય કરતી સરતી સપાટીનું માપ ૮$\frac{1}{2}$ ઇંચિ × ૧૫ ઇંચિ છે, અને તેની ચાલ ૪ ઇંચિ છે. વાલ્વની પીઠ ઉપર પડતું વરાળનું દબાણ દર ચોરસ ઈંચે ૧૨૦ પૈાંડ છે. જો કોએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન ૦-૧ હોય, તો વાલ્વને ચલાવવા માટે જોઈતું જોર શોધો; અને વળી જ્યારે એન્જીન દર મીનીટે ૬૦ આંટા ફરે ત્યારે વાલ્વને ચલાવવામાં કેટલા હોર્સપાવર ખર્ચ થતા હશે ?

સરતી સપાટીનું ક્ષેત્રફળ=૮·૫ × ૧૫ = ૧૨૭·૫ ચો. ઇંચિ.

વાલ્વ ઉપર પડતું કુલ દબાણ = ૧૨૦ × ૧૨૭·૫

= ૧૫૩૦૦ પૈાંડ.

વાલ્વને ચલાવવા માટે જોઈતું જોર = $\frac{૧૫૩૦૦ \times ૧}{૧૦}$

= ૧૫૩૦ પૈાંડ.

એન્જીનના એક સ્ટ્રોકમાં વાલ્વ વડે પસાર થતું અંતર = ૪ ઇંચિ

$$\text{એક મીનીટમાં પસાર થતું અંતર} = \frac{૪ \times ૬૦ \times ૨}{૧૨} \text{ ફુટ.}$$

$$= ૪૦ \text{ ફુટ.}$$

$$\therefore \text{ હોર્સપાવર} = \frac{૧૫૩૦ \times ૪૦}{૩૩૦૦૦} = \underline{૧\cdot૮૫ \text{ H.P}}$$

દાખલેા ૮—૬૦ હોર્સપાવરનું એક લેાકેામેાટીવ એન્જીન ૧૪૦ ટનનાં વજનની એક ટ્રેનને ખેંચી જાય છે. એન્જીનનું પેાતાનું વજન ૨૫ ટન છે, અને અવરેાધ દર ટન દીઠ ૮ પૈાંડ છે, તેા તે એન્જીનની ઝડપ દર કલાકે કેટલા માઇલ હશે ?

$$\text{કુલ વજન} = ૧૪૦ + ૨૫ = ૧૬૫ \text{ ટન}$$

$$\text{કુલ અવરેાધ} = ૧૬૫ \times ૮ = ૧૩૨૦ \text{ પૈાંડ.}$$

$$\text{હોર્સપાવર} \times ૩૩૦૦૦ = \text{કુલ અવરેાધ} \times \text{એક મીનીટમાં અંતર}$$

$$\therefore \text{ એક મીનીટમાં અંતર} = \frac{\text{હોર્સપાવર} \times ૩૩૦૦૦}{\text{કુલ અવરેાધ}}$$

$$= \frac{૬૦ \times ૩૩૦૦૦}{૧૩૨૦}$$

$$= ૧૫૦૦ \text{ ફુટ}$$

$$\text{દર કલાકે ઝડપ માઇલમાં} = \frac{૧૫૦૦ \times ૬૦}{૫૨૮૦}$$

$$= \underline{૧૭\cdot૦૪ \text{ માઇલ.}}$$

દાખલેા ૯—૪ ઇંચ વ્યાસની એક શાફ્ટ દર મીનીટે ૩૦૦ આંટા ફરે છે. જો તે ઉપરનું કુલ વજન અથવા જોર ૧$\frac{૩}{૪}$ ટન હેાય અને કેાએફીશન્ટ એાફ ફ્રીકશન ·૦૨૫ હેાય તેા તે શાફ્ટને ચલાવતાં બેરીંગમાંનાં ઘર્ષણને લીધે કેટલા હોર્સપાવર ખર્ચ થશે, અને વળી દર મીનીટે બેરીંગમાં ઉત્પન્ન થતી ઉષ્ણતા શેાધેા.

$$\text{કુલ વજન (લેાડ)} = ૧\cdot૫ \times ૨૨૪૦ = ૩૩૬૦ \text{ પૈાંડ.}$$

$$\text{ઘર્ષણનેા અવરેાધ} = \cdot૦૨૫ \times ૩૩૬૦ = ૮૪ \text{ પૈાંડ.}$$

એક મીનીટમાં શાફ્ટની ઝડપ $= \frac{૪ \times ૩.૧૪૧૬ \times ૩૦૦}{૧૨} =$ ૩૧૪.૧૬ ફુટ.

∴ એક મીનીટમાં ખર્ચ થતું કામ $=$ ૮૪ × ૩૧૪.૧૬ $=$ ૨૬૩૮૯.૪૪ ફુટ-પૈાંડ.

હાેર્સપાવર $= \frac{૨૬૩૮૯.૪૪}{૩૩૦૦૦} =$.૮ H. P.

દર મીનીટે ઉત્પન્ન થતી ઉષ્ણતા $= \frac{૨૬૩૮૯.૪૪}{૭૭૮} =$ ૩૩.૯ B. T. U.

દાખલેા ૧૦—૩૨ હાેર્સપાવરનું એક ત્રેકશન એન્જીન દર કલાકે ૩૦ માઇલની ઝડપે પેાતાની પાછળ જોડેલાં વજનને ખેંચી જાય છે. ત્રેકશન એટલે અવરેાધ દર ટને ૨૦ પેાંડ છે, અને તે એન્જીનનું પાેતાનું વજન ૬ ટન છે, તેા તે પાેતાની પાછળ કેટલા ટન વજન ખેંચી જતું હશે તે શેાધેા.

કુલ વજન $=$ W + ૬ ટન

કુલ અવરેાધ $=$ ૨૦ (W + ૬) પૈાંડ

એક મીનીટમાં અંતર $= \frac{૩૦ \times ૫૨૮૦}{૬૦} =$ ૨૬૪૦ ફુટ.

એક મીનીટમાં થતું કામ $=$ ૨૦ (W + ૬) × ૨૬૪૦ ફુટ–પૈાંડ.

∴ ૨૦ (W + ૬) × ૨૬૪૦ $=$ ૩૨ × ૩૩૦૦૦

∴ W + ૬ $= \frac{૩૨ \times ૩૩૦૦૦}{૨૦ \times ૨૬૪૦}$

∴ W + ૬ $=$ ૨૦

∴ W $=$ ૨૦ − ૬

$=$ ૧૪ ટન

એકસસાઇઝ ૯મી.

૧. એક બળદની જોડી દર કલાકે ૪ માઇલની ઝપપે દેાડી ૧૦ હંડ્રેડવેટનાં ભારવાળું એક ગાડું પાકી સડક ઉપરથી ખેંચી જાય છે. જો ત્રેકશન દર ટન દીઠ ૫૦ પૈાંડ હાેય તેા એક મીનીટમાં કેટલું કામ થશે ?

૨. "કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન" અથવા "ઘર્ષણનો ગુણક" એટલે શું? આડી સપાટી ઉપર ટેકવેલાં ૫ હંડ્રેડવેટનાં વજનને ઘર્ષણની સામે ખસેડવા માટે ૧૦૦ પૈાંડનું આડી દિશાનું જોર જોઈએ છે, તો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન કેટલો હશે?

૩. ૨ ટનની એક મોટરકાર દર કલાકે ૧૫ માઈલની ઝડપે સપાટ સડક ઉપર દોડે છે. અવરોધ દર ટન દીઠ ૪૫ પૈાંડ છે, તો તે મોટરકારનાં હોર્સપાવર શોધો?

૪. એક લોકોમોટીવ એન્જીન પોતાની પાછળ ૨૫૦ ટનનાં વજનની એક ટ્રેનને દર કલાકે ૩૦ માઈલની ઝડપે ખેંચી જાય છે. ખેંચાણને નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૮ પૈાંડ છે, અને એન્જીનનું પોતાનું વજન ૩૨ ટન છે, તો એન્જીનનાં હોર્સપાવર શોધો?

૫. એક ટ્રેન કે જેનું વજન ૧૫૦ ટન છે તે દર મીનીટે $\frac{3}{4}$ માઈલની ઝડપે દોડે છે. ઘર્ષણનો અવરોધ ટ્રેનનાં વજનનાં દર ટન દીઠ ૧૨ પૈાંડ છે, તો ટ્રેનને ખેંચવા માટેનું જોર શોધો, અને વળી એન્જીનનાં હોર્સપાવર શોધો?

૬. એક લોકોમોટીવનું વજન ૪૦ ટન છે, અને આ વજનનો જે ભાગ ડ્રાઈવીંગ વ્હીલને ફાળે ઉપાડવા માટે આવે છે તે ૧૫ ટન છે. જો પૈડાં અને પાટા વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ૦·૨ હોય, અને જોઈતો કોએફીશન્ટ ઓફ ટ્રેકશન ટ્રેનનાં વજનનાં દર ટન દીઠ ૧૨ પૈાંડ હોય તો તે એન્જીન સપાટ સડક ઉપર કુલ કેટલું વજન ખેંચી જશે.

૭. ૬ ઈંચ વ્યાસની એક શાફ્ટ દર મીનીટે ૯૦ આંટા ફરે છે. તે ઉપરનું વજન (લોડ) ૪ ટન છે, અને બેરીંગમાં કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ·૦૨ છે, તો શાફ્ટ અને બેરીંગ વચ્ચેનું ઘર્ષણ દૂર કરવામાં કેટલા હોર્સપાવરનો ખર્ચ થશે? અને વળી દર મીનીટે બેરીંગમાં કેટલી ઉષ્ણતા ઉત્પન્ન થશે?

૮. ૧૨૦ હોર્સપાવરનું એક લોકોમોટીવ એન્જીન પોતાની પાછળ જોડેલી ૧૦૦ ટનનાં વજનની ટ્રેનને ખેંચી જાય છે. એન્જીનનું પોતાનું વજન ૩૦ ટન છે, અને ખેંચાણને નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૦ પૌંડ છે, તો તે એન્જીન દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે દોડતું હશે ?

૯. ૪૦ હોર્સપાવરનું એક ટ્રેકશન એન્જીન દર કલાકે ૨૦ માઈલની ઝડપે દોડી પોતાની પાછળ ૧૮ ટનનું વજન ખેંચે છે. એન્જીનનું પોતાનું વજન ૭ ટન છે તો વજનનાં દર ટન દીઠ ખેંચાણને નડતો અવરોધ કેટલો હશે ?

૧૦. એક પ્લેનીંગ મશીનની ટેબલ પોતાની ઉપર બાંધેલા ૫૬ પૌંડનાં વજનના દાગીના સાથે એક મીનીટમાં ૫ બેવડા સ્ટ્રોક કરે છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૨ ઈંચ છે, અને ટેબલનું પોતાનું વજન ૧$\frac{1}{2}$ હંડ્રેડવેટ છે. સરતી સપાટીઓ વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ·૦૮ હોય તો તે મશીન ચલાવવા માટે કેટલા હોર્સપાવર જોઈશે ?

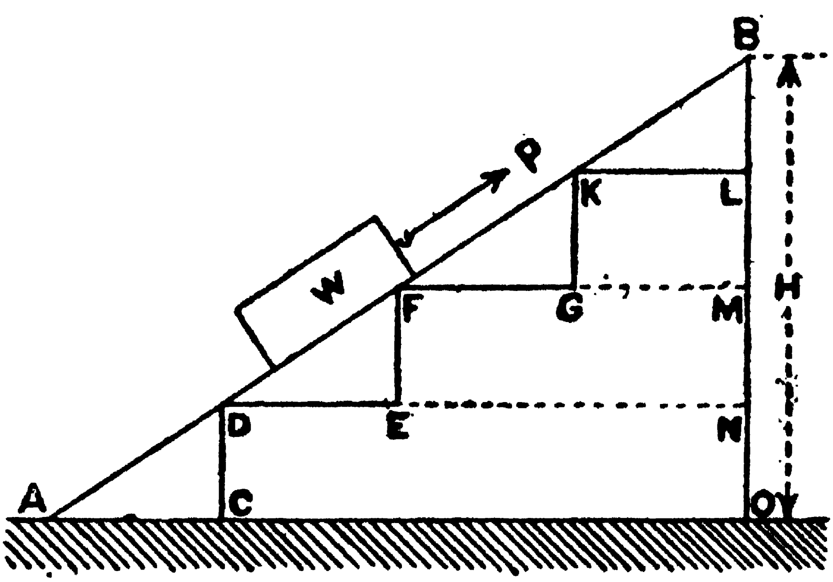
૧૧. ૧૫૦ હોર્સપાવરનું એક લોકોમોટીવ એન્જીન પોતાની પાછળ જોડેલી ટ્રેન સાથે દર કલાકે ૪૦ માઈલની ઝડપે દોડે છે. ખેંચાણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૮ પૌંડ હોય તો એન્જીન અને ટ્રેનનું વજન શોધો ?

૧૨. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સ્લાઈડ વાલ્વની સરતી સપાટીનું માપ ૧૦ ઈંચ × ૧૬ ઈંચ છે, અને તેની ચાલ (travel) ૬ ઈંચ છે. વાલ્વની પીઠ ઉપર પડતું વરાળનું દબાણ દર ચોરસ ઈંચે ૮૦ પૌંડ છે. જો વાલ્વની ફેસ અને સીલીન્ડરની ફેસ વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ·૧૨ હોય તો વાલ્વને ચલાવવા માટે એન્જીનના કેટલા હોર્સપાવર વ્યર્થ જતા હશે ?

પ્રકરણ ૯મું

ઢાળ ઉપર ખેંચાણનું જોર અને તે ઉપર વજન ખસેડતાં થતાં કામ વિષે.

ઘર્ષણ ધ્યાનમાં ન લેતાં ઢાળ ઉપર વજન ખસેડતાં થતું કામ—આડી સપાટીથી ઢળતી સપાટીને "ઇન્કલાઇન્ડ પ્લેન" અથવા "ગ્રેડીઅન્ટ" **(inclined plane or gradient)** કહેવામાં આવે છે. આકૃતિ ૧૦૯માં એક ઇન્કલાઇન્ડ પ્લેન એટલે



આકૃતિ ૧૦૯

ઢળતી સપાટી AB આડી સપાટી AOને અમુક અંશ (ડીગ્રી)ને ખૂણે ઢળતી બતાવી છે. એમાં AO પાયો (base) છે, AB

કર્ણ (hypotenuse) છે, અને OB ઉંચાઈ (height) છે. W વજન છે કે જેને ઈન્ક્લાઈન્ડ પ્લેન એટલે ઢળતી સપાટી ઉપર A થી B સુધી ખસેડી લઈ જવાનું છે. ઢાળની ઉંચાઈ H, છે, ત્યારે જો વજન અને સપાટી વચ્ચેનું ઘર્ષણ ધ્યાનમાં ન લઈએ તો ઢાળ ઉપર W ખેંચી જતાં થતું કામ = W × H, અને જો W પૈાંડમાં અને H ફુટમાં લઈએ તો થયલું કામ ફુટ–પૈાંડમાં આવશે; કારણ કે જો આપણે ઢાળને બદલે આકૃતિમાં પાતળી લીટીમાં દેખાડ્યા પ્રમાણે હારબંધ પગથીઆં મુકીએ ત્યારે પહેલાં પગથીઆં D ઉપર Wને ચઢાવવા માટે પહેલાં W ને A થી C સુધી ખસેડતાં કામ સૂન્ય થશે, કારણ કે AC આડી સીધી સપાટી છે, અને ઘર્ષણ ધ્યાનમાં લેવાનું નથી એટલે સૂન્ય લીધું છે, ત્યારે કામ = ઘર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ ૦ × સપાટીની લંબાઈ AC = ૦ (સૂન્ય) છે. હવે વજન Wને C થી D સુધી ઉપાડતાં થતું કામ = વજન × ઉંચાઈ = W × CD છે, પણ ઉંચાઈ CD એ ONની બરાબર છે, માટે પહેલાં પગથીઆં D ઉપર ઉપાડતાં થતું કામ = W × ON છે. ફરીને Wને બીજાં પગથીઆં F ઉપર ચઢાવવા પહેલાં D થી E સુધી ખસેડવો પડશે, અને ઉપર જોયું તેમ D થી E સુધી ખસેડતાં થતું કામ સૂન્ય થશે; હવે Wને E થી F સુધી ઉપાડતાં W × EF જેટલું કામ થશે, પણ EF = NM છે, માટે E થી F સુધી Wને ચઢાવતાં થતું કામ = W × NM થશે, અને એજ પ્રમાણે પગથીઆંઓ K અને B સુધી Wને ચઢાવતાં થતાં કામ અનુક્રમે W × ML અને W × LB છે. ત્યારે આ પ્રમાણે વજન Wને A થી B સુધી ખસેડતાં થતું કામ પગથીઆં D, F, K, અને B ઉપર ચઢાવતાં થતાં કામોના સરવાળાની બરાબર છે, ત્યારે તે કામ = W × ON + W × NM + W × ML + W × LB = W (ON + NM + ML + LB) છે, પણ (ON + NM + ML + LB) = H ઉંચાઈ છે, ત્યારે વજન Wને A થી B સુધી

ખસેડતાં થતું કામ એ Wને ઉંચાઈ H સુધી ઉપાડતાં થતાં કામની બરાબર છે, એટલે કામ = W × H છે. એમાં ઘર્ષણ ધ્યાનમાં લીધું નથી તે યાદ રાખવું.

$$\text{થયલું કામ} = W \times H$$

$$W = \frac{\text{થયલું કામ}}{H}$$

$$H = \frac{\text{થયલું કામ}}{W}$$

દાખલો ૧—એક ઢાળ ૧૫ ફુટ ઉંચો છે, તો તે ઉપર ૫૦ પૈાંડનું વજન ખસેડતાં કેટલું કામ થશે ?

$$\text{કામ} = W \times H$$
$$= ૫૦ \times ૧૫ = \underline{૭૫૦ \text{ ફુટ–પૈાંડ.}}$$

દાખલો ૨—૮ ફુટ ઉંચા એક ઢાળ ઉપર વજન ખસેડતાં ૮૪૦ ફુટ–પૈાંડ કામ થાય છે, તો વજન શોધો ?

$$W = \frac{\text{કામ}}{H}$$

$$= \frac{૮૪૦}{૮} = \underline{૧૦૫ \text{ પૈાંડ.}}$$

દાખલો ૩—એક ઢળતી સપાટી ઉપર ૮૫ પૈાંડનાં વજનને ખસેડતાં ૫૧૦ ફુટ–પૈાંડ કામ થાય છે, તો ઢાળની ઉંચાઈ શોધો ?

$$H = \frac{\text{કામ}}{W}$$

$$= \frac{૫૧૦}{૮૫} = \underline{૬ \text{ ફુટ.}}$$

દાખલો ૪—એક સપાટી એવી રીતે ઢળતી છે કે તેની ઉંચાઈ અને લંબાઈ વચ્ચેનું પ્રમાણ ૧ : ૮ છે અને તે સપાટી ૧૬૦ વાર લાંબી છે, તો તે ઉપર ૭૫ પૈાંડનું વજન ખેંચી જવામાં કેટલા ફુટ–પૈાંડ કામ થશે ?

પહેલાં આપેલી લંબાઈ માટે કેટલી ઉંચાઈ આવશે તે શોધો, ત્યારે

લંબાઈ ફુટ લંબાઈ ઉંચાઈ

૮ : ૧૬૦ × ૩ : : ૧ : ઉંચાઈ

$$\frac{૧૬૦ \times ૩ \times ૧}{૮} = ૬૦ \text{ ફુટ ઉંચાઈ.}$$

કામ = W × H

= ૭૫ × ૬૦ = ૪૫૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

દાખલેા ૫—૨૦ ઉતારૂઓથી ભરેલી એક ટ્રામગાડી ૫૦ એ ૧ ના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર દર કલાકે ૫ માઇલની ઝડપે દેાડે છે. દરેક ઉતારૂનું સરેરાશ વજન ૧૪૦ પૈાંડ છે, અને ટ્રામગાડીનું વજન ૧૦ હંડ્રેડવેટ છે, તેા ઘર્ષણનેા અવરેાધ ધ્યાનમા ન લેતાં તે ટ્રામને ઢાળ ઉપર ખેંચી જતાં એક મીનીટમાં કેટલું કામ થશે?

ઢાળ ૫૦ એ ૧ નેા છે, એટલે ૫૦ ફુટ લંબાઈ દીઠ ૧ ફુટ ઉંચાઈ છે.

એક મીનીટમાં પસાર થતી લંબાઈ $= \frac{૫ \times ૫૨૮૦}{૬૦}$

= ૪૪૦ ફુટ.

લંબાઈ ફુટ લંબાઈ ઉંચાઈ

૫૦ : ૪૪૦ : : ૧ : ઉંચાઈ

$$\therefore \text{ ઉંચાઈ} = \frac{૪૪૦ \times ૧}{૫૦} = ૮.૮ \text{ ફુટ.}$$

કુલ વજન = ૨૦ × ૧૪૦ + ૧૦ × ૧૧૨

= ૨૮૦૦ + ૧૧૨૦ = ૩૯૨૦ પૈાંડ.

એક મીનીટમાં થતું કામ = વજન × એક મીનીટમાં ચઢવામાં આવતી ઉંચાઇ

= ૩૯૨૦ × ૮.૮

= ૩૪૪૯૬ ફુટ–પૈાંડ.

ઉપલા દાખલામાં ઘર્ષણ ધ્યાનમાં લીધું નથી, માટે પસાર થતી લંબાઈ ધ્યાનમાં લીધી નથી તે વિદ્યાર્થીએ યાદ રાખવું.

ઘર્ષણ ધ્યાનમાં લેતાં ઢાળ ઉપર વજનને ખસેડતાં થ કામ—ઉપલા દાખલાઓમાં ઘર્ષણ ધ્યાનમાં લીધું નથી પણ માત્ર ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ ધ્યાનમાં લીધું છે. વજન Wને ઢળતી સપાટીની ઉંચાઈ જેટલે અંતરેથી ઉપાડવામાં આવ્યું છે. જો આપણને ઘર્ષણ તથા ગુરૂત્વાકર્ષણ એ બન્નેને લીધે થતાં કામ નક્કી કરવાં હોય તો ઘર્ષણને લીધે થતું કામ આઠમાં પ્રકરણમાં શીખ્યા પ્રમાણે ગણવું, અને ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ ચાલુ પ્રકરણની રીતે ગણવું. કારણ કે જો ઢળતી સપાટીનો ઢાળ ઓછો હોય (કે જેમ વ્યવહારમાં વારંવાર બને છે) તો ઢાળ ઉપરનું ઘર્ષણ આડી સીધી સપાટીનાં ઘર્ષણની લગભગ બરાબર થશે, અને નીચે આપેલા દાખલાઓમાં પણ એમ ધારી લીધું છે. ઢળતી સપાટી (ઈન્કલાઈન્ડ પ્લેન) ઉપરનું ઘર્ષણ શોધવાની રીત નીચે મુજબ છે. ધારો કે F = ઢળતી સપાટી ઉપરનું ઘર્ષણ અને P = આડી સપાટ સપાટી ઉપરનું ઘર્ષણ, તો

$$F : P : : \text{પાયો (base)} : \text{કર્ણ (hypotenuse)}.$$

$$\therefore F \times \text{કર્ણ} = P \times \text{પાયો}$$

$$\therefore F = \frac{P \times \text{પાયો}}{\text{કર્ણ}}$$

$$= \frac{P \times \text{ઢાળનાં પાયાની લંબાઈ}}{\text{ઢળતી સપાટીની લંબાઈ}}$$

આ રીત દર્શાવવા માટે ધારો કે એક ઢાળ ૫૦ એ ૧ નો છે, અને આડી સપાટ સપાટી ઉપરનું ઘર્ષણ P દર ટન દીઠ ૧૩૦ પૌંડ છે, તો ઢાળ ઉપરનું F દર ટન દીઠ કેટલું હશે ?

$$\text{ઢાળ ઉપરનું ઘર્ષણ } F = \frac{\text{આડી સપાટી ઉપરનું ઘર્ષણ} \times \text{પાયો}}{\text{ઢળતી સપાટીની લંબાઈ.}}$$

ઢાળ ૫૦ એ ૧નો છે એટલે ઢળતી સપાટીની લંબાઈ ૫૦ ફુટ હોય તો ઉંચાઈ ૧ ફુટ છે. ઢાળના પાયાની લંબાઈ શોધવાની છે, જે ભૂમિતિનાં નીચલાં સિદ્ધાંત પ્રમાણે શોધી શકાયઃ—**એક કાટકોણ ત્રિકોણનાં**

કર્ણનો વર્ગ તે ત્રિકોણની બે બાજુઓનાં વર્ગોનાં સરવાળાની બરાબર છે, ત્યારે

$$કર્ણ^{૨} = પાયો^{૨} + ઉંચાઇ^{૨}$$

$$૫૦^{૨} = પાયો^{૨} + ૧^{૨}$$

$$\therefore પાયો^{૨} = ૫૦^{૨} - ૧^{૨}$$

$$\therefore પાયો = \sqrt{૫૦^{૨} - ૧^{૨}}$$

$$= \sqrt{૨૫૦૦ - ૧}$$

= ૪૯.૯૯ ફુટ જે ઢાળની લંબાઇની લગભગ બરાબર છે.

$$ત્યારે\ F = \frac{૧૩૦ \times ૪૯.૯૯}{૫૦}$$

= ૧૨૯.૯૭૪ પૌંડ દર ટન દીઠ.

ઉપર પ્રમાણે ઢાળ ઉપરનું ઘર્ષણ દર ટન દીઠ ૧૨૯.૯૭૪ પૌંડ આવે છે જે આડી સીધી સપાટી ઉપરનાં ઘર્ષણની લગભગ બરાબર છે. ત્યારે જે દાખલાઓમાં ઢાળ ઓછો હોય ત્યારે પાયાની લંબાઇને બદલે ઢળતી સપાટીની લંબાઇ ગણત્રીમાં લેવામાં આવે છે.

હવે આકૃતિ ૧૦૯માં AથીB સુધી વજન Wને ખસેડતાં થતું કામ એ આડી સીધી સપાટી ઉપર AથીO સુધી વજન Wને ખસેડતાં થતાં કામ અને વજન WનેOથીB સુધી એટલે ઉંચાઇ H સુધી ઉપાડતાં થતાં કામના સરવાળાની બરાબર છે, એટલે બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો **ઢાળ ઉપર વજન Wને ચઢાવતાં થતું કામ = ઘર્ષણને લીધે થતું કામ + ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ છે.**

વળી ધારો કે આપણી પાસે એક ઢળતી સપાટી અથવા ઢાળ છે કે જે પાયાની X એકમ લંબાઇ દીઠ એક એકમ ઉંચાઇનો છે, એટલે કે આકૃતિ ૧૦૯માં જો BO ઉંચાઈ એક ફુટ હોય તો પાયા AOની લંબાઇ X ફુટ છે, અને એક ગાડું તે ઢાળ ઉપર ખેંચી જવામાં આવે છે. ધારો કે દર ટન દીઠ ટ્રેકટીવ ફોર્સ એટલે ખેંચાણનું

જોર T પૌંડ હોય ત્યારે ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય :—

પાયાની લંબાઈ : ઉંચાઈ : : વજન : ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ

X′ : ૧′ : : ૧ ટન : ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ.

∴ X′ × ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ = ૧′ × ૧ × ૨૨૪૦

$$\therefore \text{ ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ} = \frac{૨૨૪૦}{X} = \frac{\text{એક ટનનું વજન પૌંડમાં}}{\text{પાયાની લંબાઇ}}$$

પણ આપણે ઉપર જોયું કે ઢળતી સપાટીમાં પાયાની લંબાઈ અને ઢળતી સપાટીની લંબાઈ વચ્ચે જો ઢાળ ઘણો નાનો હોય તો લગભગ કશો ફરક આવતો નથી, એટલે પાયાની લંબાઈને બદલે ઢાળની લંબ.ઈ ગણત્રીમાં લેવામાં આવે છે.

ઘર્ષણને લીધે ખેંચાણને નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ T પૌંડ છે, ત્યારે ઢાળ ઉપર ચઢાવતાં વજનને નડતો કુલ અવરોધ દર ટન દીઠ પૌંડમાં = દર ટન દીઠ ઘર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ પૌંડમાં + દર ટન દીઠ ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ પૌંડમાં $=(T + \frac{૨૨૪૦}{X})$ પૌંડ દર ટન દીઠ.

દાખલા તરીકે ધારો કે આડી સપાટ સપાટી ઉપરનો ખેંચાણને નડતો અવરોધ અથવા ખેંચાણનું જોર દર દીઠ ૧૫ પૌંડ છે, તો ૧૦૦એ ૧ના ઢાળ ઉપર વજનને ખેંચી જતાં દર ટન વજન દીઠ નડતો કુલ અવરોધ $= ૧૫ + \frac{૨૨૪૦}{૧૦૦}$ =૧૫+૨૨·૪=૩૭·૪ પૌંડ દર ટન દીઠ.

વળી ઢાળ ઉપરથી વજનને નીચે ગબડાવતાં ઘર્ષણને લીધે થતું કામ ઢાળ ઉપર ચઢાવતાં થતાં કામનાં જેટલુંજ છે, તથા ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ ઢાળ ઉપર ચઢાવતાં થતાં કામની બરાબર છે, પણ આ બાબદમાં તેની અસરો એક બીજાથી ઉલટી છે; કારણ કે વજનને ઢાળ ઉપરથી નીચે ગબડાવતાં ઘર્ષણ સામો અવરોધ કરે છે, જ્યારે ગુરૂત્વાકર્ષણ તે વજનને તેની ગબડવાની દિશા તરફ નીચે ખેંચે છે.

માટે વજનને ઢાળ ઉપરથી નીચે ગબડાવતાં થતું કામ = ઘર્ષણને લીધે થતું કામ—ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ છે.

દાખલો ૬—એક ઢાળવાળી સપાટી ૧૦૦ ફુટ લાંબી અને ૨૦ ફુટ ઉંચી છે, અને તે સપાટી ઉપર ૧૦૦ પૌંડનાં વજનનાં એક પદાર્થને નીચેથી મથાળે ચઢાવવાનો છે. જો પદાર્થ અને સપાટી વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ·૫ હોય તો થયલું કામ શોધો ?

ઢાળ ઉપર પદાર્થને ચઢાવતાં થતું કુલ કામ = ઘર્ષણને લીધે થતું કામ + ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ છે.

ઘર્ષણને લીધે થતું કામ = ઘર્ષણનો અવરોધ × ઢાળનાં પાયાની લંબાઈ. પાયાની લંબાઈ ત્રિકોણની રીતે નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય—

$$\text{કર્ણ}^{૨} = \text{પાયો}^{૨} + \text{ઉંચાઈ}^{૨}$$

$$૧૦૦^{૨} = \text{પાયો}^{૨} + ૨૦^{૨}$$

$$\text{પાયા}^{૨} = ૧૦૦૦૦ - ૪૦૦$$

$$\therefore \text{પાયો} = \sqrt{૧૦૦૦૦ - ૪૦૦}$$

$$= \sqrt{૯૬૦૦}$$

$$= ૯૭{\cdot}૯ = ૯૮ \text{ ફુટ લગભગ}$$

$$\therefore \text{ઘર્ષણને લીધે થતું કામ} = {\cdot}૫ \times ૧૦૦ \times ૯૮'$$

$$= ૪૯૦૦ \text{ ફુટ–પૌંડ}$$

$$\text{ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ} = \text{વજન} \times \text{ઉંચાઈ}$$

$$= ૧૦૦ \times ૨૦$$

$$= ૨૦૦૦ \text{ ફુટ–પૌંડ}$$

$$\therefore \text{ઢાળ ઉપર ચઢાવતાં થતું કુલ કામ} = ૪૯૦૦ + ૨૦૦૦$$

$$= \underline{૬૯૦૦ \text{ ફુટ–પૌંડ.}}$$

નોટ—આ દાખલામાં ઢાળ વિશેષ હોવાથી પાયાની લંબાઈ ગણત્રીમાં લીધી છે, પણ જ્યાં ઢાળ વિશેષ હોતો નથી (કે જેમ વ્યવહારમાં બને છે) ત્યાં પાયાની લંબાઈને બદલે ઇન્કલાઇન્ડ પ્લેન એટલે ઢાળવાળી સપાટીનીજ લંબાઈ ગણત્રીમાં લેવામાં આવે છે.

દાખલો ૭—જો એક સપાટ સડક ઉપર એક વજન ખેંચી જવા માટે દર ટન દીઠ ૧૫૦ પૈાંડનું ખેંચાણનું જોર પુરતું હોય તો ૮૦ એ ૧નાં ઢાળવાળી સડક ઉપર તેજ વજનને ખેંચી જવા માટે દર ટન દીઠ કેટલું ખેંચાણનું જોર જોઈશે ?

ઘર્ષણને લીધે ખેંચાણને નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૫૦ પૈાંડ છે.

ગુરૂત્વકર્ષણને લીધે ખેંચાણને નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ $= \frac{૨૨૪૦}{૮૦} =$ ૨૮ પૈાંડ.

ઢાળવાળી સડક ઉપર વજનને ખેંચી જવા માટે જોઇતું કુલ જોર = ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવા માટે જોઈતું જોર + ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ દુર કરવા માટેનું જોર = ૧૫૦ + ૨૮

= <u>૧૭૮ પૈાંડ દર ટન દીઠ.</u>

દાખલો ૮—એક લોકોમોટીવનું વજન ૩૦ ટન છે, અને આ વજનનો જે ભાગ ડ્રાઇવીંગ વ્હીલને ફાળે ઉપાડવા માટે આવે છે તે ૧૦ ટન છે. જો પૈડાં અને પાટા વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ૦.૨ હોય, અને ખેંચાણને નડતો અવરોધ (ત્રેકશન) ત્રેનનાં વજનનાં દર ટન દીઠ ૧૦ પૈાંડ હોય તો તે એન્જીન સપાટ સડક ઉપર પોતાનાં વજન સાથે કુલ કેટલું વજન ખેંચી શકશે ? વળી તે એનજીન ૨૦ એ ૧નાં ઢાળવાળી સડક ઉપર તેજ ઝડપે પોતાનાં વજન સાથે કેટલું વજન ખેંચી જશે ?

પૈડાં અને પાટા વચ્ચેનાં ઘર્ષણને લીધે નડતો કુલ અવરોધ = ૧૦ × ૨૨૪૦ × .૨

= ૪૪૮૦ પૈાંડ

પૈાંડ અવરોધ પૈાંડ અવરોધ ટન ત્રેનનું વજન

૧૦ : ૪૪૮૦ : : ૧ : ટન ત્રેનનું વજન

∴ સપાટ સડક ઉપર એનજીન વડે ખેંચી શકાતું કુલ વજન =

$\frac{૪૪૮૦ \times ૧}{૧૦}$ = <u>૪૪૮ ટન એન્જીનનાં વજન સાથે</u>

હવે ૨૦ એ ૧નાં ઢાળવાળી સડક ઉપર ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ $= \frac{૨૨૪૦}{૨૦} =$ ૧૧૨ પૈાંડ છે, અને ઘર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૦ પૈાંડ છે, ત્યારે ઢાળ ઉપર ટ્રેનને ખેંચી જતાં નડતો કુલ અવરોધ $=$ ૧૦ $+$ ૧૧૨ $=$ ૧૨૨ પૈાંડ દર ટન દીઠ છે.

સપાટ સડક ઉપર ટ્રેન ખેંચી જતાં નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ માત્ર ૧૦ પૈાંડ છે, ત્યારે વજન ૪૪૮ ટન ખેંચી શકાય છે; પણ ઢાળવાળી સડક ઉપર ટ્રેનને ખેંચતાં કુલ અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૨૨ પૈાંડ છે. ત્યારે વજન ૪૪૮ ટન કરતાં ઓછું ખેંચી શકાશે, કારણ કે અવરોધ વધુ છે, માટે વ્યસ્થ (ઉલટું) પ્રમાણ લેવું જોઇએ.

પૈાંડ દર ટન દીઠ		પૈાંડ દર ટન દીઠ		ટન વજન		
૧૨૨	:	૧૦	: :	૪૪૮	:	W ટન

∴ ઢાળ ઉપર એન્જીન વડે ખેંચી શકાતું વજન $= \frac{૪૪૮ \times ૧૦}{૧૨૨} =$ ૩૬·૭ ટન.

(એનજીનનાં વજન સાથે)

દાખલો ૯—એક ઢાળવાળી સપાટી (ઇન્કલાઇન્ડ પ્લેન) ઉપર ઘર્ષણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૫૦ પૈાંડ છે, તો દર ૨૫ ફુટ લંબાઇ દીઠ ૧ ફુટની ઉંચાઇવાળા ઢાળ ઉપર ૧૦૦ ફુટ સુધી ૨ ટનનું વજન ખેંચી જતાં કેટલું કામ થશે ? વળી તે વજનને તે ઢાળ ઉપરથી નીચે ગબડાવતાં કેટલું કામ થશે ?

૧૦૦ ફુટની લંબાઈ માટે ઢાળની ઉંચાઈ $= \frac{૧૦૦ \times ૧}{૨૫} =$ ૪ ફુટ

ઘર્ષણને લીધે થતું કામ $=$ અવરોધ $\times$ અંતર

$=$ ૧૫૦ $\times$ ૨ $\times$ ૧૦૦

$=$ ૩૦૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ $=$ વજન $\times$ ઉંચાઈ

$= ૨ \times ૨૨૪૦ \times ૪$

= ૧૭૯૨૦ ફુટ-પૌંડ.

ઢાળ ઉપર ચઢાવતાં થતું કુલ કામ = ઘર્ષણને લીધે થતું કામ + ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ

= ૩૦૦૦૦ + ૧૭૯૨૦

= ૪૭૯૨૦ ફુટ-પૌંડ.

ઢાળ ઉપરથી નીચે ગબડાવતાં થતું કામ = ઘર્ષણને લીધે થતું કામ− ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ

= ૩૦૦૦૦−૧૭૯૨૦

= ૧૨૦૮૦ ફુટ-પૌંડ.

દાખલો ૧૦—એક લોકોમોટીવ એન્જીન દર કલાકે ૪૫ માઇલની ઝડપે પોતાની પાછળ જોડેલી ટ્રેનને સપાટ સડક ઉપર ખેંચી જાય છે. ટ્રેકશન (ખેંચાણને નડતો અવરોધ) દર ટન દીઠ ૧૫ પૌંડ છે, અને એન્જીન તથા ટ્રેનનું વજન ૨૨૦ ટન છે, તો તે એન્જીનનાં કાર્યસાધક હોર્સપાવર કેટલા હોવા જોઈએ ? જો સડક ૧૩૦એ ૧નાં ઢાળવાળી હોય તો ઉપલીજ ઝડપે ટ્રેનને ખેંચવા માટે કેટલા વધારાનાં હોર્સપાવર ખર્ચ કરવા પડશે ?

એક મીનીટમાં પસાર થતું અંતર $= \frac{૪૫ \times ૫૨૮૦}{૬૦} = ૩૯૬૦$ ફુટ

કુલ ખેંચાણને નડતો અવરોધ $= ૧૫ \times ૨૨૦ = ૩૩૦૦$ પૌંડ.

હોર્સપાવર $= \frac{૩૩૦૦ \times ૩૯૬૦}{૩૩૦૦૦} = ૩૯૬$ H. P

જો સડક ઢાળવાળી હોય તો તે ઢાળ ઉપર ટ્રેન ખેંચી જવા માટે જોઈતા હોર્સપાવર = ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં જોઈતા હોર્સપાવર + ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં જોઈતા હોર્સપાવર.

ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં જોઈતા હોર્સપાવર = ૩૯૬ છે. એક મીનીટમાં પસાર થતી સપાટીની લંબાઈ = ૩૯૬૦ ફુટ છે.

લંબાઈ		ફુટ લંબાઈ		ઉંચાઈ	
૧૩૦	:	૩૯૬૦	: :	૧	: ફુટ ઉંચાઈ

$$\therefore \text{ઉંચાઈ} = \frac{૩૯૬૦ \times ૧}{૧૩૦} = ૩૦\cdot૪૬ \text{ ફુટ એક મીનીટમાં}$$

ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં એક મીનીટમાં થતું કામ = ૨૨૦ × ૨૨૪૦ × ૩૦·૪૬ ફુટ–પૌંડ.

$$\therefore \text{હોર્સપાવર} = \frac{૨૨૦ \times ૨૨૪૦ \times ૩૦\cdot૪૬}{૩૩૦૦૦} = ૪૫૪\cdot૮૭ \text{ H. P.}$$

ઢાળવાળી સડક ઉપર ટ્રેન ખેંચી જતાં જોઈતા કુલ હોર્સપાવર = ૩૯૬ + ૪૫૪·૮૭ = ૮૫૦·૮૭ H. P.

અને વધારાનાં જોઈતા હોર્સપાવર = ૪૫૪·૮૭ H. P.

દાખલો ૧૧—જો દાખલા ૧૦માંનું એન્જીન સપાટ સડક ઉપર ટ્રેનને ખેંચવા માટે જેટલા હોર્સપાવર કરે તેટલાજ ઢાળવાળી સડક ઉપર ખર્ચ કરે તો ખેંચાણને નડતા ઘર્ષણના અવરોધમાં કશો પણ ફેરફાર થયો નથી એમ માની લેતાં તેજ ટ્રેન સાથે તે એન્જીન ૧૮૦એ ૧ના ઢાળવાળી સડક ઉપર દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે ચઢશે ?

જો એન્જીન સપાટ સડક ઉપર જે હોર્સપાવર ખર્ચ કરે તેટલાજ હોર્સપાવર ઢાળવાળી સડક ઉપર ઉત્પન્ન કરે તો તે એનજીનની ઝડપ ઢાળવાળી સડક ઉપર ઓછી થશે.

૧૮૦એ ૧ના ઢાળવાળી સડક ઉપર નડતો કુલ અવરોધ = ઘર્ષણનો અવરોધ + ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ = ૧૫ + $\frac{૨૨૪૦}{૧૮૦}$ = ૧૫ + ૧૨·૪૪ = ૨૭·૪૪ પૌંડ દર ટન દીઠ.

જ્યારે અવરોધ દર ટને ૧૫ પૌંડ છે ત્યારે ઝડપ દર કલાકે ૪૫ માઇલની છે, તો જ્યારે અવરોધ વધીને દર ટને ૨૭·૪૪ પૌંડ થાય ત્યારે ઝડપ ઓછી થશે, માટે વ્યસ્થ પ્રમાણ લેવું જોઈએ.

૨૭·૪૪ : ૧૫ : : ૪૫ : : ઝડપ દર કલાકે માઇલમાં

$$\therefore \text{દર કલાકે ઝડપ માઇલિમાં} = \frac{૪૫ \times ૧૫}{૨૭.૪૪} = \underline{૨૪.૫ \text{ માઇલિ}}$$

દાખલો ૧૨—૧૦૦ હોર્સપાવરનું એક લોકોમોટીવ એન્જીન પોતાની પાછળ જોડેલી ટ્રેન સાથે ૧૦૦ એ ૧$\frac{૧}{૪}$નાં ઢાળવાળી સડક ઉપર દર કલાકે ૨૦ માઇલિની ઝડપે ચઢે છે. એન્જીનનું પોતાનું વજન ૧૨ ટન છે, તો તે એન્જીનની પાછળ જોડેલી ટ્રેનનું વજન કેટલા ટન હશે તે શોધો ? ટ્રેકશન દર ટન દીઠ ૮ પૈાંડ છે.

દર ટન દીઠ ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ શોધવા માટે—

વજન		વજન પૈાંડમાં		ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ		
૧૦૦	:	૨૨૪૦	: :	૧$\frac{૧}{૪}$	:	અવરોધ પૈાંડમાં

$$\therefore \text{દર ટન દીઠ ગુરૂત્વાકર્ષણનો અવરોધ} = \frac{૨૨૪૦ \times ૫}{૪ \times ૧૦૦} = \underline{૨૮ \text{ પૈાંડ.}}$$

ઢાળવાળી સડક ઉપર ચઢતાં દર ટન વજન દીઠ નડતો કુલ અવરોધ = ૮ + ૨૮ = ૩૬ પૈાંડ.

ધારો કે W ટન = એન્જીન તથા ટ્રેનનું કુલ વજન.

$\therefore$ કુલ અવરોધ = ૩૬ × W = ૩૬ W પૈાંડ.

એક મીનીટમાં ઢાળવાળી સડક ઉપર ચઢતાં થતું કામ

$$= \frac{૩૬ \text{ W} \times ૨૦ \times ૫૨૮૦}{૬૦}$$

$$\therefore \frac{૩૬ \text{ W} \times ૨૦ \times ૫૨૮૦}{૬૦} = ૧૦૦ \times ૩૩૦૦૦$$

$$\therefore \text{W} = \frac{૧૦૦ \times ૩૩૦૦૦ \times ૬૦}{૩૬ \times ૨૦ \times ૫૨૮૦} = ૫૨.૦૮૬ \text{ ટન}$$

પણ એન્જીનનું વજન ૧૨ ટન છે.

$\therefore$ એન્જીન વગર ટ્રેનનું વજન = ૫૨.૦૮૬−૧૨

= $\underline{૪૦.૦૮૬ \text{ ટન}}$

દાખલેા ૧૩—૧½ ટનનાં વજનની એક મેાટરકાર ૫ માઇલિનેા ટપ્પેા દેાડતાં ૨૦ મીનીટ લે છે, અને આ ૫ માઇલિના ટપ્પામાં ઢાળની કુલ ઉંચાઈ ૪૦૦ ફુટ છે. તે મેાટરકારનું એન્જીન એક સરખા હેાર્સપાવરે કાર્ય કરે છે, અને જે રસ્તા ઉપર તે દેાડે છે તે ઉપરનેા કુલ ઘર્ષણનેા અવરેાધ દર ટન દીઠ ૫૦ પેાંડ છે. તે ગાડીની ઝડપ દરેક ટપ્પાનાં છેવટે એક સરખી છે, તેા તેના હેાર્સપાવર શેાધેા ?

ઘર્ષણનેા કુલ અવરેાધ = ૧.૫ × ૫૦

= ૭૫ પેાંડ.

ઘર્ષણને લીધે થતું કામ ૨૦ મીનીટમાં = ૭૫ × ૫ × ૫૨૮૦

= ૧૯૮૦૦૦૦ ફુટ–પેાંડ.

ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે થતું કામ ૨૦ મીનીટમાં = ૧.૫ × ૨૨૪૦ × ૪૦૦

= ૧૩૪૪૦૦૦ ફુટ–પેાંડ.

∴ ૫ માઇલિનેા ટપ્પેા દેાડતાં ૨૦ મીનીટમાં થતું કુલ કામ

= ૧૯૮૦૦૦૦ + ૧૩૪૪૦૦૦

= ૩૩૨૪૦૦૦ ફુટ–પેાંડ.

$$\therefore \text{હેાર્સપાવર} = \frac{૩૩૨૪૦૦૦}{૨૦ \times ૩૩૦૦૦} = \underline{૫ \text{ H. P.}}$$

એકસરસાઇઝ ૧૦મી.

૧. એક ઢળતી સપાટીનેા ઢાળ ૪૦ ફુટ લંબાઈ દીઠ ૧ ફુટનેા છે. ઘર્ષણનેા અવરેાધ દર ટને ૧૨૦ પેાંડ છે, તેા તે ઢાળ ઉપર ૧૫૦ ફુટ સુધી ૪૮૦ પેાંડનું વજન ખેંચી જતાં કેટલું કામ થશે ? વળી તે ઢાળ ઉપરથી વજનને નીચે ગબડાવતાં કેટલું કામ થશે ?

૨. એક સપાટ સડક ઉપર વજન ખેંચી જવા માટે દર ટન દીઠ ૧૫૦ પેાંડનું ખેંચાણનું જોર (ટ્રેકશન) પુરતું હેાય તેા ૫૦ એ ૧ના ઢાળ ઉપર તે વજન ખેંચી જતાં દર ટન દીઠ કેટલું ખેંચાણનું જોર કરવું પડશે ?

૩. એક ત્રેકશન એન્જીનનું વજન ૬ ટન છે, અને તે પોતાની પાછળ ૨૦ ટનનું વજન ખેંચી જવા શક્તિમાન છે, તો તે એન્જીન ૧૦૦ એ ૧ના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર કેટલું વજન ખેંચી શકશે ? કોએફીશન્ટ ઓફ ત્રેકશન ·૦૨ છે.

૪. ૩૩૫ ટનનાં વજનની એક ટ્રેન ૨૦૦ એ ૧ના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર દોડે છે. જો લોકોમોટીવના કાર્યસાધક હોર્સપાવર ૬૦૦ હોય અને ખેંચાણને નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૧ પૌંડ હોય તો તે ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર ચઢતાં તે ટ્રેન કેટલી એકસમાન ઝડપે દોડશે ?

૫. એક લોકોમોટીવ એન્જીન ૫૦૦ ટનનાં કુલ વજનની ટ્રેનને ૧૫૦ એ ૧ ના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર દર કલાકે ૨૫ માઇલની એક સરખી ઝડપે ખેંચી જાય છે. ઘર્ષણનો અવરોધ દર ટને ૧૦ પૌંડ છે. તો તે એન્જીનને કેટલા હોર્સપાવર ખર્ચ કરવા પડશે ? વળી તે ઢાળવાળા રસ્તા ઉપરથી તે ટ્રેન નીચે ઉતરતાં કેટલા હોર્સપાવર ખપશે ?

૬. બે ટનની એક મોટરકાર એક સરખા હોર્સપાવરે કાર્ય કરી ૩૦ મીનીટમાં ૨૦ માઇલનું છેટું પસાર કરે છે, અને તે વખત દરમ્યાન તે ૫૦૦ ફુટ ઉપર ચઢે છે. ગતિને નડતો ઘર્ષણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૫૦ પૌંડ છે, અને તેની શરૂઆતની તથા અંતની ઝડપો એક સરખી છે, તો તે મોટરકારના હોર્સપાવર શોધો ?

૭. ૩૦ હોર્સપાવરનું એક ત્રેકશન એન્જીન પોતાની પાછળનાં વજન સાથે ૧૦૦ એ ૧ ના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર દર કલાકે ૬ માઇલની ઝડપે ચઢે છે. એન્જીનનું પોતાનું વજન ૬ ટન છે, અને ઘર્ષણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૭૦ પૌંડ છે તો તે એન્જીન પોતાની પાછળ કેટલું વજન ખેંચી જશે ?

૮. એક એકસપ્રેસ ટ્રેન સપાટ સડક (level rails) ઉપર દર કલાકે ૬૦ માઇલની એક સરખી ઝડપે દોડે છે. ખેંચાણને નડતો ઘર્ષણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૮ પૌંડ છે, અને એન્જીન

તથા ટ્રેનનું વજન ૨૫૦ ટન છે, તેા તે ટ્રેનનાં એન્જીનના કાર્યસાધક હોર્સપાવર કેટલા હશે? જો સડક ૧૦૦ એ ૧ ના ઢાળવાળી હોય તેા તે એન્જીનને કેટલા હોર્સપાવર કરવા પડશે?

૯. જો દાખલા ૮ માંની ટ્રેનનું એન્જીન સપાટ સડક ઉપર ટ્રેનને ખેંચી જતાં જેટલા હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે તેટલાજ ઢાળવાળી સડક ઉપર ઉત્પન્ન કરે, તેા તે એક્સપ્રેસ ટ્રેન ૧૫૦ એ ૧ના ઢાળવાળી સડક ઉપર ચઢતાં દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે દોડશે? ખેંચાણને નડતા ઘર્ષણના અવરોધમાં કશેા ફેરફાર થયેા નથી.

૧૦. બે ટનનાં વજનને ૬૦ એ ૧ ના ઢાળવાળી સપાટી ઉપર એક માઇલની લંબાઈ સુધી ખેંચી જવાનું છે. જો કેાએફીશન્ટ ઑફ ફ્રીકશન ·૪ હોય તેા (૧) તે વજનને ઢાળ ઉપર ખેંચી જતાં કેટલું કામ થશે, (૨) તે વજનને ઢાળ ઉપરથી નીચે ગબડાવતાં કેટલું કામ થશે?

૧૧. એક ત્રેકશન એન્જીન પેાતાનાં ૭ ટનનાં વજન ઉપરાંત ૧૬ ટનનું વજન સપાટ સડક ઉપર ખેંચી શકે છે. ખેંચાણને નડતેા અવરોધ દર ટન દીઠ ૫૬ પૈાંડ છે, તેા ૧૦૦ એ ૧ ના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર તે કેટલું વજન ખેંચી શકશે? વળી જ્યારે આ વજનને તે ઢાળ ઉપર દર કલાકે ૮ માઇલની ઝડપે ખેંચવામાં આવે ત્યારે તે એન્જીનનાં હોર્સપાવર શેાધેા?

૧૨. ડ્રાઇવીંગ વ્હીલ્સની ત્રણ જોડીવાળાં એક લેાકેામેાટીવ એન્જીનનું વજન ૪૦ ટન છે. પૈડાં અને પાટા વચ્ચેનેા કેાએફીશન્ટ ઑફ ફ્રીકશન ૦·૨ છે, તેા તે એન્જીન પેાતાને તેમજ ટ્રેનને ચલાવવા માટે કેટલું વધુમાં વધુ ખેંચાણનું જોર કરશે? વળી જો સપાટ સડક ઉપર ખેંચાણને નડતેા અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૨ પૈાંડ હોય તેા ૧૨૦ એ ૧ ના ઢાળવાળી સડક ઉપર તે એન્જીન પેાતાનું તેમજ ટ્રેનનું મળીને કુલ કેટલું વજન ખેંચી શકશે?

પ્રકરણ ૧૦મું

શક્તિ (ENERGY) અને કાર્યસાધકત્વ (EFFICIENCY)

શક્તિ (એનર્જી energy)—જો એક પદાર્થ ઉપર કામ કરવામાં આવે કે જેથી તે પદાર્થ તે કામ પોતાની અંદર એકઠું કરે અને ફરીને તે પાછું આપવાને શક્તિમાન હોય, તો તે પદાર્થ પોતાની અંદર "**શક્તિ**" એટલે "**એનર્જી**" ધરાવે છે એમ કહેવાય છે. "**એનર્જી**" એટલે "**કામ કરવાની શક્તિ.**" જો આપણે એક પૌંડનાં વજનને એક ફુટની ઉંચાઈ સુધી ઉપાડીએ તો તે વજન ઉપર આપણે એક ફુટ–પૌંડ કામ કર્યું છે, અને આ કામ જો આપણે તે વજનને નીચે આવવા દઈએ તો તે પાછું આપશે; ત્યારે આ ઉંચકાયલું વજન એક ફુટ–પૌંડ એનર્જી એટલે કામ કરવાની શક્તિ ધરાવે છે. એક માણસ કે જે તે વજનને ઉપાડે છે તેને પોતાની શરીરની અંદરની એકઠી થયલી શક્તિ (એનર્જી)ના ભંડારમાંથી એક ફુટ–પૌંડ શક્તિ આપવી પડે છે; અને જો તે માણસ કેટલોક વખત સુધી, કહો કે ૪ થી ૫ કલાક સુધી, વજનો ઉપાડવાનું ચાલુ રાખે તો તેને માલમ પડશે કે થોડો વિસામો અને કેટલોક ખોરાક લઈ પોતાનો શક્તિનો ભંડાર પાછો ભરપૂર કરવાની જરૂર છે. ખોરાકમાં એનર્જી એટલે શક્તિ હોય છે કે જે આપણાં શરીરનાં અવયવો વડે રૂપાંતર થઈ આપણને કામ કરવાને શક્તિમાન કરે છે. ખોરાકમાંની શક્તિ ધીમી

બળવાની ક્રિયા (slow combustion)થી ઉષ્ણુતાના આકારમાં આપણાં શરીરમાં છુટી પડે છે. કોલસામાં પણ ઉષ્મા શક્તિ (હીટ એનર્જી) સમાયલી હોય છે, અને તે શક્તિને કોલસાને બોયલરના ચુલામાં અથવા બીજી રીતે ઘણીજ ઝડપથી બાળીને (by rapid combustion) છુટી પાડી ઉપયોગમાં લેવામાં આવે છે. પાણી જ્યારે ઉંચી જગ્યાએ હોય છે ત્યારે પોતાની અંદર શકિત ધરાવે છે કે જે શકિતને જે વેળાએ પાણી નીચે ઉતરે તે વેળાએ યાંત્રિક કામમાં રૂપાંતર કરી શકાય છે. વળી જ્યારે વાતાવરણ પવન તરીકે ગતિમાં હોય ત્યારે તેમાં શક્તિ સમાયલી હોય છે. શકિતના આ સઘળા ભંડારોનું મુખ્ય મૂળ સૂર્યની ઉષ્ણુતા છે, કે જે ઉષ્ણુતાએ (૧) ભૂતકાળમાં વનસ્પતિ ઉગાડવાની ક્રિયા કરી હતી, જેમાંથી હાલમાં આપણે કોલસાનો જથ્થો મેળવીએ છીએ, અને (૨) વનસ્પતિઓને જીવન બક્ષી આપણુને ખોરાકનો જથ્થો પુરો પાડે છે. વળી સૂર્યની ગરમી પાણીને વરાળમાં રૂપાંતર કરી ઉંચે ચઢાવે છે, અને તેથી તેમાં શકિત એકઠી થાય છે, અને વળી તે વાતાવરણને પવન તરીકે ગતિમાં મૂકે છે.

આ તો સિદ્ધ થયું છે કે મનુષ્ય શકિત પેદા કરી શકતો નથી કે તેનો નાશ કરી શકતો નથી, પણ તે માત્ર તેને એક રૂપમાંથી બીજા રૂપમાં ફેરવી શકે છે. આ નિયમ ઘણા લોકો કે જેઓમાં "જાથુકની ગતિ" મેળવવા માટેની ફોકટની કોશેસ કરનારાઓ (perpetual motion faddists)નો પણ સમાવેશ થાય છે તેઓએ કરેલાં અનુમાન અને પ્રયોગોનું પરિણામ છે. એન્જીનીયરો માટે એ નિયમ ઘણોજ ઉપયોગી છે. એ પ્રમાણે જો આપણે કોઈ પણ યંત્ર એટલે મશીનને શકિતનો અમુક જથ્થો આપીએ અને તે મશીનમાં કશી પણ શક્તિ વ્યર્થ ન જાય અથવા તે મશીનમાં કોઈ બીજા રૂપમાં કામ કરવામાં કશી પણ શકિત ન વપરાય, તો તે મશીન તેને જે શક્તિ આપવામાં આવી હતી તેની ચોક્કસ બરાબર શકિત તે પાછી આપશે; તે તેથી વધુ યા ઓછી આપી શકશે નહીં.

ખરેખરી રીતે શક્તિ બીલકુલ વ્યર્થ ન કરે એવાં મશીન બનાવવાં અશક્ય છે. પોતાને અમસ્થા શોધક તરીકે ઓળખાવનારાઓએ જાથુકની ગતિ આપી શકે એવાં સાહિત્યો અથવા યંત્રો કે જેમાં આપેલાં કામ જેટલુંજ બલકે તેથી વધારે કામ મેળવે તેવાં યોજવામાં પૈસા અને વખતની ફોકટમાં બરબાદી કરી છે ! જ્યારે એક મશીન યાંત્રિક કામ કરવાને માટે વપરાય છે ત્યારે તે મશીનને ચલાવવા માટે અને તેના બીજા ભાગ આગળ કામ કરાવવા માટે તેના એક ભાગ ઉપર અમુક જોર લાગુ પાડવું જોઈએ. આ લાગુ પાડેલાં જોર સાથે તે જોર જેટલાં અંતર સૂધી કાર્ય કરે તે અંતરનો ગુણાકાર કરવાથી તે મશીનમાં આપેલું કામ મળે છે. આ કામનો કેટલોક ભાગ જર્નલ્સ (બેરીંગોમાં ટેકવાયલા શાફ્ટના ભાગો) અને ફૂલક્રમ્સ (ટેકણ બિંદુઓ) આગળનાં ઘર્ષણને લીધે, તથા ચાલતા ભાગો અને પવન અથવા હાઇડ્રોલીક મશીનની બાબદમાં પાણી વચ્ચેનાં ઘર્ષણને લીધે નડતા કુદરતી અવરોધની સામે તે મશીનના જુદા જુદા ભાગો ગતિમાં માત્ર ચાલુ રાખવામાં ખર્ચ થવો જોઈએ. આવી રીતે ખર્ચ થયલાં કામને વ્યયર્થ ગયલું કામ (lost work) કહેવામાં આવે છે. ઘર્ષણના અવરોધોની સરેરાશ કિંમતને જે અંતર સૂધી તેઓને દુર કરવામાં આવે છે તે અંતર વડે ગુણવાથી યંત્ર કામની રચના (mechanism)માં વ્યર્થ ગયલું કામ મળે છે. સઘળાં મશીનો યોજતી વેળા જે મહત્વની બાબદ ધ્યાનમાં રાખવાની છે તે એ છે કે મશીનના પોતાના ભાગોની ગતિને નડતા અંદરના અવરોધો જેમ બને તેમ ઓછા કરી આ વ્યર્થ જતું કામ જેમ બને તેમ ઓછું કરવું. પણ વિદ્યાર્થીઓએ યાદ રાખવું જોઈએ કે આ ઘર્ષણના અવરોધોનો કદી પણ બીલકુલ નાશ કરી શકાતો નથી.

ત્યારે સઘળાં મશીનોને લાગુ પડતો કામનો નિયમ નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય :—મશીનમાં આપવામાં આવેલું કામ બરાબર મશીનમાં વ્યર્થ ગયલું કામ વત્તા મશીન વડે પાછું આપવામાં આવતું કામ, અથવા મશીનને પુરી પાડેલી શક્તિ બરાબર મશીનમાં અંદરના અવરોધો દુર

કરવામાં વ્યર્થ ગયલી શક્તિ વત્તા મશીનને આપેલી ઉપયોગી શક્તિ, અથવા, મશીનને પુરી પાડેલી શક્તિ = વ્યર્થ ગયલું કામ + ઉપયોગી કામ.

યંત્રનું કાર્યસાધકત્વ એટલે મશીનની એફીશીઅન્સી અથવા મોડયુલસ (efficiency or modulus of a machine) — મશીનમાં પુરી પાડેલી અથવા ખર્ચ કરેલી શક્તિ અથવા પુરાં પાડેલાં કામ સાથે મશીને આપેલાં ઉપયોગી કામનું જે પ્રમાણ આવે છે તેને **"મશીનનું યાંત્રિક કાર્યસાધકત્વ"** એટલે **"મીકેનીકલ એફીશીઅન્સી"** અથવા **"મોડયુલસ"** કહેવામાં આવે છે, અથવા મીકેનીકલ એફીશીઅન્સી $= \frac{\text{ઉપયોગી કામ}}{\text{પુરી પાડેલી શક્તિ}}$

જો આપણે મશીનના અંદરના ભાગોનું ઘર્ષણ ધ્યાનમાં ન લઈએ તો પુરી પાડેલી શક્તિ બરાબર ઉપયોગી કામ મળશે, અને ત્યારે એફીશીઅન્સી બરાબર એક થશે.

યંત્ર વડે થતાં કામના દાખલાઓમાં મીકેનીકલ એફીશીઅન્સી એટલે યાંત્રિક કાર્યસાધકત્વ ધ્યાનમાં લેવાની અસર એ થાય છે કે પુરી પાડેલી શક્તિ વડે થયલાં ઉપયોગી કામનો જથ્થો ઓછો થાય છે, અને આપેલું ઉપયોગી કામ કરવા માટે પુરી પાડવાની શક્તિનો જથ્થો વધે છે, કારણ કે ઉપર સમજાવ્યું તેમ

ઉપયોગી કામ = પુરી પાડેલી શક્તિ × એફીશીઅન્સી, અને

પુરી પાડેલી શક્તિ $= \frac{\text{ઉપયોગી કામ}}{\text{એફીશીઅન્સી}}$

એફીશીઅન્સી હમેશાં એકમ (૧) કરતાં ઓછી હોય છે તે ધ્યાનમાં રાખવું.

એક સાધારણ નિયમ તરીકે એક મશીનની મીકેનીકલ એફીશીઅન્સી જ્યારે તે મશીન લોડ વગર ખાલી ચાલે તેનાં કરતાં જ્યારે તે પુરેપુરા લોડ સાથે ચાલે ત્યારે વધુ હોય છે.

થર્મલ એફીશીઅન્સી (thermal efficiency) એટલે **ઉષ્મા યંત્રોનું ઉષ્મા સંબંધી કાર્યસાધકત્વ**—કોઈ પણ જાતનાં હીટ–પાવર–પ્લેન્ટસ (heat–power–plants એટલે ઉષ્ણુતા વડે બળ ઉત્પન્ન કરનારાં યંત્રોના મુખ્ય સમુહો) પછી ગમે તો તે સ્ટીમ પાવર–પ્લેન્ટ, ગેસપાવર–પ્લેન્ટ કે ઓઇલ પાવર–પ્લેન્ટ હોય તેની બાબતમાં સ્ટીમ બોયલરના ચુલામાં કોલસા વડે, અથવા ગેસ અને ઓઇલ એન્જીનનાં કમ્બસ્ટશન ચેમ્બરમાં ગેસ અને તેલ વડે જે ઉષ્મા શક્તિ પુરી પાડવામાં આવે છે તે સઘળી ઉષ્મા શક્તિનું એન્જીનોનાં સીલીન્ડરમાં યાંત્રિક કામમાં રૂપાંતર થતું નથી, પણ તે શક્તિનો માત્ર થોડોકજ ભાગ યાંત્રિક કામમાં રૂપાંતર પામે છે એટલે ઉપયોગમાં આવે છે, જ્યારે બાકીનો મોટો ભાગ અંદરના આણુવિક અવરોધ દુર કરવામાં, તથા રેડીએશન, અને એક્ઝોસ્ટ વીગેરેમાં વ્યર્થ જાય છે, ત્યારે

પુરી પાડેલી કુલ ઉષ્મા શક્તિ = વ્યર્થ જતી ઉષ્મા શક્તિ + કામમાં રૂપાંતર થતી ઉપયોગી ઉષ્મા શક્તિ.

સ્ટીમ બોયલરના ચુલામાં કોલસા વડે, અથવા ગેસ અને ઓઇલ એન્જીનનાં કમ્બસ્ટશન ચેમ્બરમાં ગેસ અને તેલ વડે પુરી પાડેલી કુલ ઉષ્મા શક્તિ અથવા ઉષ્ણુતાના જથ્થા સાથે સરખાવતાં સ્ટીમ, ગેસ અથવા ઓઇલ એન્જીનનાં સીલીન્ડરમાં જે ઉપયોગી ઉષ્ણુતાના જથ્થાનું કામમાં રૂપાંતર થાય છે તે ઉષ્ણુતાના જથ્થાનું જે પ્રમાણ આવે છે તેને તે પાવર–પ્લેન્ટની **"થર્મલ એફીશીઅન્સી"** કહેવામાં આવે છે, અથવા

$$\text{થર્મલ એફીશીઅન્સી} = \frac{\text{કામમાં રૂપાંતર થતી ઉપયોગી ઉષ્ણુતા}}{\text{પુરી પાડેલી કુલ ઉષ્ણુતા}}$$

દાખલો ૧—એક યંત્રમાં જ્યારે ૧૮૦ ફુટ–પૈાંડ શક્તિ પુરી પાડવામાં આવી છે ત્યારે તે ૧૨૫ ફુટ–પૈાંડ ઉપયોગી કામ આપતું માલમ પડયું છે, તો તે મશીનની અંદરના ભાગોનાં ઘર્ષણના અવરોધોમાં કેટલું કામ વ્યર્થ ગયું હશે તે શોધો ? અને વળી તે યંત્રનું કાર્યસાધકત્વ એટલે એફીશીઅન્સી અથવા મોડયુલસ શોધો ?

યંત્રમાં વ્યર્થ ગયલું કામ = પુરી પાડેલી શક્તિ—ઉપયોગી કામ

$$= ૧૮૦ - ૧૨૫$$

$$= \underline{૫૫ \text{ ફુટ-પૈાંડ.}}$$

$$\text{એફીશીઅન્સી} = \frac{\text{ઉપયોગી કામ}}{\text{પુરી પાડેલી શક્તિ}}$$

$$= \frac{૧૨૫}{૧૮૦} = \underline{\cdot ૬૯}$$

દાખલેા ૨—એક પમ્પીંગ એન્જીન વડે દર મીનીટે ૫૦૦૦ ગેલન પાણીને ૪૦ ફુટ ઉંચે ઉપાડવા માટે કેટલા હોર્સપાવર જોઈશે. આ કામમાં વપરાયલી મશીનરીની એફીશીઅન્સી ·૬ છે.

એક મીનીટમાં પમ્પાંગ એન્જીન વડે આપવામાં આવતું

ઉપયોગી કામ = ૫૦૦૦ × ૧૦ × ૪૦ = <u>૨૦૦૦૦૦૦ ફુટ-પૈાંડ.</u>

આ આવેલું ઉપયોગી કામ પુરી પાડેલી શક્તિનેા માત્ર $\frac{૬}{૧૦}$મેા ભાગ છે.

$$\text{એફીશીઅન્સી} = \frac{\text{ઉપયોગી કામ}}{\text{પુરી પાડેલી શક્તિ}}$$

$$\therefore \text{પુરી પાડેલી શક્તિ} = \frac{\text{ઉપયોગી કામ}}{\text{એફીશીઅન્સી}}$$

$$\text{એક મીનીટમાં પુરી પાડેલી શક્તિ} = \frac{૨૦૦૦૦૦૦}{\cdot ૬} = \underline{૩૩૩૩૩૩૩\cdot૩ \text{ ફુ.-પૈાંડ.}}$$

$$\therefore \text{હોર્સપાવર} = \frac{૩૩૩૩૩૩૩\cdot૩}{૩૩૦૦૦} = \underline{૧૦૧ \text{ H. P.}}$$

દાખલેા ૩—એક માણસ એક હેન્ડ-ક્રેનને ચલાવતાં તેના ૧૪ ઇંચ લાંબા હાથા ઉપર ૩૦ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડે છે, અને તેમ કરતાં હાથાને તે દર મીનીટે ૯ આંટા ફેરવે છે. ૪ મીનીટમાં તે માણસ ૧૦ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન ૫ ફુટ ઉંચે ઉપાડે છે, તેા તે ક્રેનની એફીશીઅન્સી એટલે કાર્યસાધકત્વ શેાધેા?

૪ મીનીટમાં પસાર થતું અંતર $= \frac{૧૪}{૧૨} \times ૨ \times \frac{૨૨}{૭} \times ૯ \times ૪$

$= ૨૬૪$ ફુટ

૪ મીનીટમાં પુરી પાડવામાં આવતી શક્તિ $= ૩૦ \times ૨૬૪$

$= ૭૯૨૦$ ફુટ–પૌંડ

૪ મીનીટમાં મળતું ઉપયોગી કામ $= ૧૦ \times ૧૧૨ \times ૫$

$= ૫૬૦૦$ ફુટ–પૌંડ

$$\text{એફીશીઅન્સી} = \frac{\text{ઉપયોગી કામ}}{\text{પુરી પાડેલી શક્તિ}}$$

$$= \frac{૫૬૦૦}{૭૯૨૦} = \underline{\cdot ૭૦૭}$$

દાખલો ૪—૨૦૦ ઇન્ડીકેટેડ હોર્સ પાવરનાં એક એન્જીન વડે ૧૪૦ ફુટની ઉંડાએથી દર કલાકે કેટલા ગેલન પાણી ઉપાડી શકાય ? એન્જીન અને પમ્પની એફીશીયન્સી ૮૦ ટકા છે.

ધ રો કે W=એક કલાકમાં ઉપાડવામાં આવતું પાણીનું વજન પૌંડમાં.

એક કલાકમાં મળતું ઉપયોગી કામ $= W \times ૧૪૦$

$= ૧૪૦\ W$ ફુટ–પૌંડ

એક કલાકમાં પુરી પાડવામાં આવેલી શક્તિ $= ૨૦૦ \times ૩૩૦૦૦ \times ૬૦$ ફુટ–પૌંડ.

ઉપયોગી કામ = પુરી પાડવામાં આવતી શક્તિ × એફીશીયન્સી

$$\therefore ૧૪૦\ W = ૨૦૦ \times ૩૩૦૦૦ \times ૬૦ \times \frac{૮૦}{૧૦૦}$$

$$\therefore W = \frac{૨૦૦ \times ૩૩૦૦૦ \times ૬૦ \times ૮૦}{૧૪૦ \times ૧૦૦}$$

$= ૨૨૬૨૮૫૭$ પૌંડ

એક કલાકમાં ઉપાડવામાં આવતો પાણીનો જથ્થો

$$\text{ગેલનમાં} = \frac{૨૨૬૨૮૫૭}{૧૦} = \underline{૨૨૬૨૮૫{\cdot}૭ \text{ ગેલન}}$$

દાખલો ૫—એક સ્ટીમરનાં એન્જીન અને બોયલર (સ્ટીમ પાવર પ્લેન્ટ) દર કલાકે બોયલરના ચુલામાં ૨ પૈાંડ કોલસો ખપાવી એક હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરી શકે છે. કોલસાનો કેલોરીફીક પાવર (calorific power એટલે ઉષ્ણતા ઉત્પન્ન કરવાની શક્તિ) દર પૈાંડ દીઠ ૧૪૫૦૦ બ્રીટીશ થર્મલ યુનીટ (ઉષ્ણુતાના એકમ) છે, તો તે એન્જીન અને બોયલર (સ્ટીમ પાવર પ્લેન્ટ)ની થર્મલ એફીશીયન્સી શોધો?

બોયલરના ચુલામાં દર કલાકે પુરો પાડવામાં આવતો ઉષ્ણુતાનો જથ્થો = ૨ × ૧૪૫૦૦ = ૨૯૦૦૦ B. T. U.

એક કલાકમાં થતું કામ = ૩૩૦૦૦ × ૬૦
= ૧૯૮૦૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

૧ B. T. U. = ૭૭૮ ફુટ–પૈાંડ કામ

∴ એક કલાકમાં એન્જીનનાં સીલીન્ડરમાં કામમાં રૂપાંતર થતો ઉપયોગી ઉષ્ણુતાનો જથ્થો = $\frac{૧૯૮૦૦૦૦}{૭૭૮}$
= ૨૫૪૫ B. T. U.

$$\text{થર્મલ એફીશીયન્સી} = \frac{\text{કામમાં રૂપાંતર થયલી ઉપયોગી ઉષ્ણુતા}}{\text{પુરી પાડેલી કુલ ઉષ્ણુતા}}$$

$$= \frac{૨૫૪૫}{૨૯૦૦૦} = ·૦૮૭૭$$

∴ થર્મલ એફીશીયન્સી ટકામાં = ·૦૮૭૭ × ૧૦૦
= ૮·૭૭ ટકા

એટલે કોલસાએ બોયલરના ચુલામાં પુરા પાડેલા ૧૦૦ B. T. U. દીઠ એન્જીનનાં સીલીન્ડરમાં માત્ર ૮·૭૭ B. T. U. (ઉષ્ણુતાનાં એકમ)નું કામમાં રૂપાંતર થાય છે.

દાખલો ૬—૬ હોર્સપાવરની એક સ્ટીમ ક્રેન એક કલાકમાં ૩૦ ટન વજન કેટલી ઉંડાઈએથી ઉપાડી શકશે? ક્રેનની એફીશીઅન્સી ·૬ છે.

એક કલાકમાં પુરી પાડેલી શક્તિ = ૬ × ૩૩૦૦૦ × ૬૦ ફુટ–પૈાંડ
ધારાેકે S = જોઈતી ઉંડાઈ ફુટમાં.

ત્યારે, એક કલાકમાં મળતું ઉપયેાગી કામ = ૩૦ × ૨૨૪૦ × S′ ફુટ–પૈાંડ.

ઉપયેાગી કામ = પુરી પાડેલી શક્તિ × એફીશીયન્સી.

૩૦ × ૨૨૪૦ × S′ = ૬ × ૩૩૦૦૦ × ૬૦ × ·૬

$$\therefore S' = \frac{૬ × ૩૩૦૦૦ × ૬૦ × ૬}{૩૦ × ૨૨૪૦ × ૧૦} = \underline{૧૦૬·૦૭ \text{ ફુટ}}$$

દાખલેા ૭—એક સ્ટીમ એન્જીનના પીસ્તનનેા વ્યાસ ૨૦ ઈંચિ છે, વરાળનું સરેરાશ દબાણ દર ચેારસ ઈંચ દીઠ ૬૦ પૈાંડ છે, સ્ટ્રેાકની લંબાઈ ૩૦ ઈંચિ, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૨૦ છે. તે એન્જીન ૧૦૦ ઘનફુટ પાણી એક મીનીટમાં ૮૦ ફુટની ઉંચાઈ એથી ઉપાડવા શક્તિમાન છે, તેા એફીશીયન્સી શેાધેા ?

એક મીનીટમાં પુરી પાડેલી શક્તિ = ૬૦ × ૨૦ × ૨૦ × ·૭૮૫૪ × ૨·૫ × ૨૦ × ૨ ફુટ પૈાંડ.

એક મીનીટમાં મળતું ઉપયેાગી કામ =૧૦૦×૬૨·૫×૮૦ ફુટ–પૈાંડ.

$$\therefore \text{એફીશીયન્સી} = \frac{૧૦૦ × ૬૨·૫ × ૮૦}{૬૦×૨૦×૨૦×·૭૮૫૪×૨·૫×૨૦×૨} = \underline{·૨૬૫}$$

અથવા, એફીશીયન્સી ટકામાં = ·૨૬૫ × ૧૦૦ = <u>૨૬·૫ ટકા</u>

દાખલેા ૮—એક સ્ટીમ એન્જીનની થર્મલ એફીશીઅન્સી ૧૬ ટકા છે, અને તેજ વેળાએ તેની સાથનાં બેાયલરની એફીશીઅન્સી ૬૦ ટકા છે, તેા એન્જીન અને બેાયલરની સંયુક્ત એફીશીઅન્સી કેટલા ટકા હશે ? જો ઉપલા સ્ટીમ પાવર પ્લેન્ટમાં ૧૨ કલાકના એક દીવસમાં ૭ ટન કેાલસેા ખપે, અને કેાલસાનેા કેલેારીફીક પાવર દર પૈાંડ દીઠ ૧૪૫૦૦ ઉષ્ણતાના એકમ હેાય તેા તે પાવર પ્લેન્ટનાં હેાર્સપાવર શેાધેા?

બેાયલરની એફીશીઅન્સી ૬૦ ટકા છે, એટલે બેાયલરના ચુલામાં કેાલસા વડે પુરા પાડેલા ૧૦૦ ઉષ્ણતાના એકમ દીઠ માત્ર ૬૦

ઉષ્ણુતાના એકમ બોયલરમાંનાં પાણીને વરાળ ઉત્પન્ન કરવા માટે મળે છે, અને બાકી ૪૦ એકમ રેડીએશન, કન્ડકશન, વીગેરેમાં વ્યર્થ જાય છે. ત્યારે પુરા પાડેલા ૧૦૦ ઉષ્ણુતાના એકમમાંથી માત્ર ૬૦ ઉષ્ણુતાના એકમ વરાળ મારફતે એન્જીનનાં સીલીન્ડરમાં જાય છે.

હવે એન્જીનની પોતાની એફીશીઅન્સી ૧૬ ટકા છે, એટલે એન્જીનનાં સીલીન્ડરમાં વરાળ મારફતે પુરા પાડેલા ૧૦૦ ઉષ્ણુતાના એકમમાંથી માત્ર ૧૬ ઉષ્ણુતાના એકમનું કામમાં રૂપાંતર થાય છે. પણ અત્રે વરાળ મારફતે ૬૦ ઉષ્ણુતાના એકમ સીલીન્ડરમાં પુરા પાડેલા છે, ત્યારે,

૧૦૦ : ૬૦ : : ૧૬ : એન્જીનમાં કામમાં રૂપાંતર થતો ઉષ્ણુતાનો જથ્થો.

∴ બોયલરમાં પુરા પાડેલા ૧૦૦ B. T. U. દીઠ સીલીન્ડરમાં

કામમાં રૂપાંતર થતા ઉષ્ણુતાના એકમ $= \frac{૬૦ \times ૧૬}{૧૦૦} =$ ૯·૬ B. T. U.

ત્યારે સંયુક્ત થર્મલ એફીશીન્સી $= \frac{૯·૬}{૧૦૦} =$ <u>૯·૬ ટકા</u>

એકમીનીટમાં ખપતો કોલસાનોજથ્થોપૌંડમાં $= \frac{૭ \times ૨૨૪૦}{૧૨ \times ૬૦} =$ ૨૧·૭૭ પૌંડ.

એક મીનીટમાં બોયલરના ચુલામાં કોલસા વડે પુરો પાડેલો ઉષ્ણુતાનો જથ્થો = ૨૧·૭૭ × ૧૪૫૦૦ = ૩૧૫૬૬૫ B. T. U,

સીલીન્ડરમાં એક મીનીટમાં યાંત્રિક કામમાં રૂપાંતર થતો ઉષ્ણુતાનો જથ્થો $= \frac{૩૧૫૬૬૫ \times ૯·૬}{૧૦૦}$ B. T. U.

∴ એક મીનીટમાં ઉષ્ણુતા વડે મળતો યાંત્રિક કામનો જથ્થો

ફુટ–પૌંડમાં $= \frac{૩૫૫૬૬૫ \times ૯·૬}{૧૦૦} \times ૭૭૮ =$ ૨૩૫૭૬૩૮૭·૫૨ ફુટ–પૌંડ.

∴ હોર્સપાવર $= \frac{૨૩૫૭૬૩૮૭·૫૨}{૩૩૦૦૦} =$ <u>૭૧૪·૪ H. P.</u>

દાખલો ૯—એક હાઇડ્રોલીક ક્રેનને દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૭૫૦ પૈાંડનાં દબાણવાળું પાણી પુરૂં પાડવામાં આવે છે, અને તે ૧૬ ફુટની ઉંચાઈએ ૩ ટનનું વજન ઉપાડવા માટે ૩ ઘનફુટ પાણીનો ઉપયોગ કરે છે તો તે ક્રેનની એફીશીઅન્સી શોધો ?

દર ચો. ઇંચ દીઠ ૭૫૦ પૈાંડનાં દબાણવાળાં એક ઘનફુટ પાણી વડે થતું કામ=૭૫૦×૧૪૪×૧ ફુટ–પૈાંડ.

∴ ૩ ઘનફુટ પાણી વડે ક્રેનને પુરી પાડેલી શક્તિ = ૭૫૦ × ૧૪૪ × ૧ × ૩ = ૩૨૪૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

મળતું ઉપયોગી કામ = ૩×૨૨૪૦ × ૧૬
= ૧૦૭૫૨૦ ફુટ–પૈાંડ.

$$\therefore \text{ એફીશીઅન્સી} = \frac{૧૦૭૫૨૦}{૩૨૪૦૦૦} = \cdot૩૩૨$$

શક્તિનાં જુદાં જુદાં રૂપો—એનર્જી એટલે શક્તિનાં જે મુખ્ય રૂપોનું એન્જીનીયરોને કામ પડે છે તે **"પોતેન્શીઅલ એનર્જી"** (**Potential energy**) એટલે **ઉપપન્ન શક્તિ** અને "કાઈનેટીક એનર્જી" (**Kinetic energy**) એટલે **ગમનશીળ શક્તિ** છે.

પોતેન્શીઅલ એનર્જી એટલે ઉપપન્ન શકિત—જ્યારે બે પદાર્થો અથવા એકજ પદાર્થના બે ભાગો ઉપર જોર અથવા જોરો કાર્ય કરી તેમનાં સ્થાનોમાં ફેરફાર કરવાનું વલણ કરે ત્યારે તે બે પદાર્થોમાંનાં એક પદાર્થ સાથે સંબંધમાં લેતાં બીજા પદાર્થનાં સ્થાનને લીધે અથવા તે એકજ પદાર્થના બે ભાગોમાંના એક ભાગ સાથે સંબંધમાં લેતાં બીજા ભાગનાં સ્થાનને લીધે જે શક્તિ તે પદાર્થ અથવા ભાગમાં એકઠી થાય છે તેને **"પોતેન્શીઅલ એનર્જી"** કહે છે. દાખલા તરીકે, એક પદાર્થને જમીનથી ઉંચાઈએ ઉપાડેલો હોય ત્યારે તેમાં જમીન સાથે સંબંધમાં લેતાં તે પદાર્થનાં સ્થાનને લીધે તેમાં પોતેન્શીઅલ એનર્જી સમાયલી હોય છે. એક દબાયલી સ્પ્રીંગમાં

પોતેન્શીઅલ એનર્જી સમાયલી હોય છે, કારણ કે જો તે સ્પ્રીંગને તે ઉપરનું દબાણ ઉંચકી લઈ તેનો અસલ આકાર લેવા દેવામાં આવે તો તે કામ આપી શકશે. તેજ પ્રમાણે દબાયલી હવા (compressed air)માં પોતેન્શીઅલ એનર્જી સમાયલી હોય છે. કોલસાના ટુકડામાં એકઠી થયલી શક્તિ પોતેન્શીઅલ એનર્જી છે; અને કોલસાનાં તત્વો (elements)નાં અણુઓ (atoms) અને હવાનાં ઓક્સીજનનાં અણુઓ એક બીજાં સાથે એકઠાં થઈ મિશ્ર થાય છે અને ગરમી ઉત્પન્ન કરે છે, કે જે ગરમીનું કામમાં રૂપાંતર કરી શકાય. પોતેન્શીઅલ એનર્જી = વજન × ઉંચાઈ = W × H ફુટ–પૌંડ.

કાઈનેટીક એનર્જી (kinetic energy) એટલે ગમનશીળ શક્તિ—જ્યારે એક પદાર્થ ગતિમાં હોય છે ત્યારે તેમાં કાઈનેટીક એનર્જી સમાયલી હોય છે, અને તે સ્થિર થતી વેળા યાંત્રિક કામ તરીકે પાછી આપી શકે છે. દરીઆની સપાટીથી ૧૦૦ ફુટ ઉંચાઈએ આવેલાં એક ગેલન સ્થાઈ પાણીમાં ૧૦ × ૧૦૦′ = ૧૦૦૦ ફુટ–પૌંડ પોતેન્શીઅલ એનર્જી સમાયલી હોય છે, અને જો આ પાણીને દરીઆની સપાટી સુધી રસ્તામાં કશું પણ કામ કર્યા સિવાય છુટથી નીચે પડવા દેવામાં આવે તો તેનાં પડતી વેળાનાં દરેક સ્થાને તેમાં ૧૦૦૦ ફુટ–પોંડ શક્તિ સમાયલી હશે. પણ જેમ જેમ તે નીચે આવતું જશે તેમ તેમ તેની પોતેન્શીઅલ એનર્જી ઘટતી જશે, અને ૧૦૦૦ ફુટ–પોંડમાંની બાકી રહેલી શક્તિ તે પાણીમાં કાઇનેટીક એનર્જી તરીકે એકઠી થશે. જ્યારે એક ગેલન પાણી ૨૫ ફુટ નીચે પડયું છે ત્યારે તેની પોતેન્શીઅલ એનર્જી ઘટીને ૭૫૦ ફુટ–પૌંડ રહેશે, અને ત્યારે તેની કાઈનેટીક એનર્જી ૨૫૦ ફુટ–પૌંડ થશે. ટુંકમાં એક ઉપાડેલા પદાર્થમાં પોતેન્શીઅલ એનર્જી સમાયલી હોય છે, અને જો તે પદાર્થને છુટથી નીચે પડવા દેવામાં આવે, અને તે દરમ્યાન કોઈપણ અવરોધ સામે તે કામ ન કરે તો તે પોતેન્શીઅલ એનર્જી તેની ચોક્કસ બરાબરના કાઈનેટીક એનર્જીના

જથ્થામાં રૂપાંતર થશે. કાઈનેટીક એનર્જી $= \frac{Wv^2}{2g}$, એમાં W = વજન પૌંડમાં, v = દર સેકન્ડે વજનની ગતિની ઝડપ ફુટમાં, અને g = ૩૨ છે. કાઈનેટીક એનર્જીને લગતા દાખલાઓ ત્રીજા ભાગમાં સમજાવવામાં આવશે.

હીટ એનર્જી (heat energy) અથવા થર્મલ (thermal) એનર્જી એટલે **ઉષ્મા શકિત**—એ શકિતનું એક રૂપ છે, જેનું યાંત્રિક કામમાં રૂપાંતર થઈ શકે છે. આપેલા ઉષ્ણતાના જથ્થાની બરાબરનો યાંત્રિક કામનો જથ્થો ઘણી ચોક્કસાઈ સાથે ડૉ. જુલ (Joul) અને બીજાઓના પ્રયોગો ઉપરથી જાણીતો છે. જો ૭૭૮ ફુટ–પૌંડ યાંત્રિક કામના જથ્થા ને ઉષ્ણતામાં ઉપાંતર કરવામાં આવે, અને તે સઘળા ઉષ્ણતાના જથ્થાને એક પૌંડ પાણીમાં પસાર કરવામાં આવે તો તે ઉષ્ણતાનો જથ્થો તે પાણીનું ઉષ્મમાન એટલે ટેમ્પરેચર (temperature) એક અંશ (એટલે ડીગ્રી degree) ફેરનહાઈટ જેટલું ચઢાવશે. એક પૌંડ પાણી જ્યારે તેની મહત્તમ સાંદ્રતા (maximum density એટલે વધુમાં વધુ ઘટ સ્થિતિ) એ હોય ત્યારે તેનું ઉષ્મમાન (ટેમ્પરેચર) એક અંશ (ડીગ્રી) F વધારવા માટે એટલે ૩૯°થી ૪૦° F સુધી વધારવા માટે જે ઉષ્ણતાનો જથ્થો જોઈએ તેને **"બ્રીટીશ થર્મલ યુનીટ"** ટુંકમાં **B. T U.** એટલે **"ફેરનહાઈટ ઉષ્ણતાનો એકમ"** કહે છે. ટુંકમાં **૭૭૮ ફુટ–પૌંડ = ૧ બ્રીટીશ થર્મલ યુનીટ** એટલે **ફેરનહાઈટ સ્કેલ ઉપરથી ગણેલો ઉષ્ણતાનો એકમ**, અને **૧૪૦૦ ફુટ–પૌંડ = ૧ સેન્ટીગ્રેડ થર્મલ યુનીટ** એટલે **સેન્ટીગ્રેડ સ્કેલ ઉપરથી ગણેલો ઉષ્ણતાનો એકમ.**

ઈલેકટ્રીકલ એનર્જી એટલે વિદ્યુત શકિત અથવા **વિજળીક શકિત**—આ શકિતને "દર કલાકે ઉત્પન્ન થતા અથવા ખર્ચ થતા કીલોવૉટ" (kilowatt)માં માપવામાં આવે છે. **કીલોવૉટ"** એ વિજળીક શકિતનો એકમ છે. જેમ વરાળ અથવા પાણીનું દબાણ હોય

છે તેમ વિજળીના પ્રવાહનું પણ દબાણ હોય છે જેને ઈલિકટ્રો-મોટીવ ફોર્સ" (E. M. F.) કહેવામાં આવે છે. અને તેને "વોલ્ટ" (volt)માં માપવામાં આવે છે. વિજળીક પ્રવાહના બળ અથવા જે જથ્થા સાથે તે પ્રવાહ વહે છે તે જથ્થાને "એમ્પીઅર" (ampere)માં માપવામાં આવે છે. એક વોલ્ટનાં વિજળીક દબાણે એક એમ્પીઅરના પ્રવાહની શક્તિને એક "વૉટ" કહેવામાં આવે છે. ત્યારે **વોલ્ટ × એમ્પીઅર = વૉટ (watt)** છે. આ વિજળીક શક્તિનું યાંત્રિક કામમાં રૂપાંતર થઈ શકે છે. ૭૪૬ વોટ બરાબર એક યાંત્રિક હોર્સપાવર છે. ૧૦૦૦ વોટ બરાબર ૧ કીલોવૉટ છે, અને વિજળીક એકમ અથવા બોર્ડ ઓફ ટ્રેડનો એકમ બરાબર એક કલાકમાં ખર્ચ થયલી ૧૦૦૦ વૉટ વિજળીક શક્તિ છે જેને એક "**કીલોવૉટ—અવર**" કહેવામાં આવે છે.

શક્તિની ખોટ—એ તો સ્પષ્ટ રીતે સમજવું જોઈએ કે શક્તિનું એક રૂપમાંથી બીજા રૂપમાં રૂપાંતર થતાં નવા રૂપમાં તે શક્તિનો જથ્થો આગલાં રૂપના જથ્થાની બરાબર કદી પણ મેળવી શકાતો નથી, પણ રૂપાંતર કરતી વેળા તે શક્તિનો અમુક ભાગ અવરોધ તથા બીજાં કારણોમાં વ્યર્થ જાય છે. આ વિષે પુરતો ખ્યાલ આપવા માટે આપણે એક "વરાળયંત્ર વડે વિજળીક બળ ઉત્પન્ન કરનારાં યંત્રો ના સમૂહ (steam electric power plant)નો દાખલો લઈએ. ધારો કે બોયલરના ચુલામાં કોલસા વડે ૧૦૦ એકમ શક્તિ (ઉષ્ણતાના એકમ) આપી છે, તો આ શક્તિના આસરે ૭૫ એકમ વરાળમાં દાખલ થશે, જ્યારે બાકીના ૨૫ એકમ ધુંવો તથા ગરમ વાયુના ચીમની તરફ જવાના માર્ગમાં અથવા રેડીએશન અને બીજા કારણો વડે વ્યર્થ જાય છે. વરાળ મારફતે આ ૭૫ એકમ એન્જીનમાં જાય છે અને ત્યાં આસરે ૬ એકમનું યાંત્રિક શક્તિમાં રૂપાંતર થશે, અને બાકીના ૬૯ એકમ વ્યર્થ જશે. આ યાંત્રિક શક્તિના ૬ એકમ ડાયનામો (dynamo વિજળીક શક્તિ ઉત્પન્ન કરનાર યત્ર અથવા યાંત્રિક

શક્તિનું વિજળીક શક્તિમાં રૂપાંતર કરનાર યંત્ર)ને મળે છે, જે આસરે ૫ એકમ બરાબરની વિજળીક શક્તિ ઉત્પન્ન કરશે, અને એક એકમ વ્યર્થ જશે. જો આ ૫ એકમ બરાબરની વિજળીક શક્તિનું ઇલેક્ટ્રીક મેાટર (વીજળીક શક્તિનું યાંત્રિક શક્તિમાં રૂપાંતર કરનાર યંત્ર) વડે યાંત્રિક શક્તિમાં રૂપાંતર કરવામાં આવે તેા લગભગ ૪.૫ એકમ મળશે. આ રીતે આપણે મૂળ શક્તિના આસરે ૪.૫ ટકાનેા ઉપયેાગ કર્યો છે, જ્યારે બાકી ૯૫.૫ ટકા વ્યર્થ ગયા છે.

દાખલેા ૧૦—૧૦ હંન્ડ્રેડવેટના પાઇલિ ડ્રાઇવિરને ૮ ફુટ ઉંચાઈએ ઉપાડવામાં આવે તેા તેમાં કેટલી શક્તિ સમાયલી હશે? આ શક્તિ કઈ જાતની છે તે જણાવેા.

ઉપાડેલા પાઇલિ ડ્રાઇવિરમાં " પેાતેન્શીઅલ એનર્જી " સમાયલી હેાય છે.

પેાતેન્શીઅલ એનર્જી = ૧૦ × ૧૧૨ × ૮ = ૮૯૬૦ ફુટ–પૈાંડ.

દાખલેા ૧૧—એક પાઇલિ ડ્રાઇવિરના મંકીનું વજન ૧૫ હંન્ડ્રેડવેટ છે, અને તે ૬ ફુટની ઉંચાઈએથી નીચે પડી પાઇલિ ઉપર ફટકેા લગાવે છે. આ ફટકાથી પાઇલિ જમીનમાં ૪ ઇંચ નીચે ઉતરે છે, તેા પાઇલિની ગતિની સામે નડતેા જમીનનાં ઘર્ષણનેા સરેરાશ અવરેાધ કેટલેા હશે?

પાઇલિને જમીનમાં ઉતારતાં થતું કામ = પાઇલિ ડ્રાઇવિરના મંકીમાં તેની ઉંચાઈને લીધે તેમાં એકઠી થયલી પેાતેન્શીઅલ એનર્જી કે જે પાઇલિ સાથે મંકી અફડાતાં તુરત કાઇનેટીક એનર્જીમાં રૂપાંતર પામે છે તે + પાઇલિ સાથે મંકી અફડાયા પછી મંકી વધુ નીચે પડતાં થતું કામ.

પાઇલિને જમીનમાં ઉતારતાં થતું કામ = જમીનનાં ઘર્ષણનેા અવરેાધ R × જેટલી ઉંડાઈએ પાઇલિ નીચે ઉતરે તે અંતર = $R \times \frac{૪}{૧૨} = \frac{R}{૩}$ ફુટ–પૈાંડ.

પાઈલ ડ્રાઈવરના મંકીમાં સમાયલી પોતેન્શીઅલ એનર્જી = $W \times H$ = ૧૫ × ૧૧૨ × ૬ = ૧૦૦૮૦ ફુટ–પૌંડ.

પાઈલ સાથે મંકી અથડાયા પછી મંકી વધુ નીચે પડતાં થતું

કામ = $W \times h$ = $\frac{૧૫ \times ૧૧૨ \times ૪}{૧૨}$ = ૫૬૦ ફુટ–પૌંડ.

$\therefore \frac{R}{૩}$ = ૧૦૦૮૦ + ૫૬૦

= ૧૦૬૪૦

$\therefore R$ = ૧૦૬૪૦ × ૩

= <u>૩૧૯૨૦ પૌંડ.</u>

દાખલો ૧૨—એક સ્ટીમ એન્જીન ૨૫ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે, તો દર મીનીટે કેટલી ઉષ્મા શક્તિનું કામમાં રૂપાંતર થતું હશે?

૭૭૮ ફુટ–પૌંડ = ૧ B. T. U.

ઉપયોગી ઉષ્મા શક્તિ = $\frac{૨૫ \times ૩૩૦૦૦}{૭૭૮}$

= <u>૧૦૬૦·૪ B. T. U.</u>

દાખલો ૧૩—૩ પૌંડ પાણીની ટેમ્પરેચર ૫૦° F ઉપરથી ૧૨૦° F સુધી વધારવામાં કેટલા એકમ યાંત્રિક શક્તિનું રૂપાંતર થશે?

૩ પૌંડ પાણીને આપવામાં આવતો ઉષ્ણતાનો જથ્થો

= ૩ (૧૨૦ – ૫૦) = ૨૧૦ B. T. U.

યાંત્રિક શક્તિ = ૨૧૦ × ૭૭૮ = <u>૧૬૩૩૮૦ ફુટ–પૌંડ.</u>

દાખલો ૧૪—નીચે આપેલી શક્તિઓ ફુટ–પૌંડમાં દર્શાવો:—

(૧) ૧·૬ ટનનું વજન ૧૨ ફુટની ઉંચાઈએથી નીચે પડે.

(૨) દર સેકન્ડે ૧૨૦૦ ફુટની ઝડપે ચાલતા ૧૦૦ પૌંડ વજનના પદાર્થની કઈનેટીક એનર્જી.

(૩) ૨ હોર્સપાવર–અવર

(૪) વાતાવરણનાં દબાણની વરાળની ગભિત ઉષ્ણતા (લેટન્ટ હીટ latent heat.)

(૫) ૩ કીલોવૉટ–અવર અથવા બોર્ડ ઓફ ટ્રેડ ઇલેક્ટ્રીક યુનીટ.

(૬) એક ઘનફુટ પ્રોડયુસર ગેસની કેલોરીફીક એનર્જી કે જે ૯૫ સેન્ટીગ્રેડ હીટ યુનીટ્સ (સેન્ટીગ્રેડ થરમોમીટરના સ્કેલ ઉપરથી લીધેલા ઉષ્ણતાના એકમ) છે.

(૧) – પોતેન્શીઅલ એનર્જી ફુટ–પૌંડમાં

= ૧·૬ × ૨૨૪૦ × ૧૨ = ૪૩૦૦૮ ફુટ–પૌંડ.

(૨) –કાઇનેટીક એનર્જી $= \frac{Wv^2}{2g}$, એમાં W = વજન પૌંડમાં,

v = દર સેકન્ડે ગતિ ફુટમાં, અને g = ગુરૂત્વાકર્ષણને લીધે ઝડપમાં થતો સરેરાશ ફેરફાર જે એક સેકન્ડમાં દર સેકન્ડ દીઠ ૩૨·૨ ફુટ છે, એટલે ટુંકમાં g = ૩૨·૨

∴ કાઇનેટીક એનર્જી ફુટ–પૌંડમાં $= \frac{૧૦૦ \times ૧૨૦૦ \times ૧૨૦૦}{૨ \times ૩૨·૨}$

= ૨૨૩૬૦૨૫ ફુટ પૌંડ

(૩) – ૨ હોર્સપાવર–અવરની શક્તિ ફુટ–પૌંડમાં

= ૨ × ૩૩૦૦૦ × ૬૦ = ૩૯૬૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ.

(૪) – વાતાવરણનાં દબાણની વરાળની ગર્ભિત ઉષ્ણતા ૯૬૬·૬ B. T. U. છે,

∴ ફુટ–પૌંડ = ૯૬૬·૬ × ૭૭૮

= ૭૫૨૦૧૪·૮ ફુટ–પૌંડ.

(૫) – ૧ કીલોવૉટ–અવર = ૧૦૦૦ વૉટ–અવર

એટલે ૧ કલાકમાં ૧૦૦૦ વૉટ.

૭૪૬ વૉટ–અવર = ૧ હોર્સપાવર–અવર

એટલે ૧ કલાકમાં ૧ હોર્સપાવર,

અને ૧ હોર્સપાવર–અવર = ૩૩૦૦૦ × ૬૦
= ૧૯૮૦૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

૩ કીલોવૅાટ–અવર = ૧૦૦૦ × ૩ = ૩૦૦૦ વૅાટ–અવર.

$$\therefore \text{ હોર્સપાવર–અવર} = \frac{૩૦૦૦}{૭૪૬}$$

$$\therefore \text{ ફુટ–પૈાંડ} = \frac{૩૦૦૦}{૭૪૬} \times ૧૯૮૦૦૦૦$$

= <u>૭૯૬૪૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.</u>

(૬)–૧ સેન્ટીગ્રેડ થર્મલ (હીટ) યુનીટ C. T. U.
= ૧૪૦૦ ફુટ–પૈાંડ.

∴ ૯૫ C. T. U. ફુટ–પૈાંડમાં = ૯૫ × ૧૪૦૦
= <u>૧૩૩૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ.</u>

દાખલો ૧૫—એક ઈલેકટ્રીક મેાટરને ૨૨૦ વેાલ્ટનેા ઈલેકટ્રીક કરન્ટ એટલે વિજળીક પ્રવાહ પુરેા પાડવામાં આવે છે, અને તેમાં ૧૫૦ એમ્પીઅર લેવામાં આવે છે, તેા આ કેટલા હોર્સપાવર દર્શાવશે? જો આ પાવરને દરરોજ સરાસરી ૬·૫ કલાક પ્રમાણે ૩૧૩ દિવસનાં એક આખાં વર્ષ સુધી વાપરવામાં આવે, અને ઇલેકટ્રીક પાવર દર બેાર્ડ ઓફ ટ્રેડ યુનીટ દીઠ ૩ પેન્સની કિંમતે પુરેા પાડવામાં આવે તેા કુલ કેટલેા ખર્ચ આવશે?

વૅાટ = વેાલ્ટ × એમ્પીઅર.

∴ ખર્ચ કરવામાં આવતા વૅાટ = ૨૨૦ × ૧૫૦ = ૩૩૦૦૦ વૅાટ

$$\therefore \text{ હોર્સપાવર} = \frac{૩૩૦૦૦}{૭૭૮} = \underline{૪૪·૨૪ \text{ H. P.}}$$

આખાં વર્ષ દરમ્યાન ચાલુ (working) કલાકેા = ૬·૫×૩૧૩ = ૨૦૩૪·૫ કલાક.

∴ આખાં વર્ષમાં ખપતેા ઇલેકટ્રીક પાવર = ૩૩૦૦૦ × ૨૦૩૪·૫ વૅાટ–અવર.

$\therefore$ ખર્ચ થતા બોર્ડ ઓફ ટ્રેડ યુનીટ $= \frac{33000 \times 2034.5}{1000}$

$= ૬૭૧૩૮.૫$ કીલોવૉટ અવર

K. W. H.

$\therefore$ આખાં વર્ષમાં થતો ખર્ચ $= ૬૭૧૩૮.૫ \times ૩$

$= ૨૦૧૪૧૫.૫$ પેન્સ

$= ૮૩૯.૨૩$ પૈાંડ

એકસર્સાઇઝ ૧૧મી.

૧. એક મશીનમાં એક કારીગર ૧૮ ફુટને અંતરે ૪૦ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડી ૨.૫ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન ૧૫ ઇંચિની ઉંચાઈએ ઉપાડે છે, તો તે મશીનની એફીશીઅન્સી એટલે કાર્યસાધકત્વ કેટલું હશે?

૨. એક માણુસ એક હેન્ડ ક્રેનને ચલાવતાં તેના ૧૨ ઇંચિ લાંબા હાથા ઉપર ૩૫ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડે છે, અને તેમ કરતાં હાથાને તે દર મીનીટે ૭ આંટા ફેરવે છે. જો ક્રેનની એફીશીઅન્સી ૫૬ ટકા હોય તો ૫ મીનીટમાં તે માણુસ ૪ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન કેટલા ફુટ ઉંચાઈએ ઉપાડી શકશે?

૩. એક એન્જીનના પીસ્તનનો વ્યાસ ૧૩ ઇંચિ છે. વરાળનું સરેરાશ દબાણુ દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ ૩૫ પૈાંડ છે. સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨ ફુટ છે, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૨૦ છે. આ એન્જીન એક પમ્પને પટાની મદદ વડે ચલાવે છે. પટો દર મીનીટે ૨૪૦૦ ફુટની ઝડપે ચાલે છે. તો તે પટા ઉપર કેટલું તાણુ અથવા ખેંચાણુ આવતું હશે? જો પટા ઉપર આવતું ખેંચાણુ ૧૦૦૦ પૈાંડ હોય તો એફીશીઅન્સી કેટલી હશે?

૪. એક વાઇન્ડીંગ એન્જીન વડે ૬૬૦ વાર ઉંડી ખાણુમાંથી કોલસો ઉપાડી બહાર કાઢવામાં આવે છે. પીંજરાનું તથા તેમાં ભરેલા કોલસાનું વજન ૫ ટન છે, અને દોરડાંનું વજન દર ફેધમ દીઠ ૨૪

પૈાંડ છે. જો કોલસાથી ભરેલાં પીંજરાંને ખાણનાં તળીયાંથી ઉપલી સપાટી સુધી ૫૫ સેકન્ડમાં ઉપાડવામાં આવે અને વાઈન્ડીંગ એન્જીનની એફીશીઅન્સી ·૭૫ હોય તેા તે એન્જીનના હોર્સપાવર શોધેા ?

૫. ૧૦ હોર્સપાવરનું એક પમ્પીંગ એન્જીન દર કલાકે ૯૦૦૦ ગેલન પાણી ૧૨૦ ફુટની ઉંચાઈએ આવેલી એક ટાંકીમાં આપે છે, તેા આ પમ્પીંગ એન્જીનની એફીશીઅન્સી શોધેા ?

૬. ખાણના એક ખાડામાંથી પાણી બહાર કાઢવા માટે ઈલેકટ્રીક મેાટર વડે ચલાવવામાં આવતેા એક ત્રેબલ રેમ પમ્પ વપરાયેા છે. રેમનેા વ્યાસ ૯$\frac{1}{2}$ ઇંચિ અને સ્ટ્રોક ૧૨ ઈંચિ છે. દરેક રેમ દર મીનીટે ૩૪·૭૫ સ્ટ્રોક કરે છે. અને પાણીને જે ઉંચાઈએ ઉપાડવામાં આવે છે તે ઉંચાઈ ૩૯૩ ફુટ છે, તેા :—(૧) દર મીનીટે કેટલા ગેલન પાણી ઉપાડવામાં આવશે ? (૨) દર મીનીટે કેટલા ફુટ–પૈાંડ ઉપયેાગી કામ થશે ? (૩) જ્યારે પમ્પ એક સરખી રીતે કાર્ય કરે ત્યારે ઉપયેાગી હોર્સપાવર શોધેા, (૪) જો ઈલેકટ્રીક મેાટરના બ્રેક હોર્સપાવર ૫૦ હોય તેા પમ્પની એફીશીઅન્સી શોધેા ?

૭. એક સેન્ટ્રીફ્યુગલ પમ્પને દર સેકન્ડે ૬·૨ ઘનફુટ પાણી ૭· ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવાનું છે. જો પમ્પની એફીશીઅન્સી ૪૫ ટકા હોય તેા તેને કેટલા હોર્સ પાવર પુરા પાડવા જોઈએ? આ પમ્પને ૨૦૦ વેાલ્ટના ઈલેકટ્રીક મેાટર વડે ચલાવવામાં આવે છે. જો મેાટરની એફીશીઅન્સી ૮૫ ટકા હોય તેા તે મેાટરને કેટલા એમ્પીઅર પુરા પાડવા જોઈશે ?

૮. એક પાઈલ ડ્રાઈવર (પુલેા વીગેરેના થાંભળા અથવા ભુંગળાં જમીનમાં ઉતારવા માટેનેા હથેાડેા) કે જેનું વજન ૩૦૦ પૈાંડ છે તે ૧૦ ફુટની ઉંચાઈ એથી પાઈલ (પુલેા વીગેરેના ઉભા થાંભળા અથવા ભુંગળાં) ઉપર પડે છે, તેા તે પાઈલને જમીનમાં ઉતારવામાં કેટલા ફુટ પૈાંડ કામ તે આપશે ? જો પાઈલ ડ્રાઈવરના ફટકાથી તે પાઈલ ૨ ઇંચ જમીનમાં ઉતરે તેા દુર કરવામાં આવતેા સરેરાશ અવરેાધ કેટલેા હશે ?

૯. ૧૦ ફુટની ઉંચાઇએથી પડતાં ૨ ટનનાં વજનની શક્તિ સાથે ૨૦ ફુટની ઉંચાઇએથી પડતા એક ટન વજનના પાઇલિ ડ્રાઇવરના મંકી વડે પાઇલિને જમીનમાં ઉતારવામાં ખર્ચ થતી શક્તિને સરખાવેા. જો પાઇલ ડ્રાઇવિરના મંકીનેા એક ફટકેા પાઇલને ૯ ઇંચ જમીનમાં ઉતારે તેા પાઇલની ગતિની સામે નડતેા સરેરાશ અવરેાધ કેટલેા હશે?

૧૦. જ્યારે એક પાતળી પ્લેટને તેની ધાર ઉપર પાણીમાં ચલાવવામાં આવે અને પાણી તથા પ્લેટની સપાટી વચ્ચેની ઘસારાની ગતિ દરમીનીટે ૬૦૦ ફુટ હેાય ત્યારે તે પ્લેટનું ઘર્ષણ પાણી સાથે સંબંધમાં રહેલી સપાટીના દર ચેારસ ફુટ દીઠ $\frac{3}{4}$ પૈાંડ છે, અને તે ઘર્ષણ ઘસારાની ગતિના વર્ગનાં પ્રમાણમાં વિકાર પામે છે એમ પ્રયેાગ ઉપરથી માલમ પડયું છે.

તેા ૧૮ નૅાટની ઝડપે ચાલતાં એક વહાણની બાબદમાં જો તે વહાણની પાણીમાં ડુબેલી સપાટી જે વેળા તે વહાણ લેાડ લાઇનિ ઉપર તરતું હેાય તે વેળા ૨૭૬૨૦ ચેારસ ફુટ હેાય તેા તે વહાણનું સપાટી વચ્ચેનું ઘર્ષણ (skin friction) દુર કરવામાં કેટલા ફુટ–પૈાંડ ખર્ચ થશે. વળી જો આ સપાટીનું ઘર્ષણ વહાણને સામે નડતા કુલ અવરેાધના ૭૦ ટકા હેાય તેા તે વહાણને ચલાવવામાં ઉપયેાગી રીતે કુલ કેટલા હેાર્સપાવર ખર્ચ થશે?

૧૧. નીચે આપેલા પદાર્થોનાં કમ્બસ્ટશનથી (એટલે બાળવાથી) ઉત્પન્ન થતી રસાયણીક શક્તિનું હેાર્સપાવરમાં રૂપાંતર કરેા:—

(૧) એક કલાકમાં ખપતું એક પૈાંડ ગાસતેલ એટલે કેરેાસીન એાઇલ,

(૨) એક કલાકમાં ખપતી એક ઘનફુટ કેાલગેસ,

(૩) એક કલાકમાં ખપતી એક ઘનફુટ ડેાસનગેસ,

(૪) એક કલાકમાં એક પૈાંડ કેાલસેા.

કેલેારીફીક પાવર (ગરમી ઉત્પન્ન કરવાની શક્તિ) નીચે પ્રમાણે છે:—દર પૈાંડ ગાસતેલ તથા ક્રુદ એાઇલિ દીઠ ૨૨૦૦૦ B. T. U., દર પેાંડ કેાલસા દીઠ ૧૫૦૦૦ B. T. U., એક ઘનફુટ કેાલગેસ

દીઠ ૭૦૦ B. T. U., એક ઘનફુટ ડોસનગેસ દીઠ ૧૬૦ B.T.U. છે.

૧૨. દાખલા ૧૧માં આપેલા કેલોરીફીક પાવર (ગરમી ઉત્પન્ન કરવાની શક્તિઓ) લઈ નીચે આપેલાં એન્જીનોની એફીશીઅન્સી નક્કી કરોઃ—

(૧) દર એક હોર્સપાવર–અવર દીઠ ૨ પૌંડ કોલસો ખપાવતું એક મોટું સારી જાતનું કન્ડેન્સીંગ એન્જીન.

(૨) દર એક હોર્સપાવર–અવર દીઠ ૨૬ ઘનફુટ કોલગેસ ખપાવતું એક ગેસ એન્જીન.

(૩) દર એક હોર્સપાવર–અવર દીઠ ·૫૬ પૌંડ ક્રુડ ઓઇલ ખપાવતું એક ડીઝલ ઓઇલ એન્જીન.

૧૩. નીચે આપેલી શક્તિઓ ફુટ–પૌંડમાં દર્શાવોઃ—

(૧) ૩૫ ટનનું વજન ૧૫ ફુટની ઉંચાઈએથી નીચે પડે.

(૨) દર સેકન્ડે ૨૦૦૦ ફુટની ઝડપે પસાર થતા ૬૦ પૌંડ વજનના એક તોપના ગોળાની કાઈનેટીક એનર્જી.

(૩) એક પૌંડ કોલસાની કેલોરીફીક એનર્જી (ઉષ્મા શક્તિ) કે જે ૮૫૦૦ સેન્ટીગ્રેડ પૌંડ હીટ યુનીટસ છે.

(૪) ૩૦ પૌંડ પાણીની ટેમ્પરેચર (ઉષ્ણમાન) ૪૦°F ઉપરથી ૧૦૩°F સુધી વધારતાં જોઈતી ઉષ્મા શક્તિ.

(૫) ૨ હોર્સપાવર–અવર.

(૬) ૪ કીલોવૉટ–અવર.

૧૪. વિજળીક બળથી ચલાવવામાં આવતી એક ઓવર હેડ ક્રેન દર મીનીટે ૯૦ ફુટની ઝડપે ૫ ટનનું વજન ઉપાડે છે, તો હોર્સપાવર શોધો ? આ હોર્સપાવરનું વૉટમાં રૂપાંતર કરો. એક વિજળીક મોટર તે ઉંચકનારી મશીનરીને ચલાવે છે જે મશીનરીની એફીશીઅન્સી

૭૦ ટકા છે. જો મોટરને પુરો પાડવામાં આવતો કરન્ટ (પ્રવાહ) ૨૨૦ વોલ્ટનો હોય અને મોટરની એફીશીઅન્શી ૮૭ ટકા હોય તો વિજળીક પ્રવાહના કેટલા એમ્પીઅર તે મોટરને પુરા પાડવા જોઈએ ? જો એક ઈલેકટ્રીક કુમ્પની બળ ઉપજાવવા માટે બોર્ડ ઓફ ટ્રેડના દર યુનીટ દીઠ ૨$\frac{1}{2}$ પેન્સની કિંમતે કરન્ટ પુરો પાડે, તો દર ફુટ–ટન થયલાં કામ દીઠ વજન ઉપાડવાનો શું ખર્ચ આવશે તે પેન્સમાં શોધો ?

૧૫. એક ઓઇલ એન્જીન દર કલાકે ૨૦ પૌંડ ગાસતેલ ખપાવી ૧૮ બ્રેક હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે, તો તેની થર્મલ એફીશીઅન્સી કેટલી હશે ? ગાસતેલની કેલોરીફીક વેલ્યુ ૨૧૦૦૦ F. T. U. છે.

૧૬. એક હાઈડ્રોલીક ક્રેનમાં દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૮૦૦ પૌંડનાં દબાણ વાળું પાણી પુરૂં પાડવામાં આવે છે. જો ક્રેનની એફીશીઅન્સી ૬૫ ટકા હોય તો ૩ ટનનું વજન ૧૫ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવા માટે કેટલા ગેલન પાણી ખપશે.

૧૭. એક વીન્ડલેસમાં બેરલનો વ્યાસ ૧૦ ઇંચ છે, દોરડાંનો વ્યાસ ૧ ઇંચ છે, અને હાથાની લંબાઈ ૧૮ ઇંચ છે, તો ૩ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન ઉપાડવા માટે હાથાને છેડે કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઈશે ? વીન્ડલેસની એફીશીઅન્સી ૮૦ ટકા છે.

૧૮. એક કેપ્સ્તનને સામ સામી બાજુએ બે માણસો વડે ચલાવવામાં આવે છે દરેક માણસ ધરીની મધ્ય રેખાથી ૩$\frac{1}{2}$ ફુટનાં અંતરે ૩૦ પૌંડનાં જોરથી કેપ્સ્તનના હાથાને દબાવે છે. ૧૧ ઇંચ વ્યાસનાં ડ્રમ ઉપર દોરડાંને લપેટવામાં આવે છે, અને દોરડાંનો વ્યાસ ૧ ઇંચ છે. જો કેપ્સ્તનની એફીશીઅન્સી ૯૦ ટકા હોય, તો દોરડાં ઉપર આવતું ખેંચાણ શોધો કે જે કેપ્સ્તનના હાથાઓ ઉપરનાં દબાણને સમતોલ રાખે. વળી મધ્યની જે ધરી ઉપર કેપ્સ્તન ફરે છે તેનાં ઉપરનું દબાણ શોધો.

મુંબઈ ઇલાકાની કમીટી ઓફ ડાયરેકશન ફોર ટેકનીકલ એજ્યુકેશન તરફથી લેવામાં આવેલી સુરતની પારેખ ટેકનીકલ ઇન્સ્ટીટ્યુટની મીકેનીકલ એન્જીયરીંગના પહેલા વર્ષની વાર્ષિક પરિક્ષામાં ૧૩ વર્ષમાં પુછાયલા અને બીજા પરચુરણ દાખલાઓ.

૧. એક લોખંડની ટાંકીનાં તળીયાનું ક્ષેત્રફળ ૨ ચોરસ ફુટ છે, અને તેમાં મથાળેથી ૬ ઈંચ સુધી તેલ ભરતાં ૪૫૦ ગેલન તેલ સમાય છે, તો તે ટાંકીની ઉંચાઈ કેટલી હશે ?

૨. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનાં બીડનાં વજનનો વ્યાસ ૧૦ ઇંચ છે અને જાડાઈ ૪$\frac{1}{2}$ છે. આ વજનના મધ્ય ભાગમાંથી લીવરને પસાર થવા માટે ૨ ઇંચ × $\frac{3}{4}$ ઇંચનાં માપનો લંબ ચોરસ ગાળો બનાવેલો છે, તો તેનું વજન કેટલા પૈાંડ હશે તે શોધો.

૩. એક સ્ટીમ એન્જીનમાં દર ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર દીઠ દર કલાકે ૨૪ પૈાંડ વરાળ ખપે છે. એન્જીન સરેરાશ ૫૧૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે, તો આ એન્જીનને ૧૧$\frac{1}{2}$ કલાક સુધી ચાલુ રાખવા માટે કેટલા ગેલન પાણી જોઈશે ?

૪. એક લંકેશીયર બોયલરમાં બે ચુલા છે. દરેક ચુલાની લંબાઈ ૬ ફુટ અને પહોળાઈ ૨$\frac{3}{4}$ ફુટ છે. દર કલાકે ચુલાની સપાટીના દર ચોરસ ફુટ દીઠ ૧૮ પૈાંડ કોલસો બળે છે. એક પૈાંડ કોલસો ૮ પૈાંડ પાણીનું વરાળમાં રૂપાંતર કરી શકે છે. જો આ એન્જીનમાં દર કલાકે દર હોર્સપાવર દીઠ ૨૨ પૈાંડ વરાળ ખપતી હોય, તો તે એન્જીન કેટલા ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરશે ?

૫. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૨૦ ઈંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૩૦ ઇંચ છે, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૧૦ છે. પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું સરેરાશ કાર્યસાધક દબાણ ઇન્ડીકેટર ડાયગ્રામ ઉપરથી શોધતાં ૪૨ પૈાંડ છે, તો તે એન્જીનના ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર શોધો ?

૬. કોલસાની એક થપ્પી ૧૦૦ ફુટ લાંબી અને ૨૫ ફુટ પહોળી છે, અને તેનું વજન ૭૦૦ ટન છે, તો તે થપ્પીની ઉંચાઈ કેટલી હશે ?

૭. એક ટાંકી ૩૦ ફુટ લાંબી, ૨૦ ફુટ પહોળી, અને ૬ ફુટ ઉંડી છે. આ ટાંકીમાં એક પમ્પ વડે દર મીનીટે ૩૭૫ ગેલન પાણી પુરૂં પાડવામાં આવે છે, તો તે ટાંકીને આખી ભરવામાં કેટલો વખત લાગશે ?

૮. નીચેની રકમનો દશાંસનાં ત્રણ આંકડા સુધી વર્ગમૂળ શોધો:—૫૭૨૮·૪૯૩.

૯. નીચેની રકમનો દશાંસનાં ત્રણ આંકડા સુધી ઘનમૂળ શોધો:—૨૧·૬.

૧૦. એક લોકોમોટીવ (આગગાડીનાં) એન્જીનનાં પૈડાંઓનો વ્યાસ ૫$\frac{૩}{૪}$ ફુટ છે, અને આગગાડી દર કલાકે ૭૧$\frac{૧}{૨}$ માઇલની ઝડપે દોડે છે, તો એન્જીનનાં પૈડાંની ઝડપ દર મીનીટે કેટલા આંટા હશે ? આ પૈડાંઓની કામ કરવાની શકિતમાં ૩ ટકા વ્યર્થ જવાથી ઘટાડો થાય છે.

૧૧. એક લેંકેશાયર બોયલરના દરેક ચુલાની લંબાઈ ૬ ફુટ અને પહોળાઈ ૨$\frac{૧}{૨}$ ફુટ છે, અને ચુલાની સપાટીના દર ચોરસ ફુટ દીઠ દર કલાકે ૨૦ પૈાંડ કોલસો બળે છે. આ બોયલર ૨૫૦ ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવરનાં એન્જીનને વરાળ પુરી પાડે છે. જો તે એન્જીન દર કલાકે દર ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર દીઠ ૧૮ પૈાંડ વરાળ ખપાવે, તો એક પૈાંડ કોલસો કેટલા પૈાંડ પાણીનું વરાળમાં રૂપાંતર કરશે ?

૧૨. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરમાં વરાળનું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૩૭ પૈાંડ છે, અને પીસ્તનની ઝડપ દર મીનીટે ૫૦૦ ફુટ છે, તો આ એન્જીન ૨૫૦ ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે તે માટે તેનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ કેટલો રાખવો જોઈએ ?

૧૩. એક બોયલરનાં લેપ રીવેટેડ શેલનું ભુંગળું ૬ ફુટ વ્યાસનું બનાવવા માટે કેટલા ફુટ લાંબી પ્લેટ જોઈશે ? સાંધાનો ચઢાવ એટલે લેપ ૧$\frac{૧}{૨}$ ઇંચ છે.

૧૪. એક ટાંકીને પાણીથી સંપૂર્ણ ભરતાં તેમાં ૬૦૦૦ ગેલન પાણી સમાઈ શકે છે. જો તે ટાંકીની ઉંચાઈ ૩ ફુટ અને પહોળાઈ ૬ ફુટ હોય તો તેની લંબાઈ કેટલી હશે ?

૧૫. એક બીડના નક્કર નળાકાર દાગીનાનું વજન ૯૦ પૌંડ છે અને તેનો વ્યાસ ૯ ઇંચ છે, તો તેની ઉંચાઈ કેટલી હશે ?

૧૬. એક સ્ટીમર ઉપર ૮૫૦૦ ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવરનું એન્જીન છે, જેમાં દર કલાકે દર હોર્સપાવર દીઠ ૧$\frac{3}{4}$ પૌંડ કોલસો ખપે છે. જો આ સ્ટીમર એક અઠવાડીયું મુસાફરી કરે તો કેટલા ટન કોલસો ખપશે?

૧૭. એક ૬૫૦ ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવરનાં સ્ટીમ એન્જીનમાં દર કલાકે દર હોર્સપાવર દીઠ ૨૪ પૌંડ વરાળ ખપે છે, તો જ્યારે આ એન્જીન ચાલુ હોય ત્યારે ૧૧$\frac{3}{4}$ કલાકમાં પમ્પ વડે બોયલરમાં કુલ કેટલા ગેલન પાણી દાખલ કરવું જોઈએ ?

૧૮. એક લૅંકેશીયર બોયલરમાં ચુલાની સપાટીના દર ચોરસ ફુટ દીઠ દર કલાકે ૧૫ પૌંડ કોલસો ખપે છે. દરેક ચુલાની લંબાઈ ૫ ફુટ ૬ ઇંચ છે અને પહોળાઈ ૨ ફુટ ૯ ઇંચ છે. કોલસાની એક થપ્પી ૧૬ ફુટ લાંબી, ૧૦ ફુટ પહોળી, અને ૪$\frac{3}{4}$ ફુટ ઉંચી છે તો આ થપ્પીનો સઘળો કોલસો તે બોયલરમાં કેટલો વખત ચાલશે ?

૧૯. એક શંકુ (કોન)નાં તળીયાંનો વ્યાસ ૩ ફુટ છે અને તેની લંબ ઉંચાઇ ૪$\frac{1}{2}$ ફુટ છે, તો તેનું ઘનમાપ એટલે વોલ્યુમ શોધો.

૨૦. એક પાણીની ટાંકી ૨૦ ફુટ લાંબી, ૬ ફુટ પહોળી, અને ૬ ફુટ ઉંચી છે, તો તેને ૮ મીનીટમાં ખાલી કરવા માટે કેટલા હોર્સપાવરનું એન્જીન જોઇશે ?

૨૧. તેલ ભરવા માટે ઢાંકણુ વિનાની એક નળાકાર ટાંકી બનાવવાની છે. ટાંકીનો વ્યાસ ૩ ફુટ ૬ ઇંચ રાખવાનો છે, અને મથાળેથી ૬ ઇંચની ઉંચાઇ જેટલો ભાગ ખાલી રાખતાં તેમાં ૭૫ ગેલન તેલ સમાવવાનું છે. સાંધા, વિગેરે માટે ૫ ટકા લઈએ, તો આખી ટાંકી બનાવવામાં કેટલા ચોરસ ફુટ પોલાદનું પત્રું જોઈશે ?

૨૨. દર કલાકે ૬૫૦૦૦ ગેલન પાણીને ૧૩૦ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવા માટે કેટલા હોર્સપાવર જોઈશે ? જો એક પમ્પીંગ એન્જીન દર હોર્સપાવર દીઠ ૩ પૌંડ કોલસો ખપાવતું હોય, તો ૧૦૦૦ ગેલન પાણી ઉંચે ચઢાવતાં કેટલો કોલસો ખપશે ?

૨૩. મીલનાં એક ચોખૂણુ તળાવની લંબાઈ ૪૫ વાર છે અને પહોળાઈ ૨૬ વાર છે. તે તળાવની એક બાજુએ પાણીની ઉંડાઈ ૧૧ ફુટ છે અને બીજી બાજુએ ઉંડાઈ ૮ ફુટ છે, તો તે તળાવમાં કેટલા ઘનફુટ પાણી હશે ?

૨૪. દાખલા ૨૩માં આપેલાં તળાવને ખાલી કરવાને માટે ૨૫ ઈન્ડીકેટેટ હોર્સપાવરનાં એન્જીનને કેટલો વખત લાગશે ?

૨૫. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૧૬ ઇંચિ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૩૦ ઇંચિ છે, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૨૦ છે. જો પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું વરાળનું સરેરાશ કાર્યસાધક દબાણ દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ ૩૭$\frac{૧}{૨}$ પૌંડ હોય, તો તે એન્જીનના હોર્સપાવર શોધો.

૨૬. એક વ્હીલ અને એકસલના હાથાની લંબાઈ ૧૬ ઇંચિ છે, અને એકસલનો વ્યાસ ૬ ઇંચિ છે. જો આ વ્હીલ અને એકસલનું કાર્યસાધકત્વ એટલે એફીશીઅન્સી ૮૨ ટકા હોય તો હાથાને છેડે ૨૭ પૌંડનું જોર લાગુ પાડવાથી કેટલું વજન ઉપાડી શકાશે ?

૨૭. એક ૬૨૦ હોર્સપારનું સ્ટીમ એન્જીન દર કલાકે દર હોર્સ-પાવર દીઠ ૨૦ પૌંડ વરાળ ખપાવે છે. જો ૭ ટકા વરાળ ગળતર, વિગેરેમાં વ્યર્થ જતી હોય તો બોયલરમાં દર કલાકે કેટલા ગેલન પાણી પુરૂં પાડવું જોઈએ ?

૨૮. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનો વ્યાસ ૪ ઇંચિ છે, વાલ્વથી ફુલક્રમ સુધીનું અંતર ૨$\frac{૧}{૨}$ ઇંચ છે, અને વજનને લીવર ઉપર વાલ્વથી ૨ ફુટ ૩ ઇંચિ દુર મુકવાનું છે, તો આ સેફ્ટી વાલ્વ દર ચોરસ ઇંચે ૧૫૦ પૌંડનાં દબાણે ઉઠી વરાળને બ્લો–ઓફ કરે તે માટે તે વજન કેટલા પૌંડનું જોઈશે ?

૨૯. ૨૦ ફુટ લાંબી, ૮ ફુટ પહોળી, અને ૬ ફુટ ઉંડી પાણીથી ભરેલી એક ટાંકીને ૨૦ મીનીટમાં ખાલી કરવા માટે કેટલા હોર્સપાવરનું એન્જીન જોઇશે ?

૩૦. એક નળાકાર ટાંકીનો વ્યાસ ૪ ફુટ અને ઉંડાઇ ૭ ફુટ છે, તો આ ટાંકીમાં મથાળેથી ૯ ઇંચ સુધી ભરતાં કેટલા ગેલન તેલ સમાઈ શકશે ? જો તેલની સ્પેસીફીક ગ્રેવીટી એટલે વિશિષ્ટ ગુરૂત્વ ૦·૮૨ હોય તો તેલનું વજન શોધો.

૩૧. ૫૦૦ ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવરનું એક સ્ટીમ એન્જીન દર કલાકે દર હોર્સપાવર દીઠ ૩૦ પૌંડ વરાળ ખપાવે છે. જે ટાંકીમાંથી બોયલરને પાણી પુરૂં પાડવામાં આવે છે તે ટાંકીની લંબાઇ ૧૮ ફુટ અને પહોળાઇ ૧૦ ફુટ છે. તો તે ટાંકીમાં પાણી ઉંચાઇમાં ૧ ફુટ ઓછું થાય તે દરમ્યાન એન્જીન કેટલો વખત ચાલશે ?

૩૨. એક બીડનું વજન ૧૭૦ પૌંડનું બનાવવું છે. જો તે વજનની લંબાઇ ૧૬ ઇંચ અને પહોળાઇ ૮ ઇંચિ હોય, તો તેની જાડાઇ કેટલી રાખવી જોઇશે ? બીડનાં એક ધન ઇંચિનું વજન ૦·૨૬૫ પૌંડ છે.

૩૩. એક પમ્પીંગ એન્જીન વડે દર કલાકે ૬૦૦૦ ગેલન પાણી ૪૫૦ ફુટની ઉંડાઇએથી ખેંચવું છે, તો તે માટે પમ્પીંગ એન્જીન કેટલા હોર્સપાવરનું જોઇશે ?

૩૪. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૪૨ ઇંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૬૪ ઇંચ છે અને કટ-ઓફ સ્ટ્રોકના ½ ભાગે થાય છે. જો એન્જીન દર મીનીટે ૬૫ આટાની ઝડપે ફરતું હોય, તો દર કલાકે કેટલા ધનફુટ વરાળ ખપશે ?

૩૫. એક આગગાડીનાં એન્જીનનાં ડ્રાઇવીંગ વ્હીલ્સનો વ્યાસ ૬ ફુટ ૬ ઇંચ છે અને તે દર મીનીટે ૧૬૦ આંટાની ઝડપે ફરે છે. જો સ્લીપ (વ્હીલોનું સરી જવું) ૩ ટકા હોય તો તે એન્જીન દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે દોડતું હશે ?

૩૬. નીચે આપેલી શક્તિ ફુટ-પૌંડમાં દર્શાવો:—

(૧) એક ટનનું વજન ૧૦ ફુટની ઉંચાઈએથી નીચે પડે છે.
(૨) ૩ પૌંડ પાણીને ૬૮°F ઉપરથી ૧૩૬°F સુધી ગરમ કરવામાં આવે છે.
(૩) એક હોર્સપાવર-અવર (one horsepower-hour).

૩૭. એક ટ્રેનનું વજન એન્જીન સાથે ૧૩૦ ટન છે, અને તે દર કલાકે ૩૫ માઇલની ઝડપે સીધી સપાટ સડક ઉપર દોડે છે. જો કોએફીશન્ટ ઓફ રીઝીસ્ટન્સ એટલે ખેંચાણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૦ પૌંડ હોય, તો તે ટ્રેનને ખેંચવા માટે એન્જીનને કેટલા ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરવા જોઈશે?

૩૮. એક વોટર ટયુબ બોયલરમાં ૩૫૦ ટયુબો છે. દરેક ટયુબનો અંદરનો વ્યાસ ૨.૫ ઇંચ અને લંબાઈ ૮ ફુટ છે, તો કુલ હીટીંગ સરફેસ શોધો?

૩૯. એક કુવામાં પાણીની સપાટી મથાળેથી ૨૦ ફુટ નીચે છે. એક પમ્પ વડે ૫૦૦ ગેલન પાણી કાઢી લેતાં પાણીની સપાટી મથાળેથી ૨૬ ફુટ નીચે જાય છે, તો આ ક્રિયામાં કેટલા ફુટ-પૌંડ કામ થયું હશે?

૪૦. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૧૬ ઇંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૩૦ ઇંચ છે, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૨૦ છે. જો પીસ્તન ઉપર કાર્ય કરતું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૩૭.૫ પૌંડ હોય, તો તે એન્જીનના ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર શોધો.

૪૧. એક સ્ટીમ એન્જીનમાં દર કલાકે દર હોર્સપાવર દીઠ ૨૦ પૌંડ વરાળ ખપે છે; એક પૌંડ કોલસો ૭ પૌંડ પાણીનું વરાળમાં રૂપાંતર કરી શકે છે, અને એન્જીન દરરોજ ૧૧ કલાક ચાલે છે, તો ૫૫૦ હોર્સપાવરનાં એન્જીન માટે રોજના કેટલા પૌંડ કોલસો ખપશે?

૪૨. જો ૨૧૦ હોર્સપાવરનું લોકોમોટીવ એન્જીન તેની પાછળ જોડેલી ટ્રેનને કલાકના ૨૫ માઇલની ઝડપે ખેંચે છે, તો તે એન્જીન ટ્રેનને કેટલા જોરથી ખેંચે છે તે શોધો.

૪૩. એક ૪ ટનનાં વજનને ૩$\frac{1}{2}$ મીનીટમાં ૩૧૨ વારની ઉંચાઈએ ચઢાવવામાં આવે છે, તો (૧) કુલ કામ કેટલું થશે તે ફુટ–પૈાંડમાં શોધો, અને (૨) હોર્સપાવર શોધો.

૪૪. એક દોરડાંને એક ખાંચાવાળી પુલી ઉપર રાખી તેને એક છેડે ૫૪ પૈાંડનું વજન લટકાવ્યું છે. દોરડાના બીજા છેડા ઉપર ૭૨ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડી તે વજનને ૧૨$\frac{1}{2}$ ફુટ ઉંચે ચઢાવવામાં આવે છે, તો પુલી ઉપરનાં ઘર્ષણને દુર કરવામાં કેટલું કામ થયું હશે તે શોધો, અને આ રચનાનું કાર્યસાધકત્વ એટલે એફીશીઅન્સી શોધો.

૪૫. એક એન્જીન અને પમ્પની સંયુક્ત એફીશીઅન્સી ૬૦ ટકા છે, તો આ એન્જીન અને પમ્પ વડે ૪૨૦૦ ગેલન પાણીને ૧૮૦ ફુટ ઉંચે ચઢાવતાં કેટલો વખત લાગશે? એન્જીન ૧૦ હોર્સપાવરનું છે.

૪૬. ૨૭ હંડ્રેડવેટના અવરોધ (રીઝીસ્ટન્સ)ને ૩૬ મીનીટમાં ૨$\frac{1}{2}$ માઈલનાં અંતરે હઠાવતાં કેટલા હોર્સપાવર જોઈશે?

૪૭. જો એન્જીન અને પમ્પની સંયુક્ત એફીશીઅન્સી ૬૬ ટકા હોય, તો એક ૮ હોર્સપાવરનાં એન્જીનને ૨૦૦૦ ગેલન પાણી ૨૧૦ ફુટની ઉંચાઈએ ચઢાવતાં કેટલો વખત લાગશે?

૪૮. એક કેપ્સ્તનના હાથા (આર્મ્સ) તેનાં બેરલની ત્રિજયાથી ૧૨ ગણા લાંબા છે. જો ૪ માણસ દરેક ૫૦ પૈાંડનું જોર કેપ્સ્તનના હાથાને છેડે લાગુ પાડે, તો દોરડાં ઉપર આવતું ખેંચાણ કેટલું હશે?

૪૯. એક વજન ઉપાડવાનાં યંત્ર વડે ૧૩૬૫ પૈાંડનું વજન ઉપાડવા માટે ૬૫ પૈાંડનાં જોરની જરૂર પડે છે, તો તે યંત્રનો યાંત્રિક લાભ (મીકેનીકલ એડવાન્ટેજ) શોધો. જો ગતિનું પ્રમાણ (વેલોસીટી રેશ્યો) ૨૮ હોય તો તે યંત્રની એફીશીઅન્સી શોધો.

૫૦. એક ૨૪ ઈંચ વ્યાસની પુલી અથવા ચક્કર એક મીનીટમાં ૩૦૦ આંટા ફરે છે, અને તે એક બીજી ૩૬ ઈંચ વ્યાસની પુલી અથવા ચક્કરને પટાથી ચલાવે છે, તો આ બીજી પુલીની ઝડપ કેટલી હશે? આ રચનાની આકૃતિ કાઢો.

૫૧. ૫ ટનનાં વજનનું એક ફ્લાઈ વ્હીલ ૧૨ ઇંચ વ્યાસની એક ધરી ઉપર ફરે છે, અને ઘર્ષણનો ગુણક (કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન) ૧/૨૦ છે, તો ફ્લાઈ વ્હીલના એક આંટામાં ઘર્ષણ દુર કરવા માટે કેટલા એકમ કામ ખર્ચ થશે. જો ફ્લાઈ વ્હીલ દર મીનીટે ૬૦ આંટાની ઝડપે ફરતું હોય, તો ઘર્ષણમાં ખર્ચ થતા હોર્સપાવર શોધો.

૫૨. એક એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૪૦ ઇંચિ છે, પીસ્તનની ઝડપ દર મીનીટે ૫૬૦ ફુટ છે, અને સરેરાશ કાર્યસાધક દબાણ દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ ૨૪·૫ પૈાંડ છે. જો ઇન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર નોમીનલ હોર્સપાવરના ૭ ગણા હોય, તો તે એન્જીનના નોમીનલ હોર્સપાવર શોધો.

૫૩. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનો વ્યાસ ૩ ઇંચિ છે, અને વાલ્વનું વજન ૫ પૈાંડ છે. ફ્લક્રમથી વાલ્વનું મધ્ય ૩ ૧/૨ ઇંચિ દુર છે. લીવરનું વજન ૮ પૈાંડ છે અને તેનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ફ્લક્રમથી ૧૦ ઇંચિ દુર છે. વરાળનું દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૬૦ પૈાંડ છે. જો લીવરના છેડા આગળનું વજન ૫૬ પૈાંડનું હોય તો વજનથી ફ્લક્રમ સુધીનું અંતર શોધો.

૫૪. એક વ્હીલ અને એકસલમાં લાગુ પાડેલી શક્તિના ૨૧ ટકા ઘર્ષણમાં વ્યર્થ જાય છે. ડ્રમનો વ્યાસ ૧૨ ઇંચિ, દોરડાંનો વ્યાસ ૧ ૧/૪ ઇંચિ, અને હાથાની લંબાઈ ૧૮ ઇંચ છે, તો હાથાને છેડે લાગુ પાડેલાં ૮૦ પૈાંડનાં જોર વડે કેટલું વજન ઉપાડી શકાશે ?

૫૫. એક પીનીઅનને ૭/૮ ઇંચિ પીચના ૧૬ દાંતા છે અને તે એક રેક સાથે ગીયર થાય છે. જો પીનીઅન ૩ ૧/૨ આંટા ફરે, તો રેક કેટલું અંતર ચાલશે ? જો પીનીઅનને ૧૪ ઇંચિ લાંબા હાથાને છેડે ૩૫ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડી ફેરવવામાં આવે, તો જે જોરથી રેક આગળ ચાલે છે તે જોર શોધો.

૫૬. એક ટ્રેન (આગગાડી)નું વજન ૮૦ ટન છે અને સપાટ સડક ઉપર તેની ઝડપ દર કલાકે ૪૦ માઇલ છે, તો એન્જીનના હોર્સ-પાવર શોધો. જો સડકનો ઢાળ ૧૦૦એ ૧ ૧/૪નો હોય અને એન્જીન

આગળ જેટલાજ પાવરનો ખર્ચ કરે, તો આ ઢાળ ઉપર ચઢતાં તે ટ્રેનની ઝડપ શોધો. ઘર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૬૨ પૌંડ છે.

૫૭. એક કેપ્સ્તન ૪ માણસો વડે ચલાવવામાં આવે છે. મધ્ય-રેખાથી ૪ ફુટનાં અંતરે દરેક માણસ ૩૦ પૌંડનું એકસરખું જોર કરે છે, દોરડાંનો વ્યાસ $\frac{૩}{૪}$ ઇંચિ છે અને તેને ૫$\frac{૧}{૨}$ ઇંચ ત્રિજ્યાનાં ડ્રમની ફરતે લપેટવામાં આવે છે, તો દોરડાં ઉપરનું જે ખેંચાણ હાથાઓ ઉપરનાં દબાણને સમતોલ કરે છે તે શોધો.

૫૮. "જોર" (ફોર્સ) માપવામાં તમો કયો એકમ વાપરો છો, અને "જોર વડે થયલું કામ" માપવામાં તમો કયો એકમ વાપરો છો?

એ ઘોડો દર ટને ૪૦ પૌંડનું ખેંચાણ કરી એક સપાટ સડક ઉપર ૧૫ હંન્ડ્રેડવેટનું વજન ખેંચે છે. જો $\frac{૧}{૨}$ હોર્સપાવર પ્રમાણે વજન ઉપર તે કામ કરે, તો ૧૦ મીનીટમાં તે ઘોડો કેટલું અંતર ચાલશે?

૫૯. એક સીંગલ એકટીંગ પમ્પીંગ એન્જીનના પીસ્તનનો વ્યાસ ૨૦ ઇંચ છે; વરાળનું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ ૬૦ પૌંડ છે; ક્રેંકની લંબાઈ ૧૫ ઇંચિ છે; અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૨૦ છે. એમ માલમ પડયું કે દર મીનીટે ૧૦૦ ઘનફુટ પાણીને ૮૦ ફુટની ઉંચાઈએ ચઢાવવામાં આવે છે, તો તે એન્જીન અને પમ્પની એફીશી-અન્શી (કાર્યસાધકત્વ) શોધો.

૬૦. ધાતુના એક સમાન સળીયાની લંબાઈ ૩૬ ઇંચિ છે અને તેનું વજન ૪૦ પૌંડ છે. આ સળીયાને એક છેડે ૬૦ પૌંડનું વજન લટકાવવામાં આવ્યું છે, તો ફલક્રમનું સ્થાન શોધો.

૬૧. એક વાંકાં અથવા બેલ ક્રેંક લીવરના બન્ને આર્મ્સ એક બીજાથી કાટખૂણે છે, અને તે બન્ને અનુક્રમે ૧૬$\frac{૧}{૨}$ ઇંચ અને ૩$\frac{૯}{૧૬}$ ઇંચ લાંબા છે. જો આ લીવરના ટુંકા આર્મ (હાથા)ને છેડે અને તેનાથી કાટખૂણે ૩૦૦ પૌંડના અવરોધને દુર કરવો હોય, તો લીવરના લાંબા આર્મ (હાથા)ને છેડે અને તેનાથી કાટખૂણે કેટલું જોર વાપરવું પડશે?

૬૨. એક ૨૫૦ હોર્સપાવરનું લોકોમોટીવ (આગગાડીનું એન્જીન) તેની પાછળ જોડેલી ત્રેનને ૩૦૦૦ પૈંડનાં જોરથી ખેંચે છે, તો તે ત્રેન દર કલાકે કેટલા માઇલની ઝડપે દોડતી હશે ?

૬૩. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનું ક્ષેત્રફળ ૫ ચોરસ ઈંચિ છે, અને તેનું વજન ૨½ પૈંડ છે. લીવર ઉપરનું વજન ૫૦ પૈંડ છે. ફુલક્રમથી વાલ્વનાં મધ્ય સુધીનું અંતર ૨½ ઈંચિ છે. લીવરનું વજન ૧૪ પૈંડ છે અને તેનું ગુરૂત્વમધ્યબિંદુ ફુલક્રમથી ૬½ ઈંચ દુર છે, તો વાલ્વને દર ચોરસ ઈંચિ દીઠ ૯૦ પૈંડનાં દબાણે ઉકાડી વરાળ બ્લો-ઓફ કરવા માટે વજનને લીવર ઉપર ફુલક્રમથી કેટલે દુર મુકવું જોઈએ તે શોધો.

૬૪. એક પ્લેનીંગ મશીનની ટેબલ દર મીનીટે ૭ સ્ટ્રોકની ઝડપે ચાલે છે અને સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૫½ ફુટ છે. ટેબલનું પોતાનું વજન ૧½ હંન્ડ્રેડવેટ છે. જો ઘર્ષણનો ગુણક એટલે કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન ૦.૦૯ હોય, તો તે ટેબલને ચલાવવામાં દર કલાકે કેટલું કામ થશે તે શોધો.

૬૫. જો ૫૦૦૦ ઈન્ડીકેટેડ હોર્સપાવરનું એક એન્જીન દર કલાકે દર ઈન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર દીઠ ૧.૮ પૈંડ કોલસો ખપાવે, તો ૨૪ કલાકમાં તે કેટલા ટન કોલસો ખપાવશે ?

૬૬. એક સીંગલ સીલીન્ડર ડબલ એકટીંગ સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૧૬ ઈંચિ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨ ફુટ છે, અને દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૧૧૦ છે. જો પીસ્તન ઉપરનું સરેરાશ કાર્ય-સાધક દબાણ દર ચોરસ ઈંચ દીઠ ૩૫ પૈંડ હોય તો તે એન્જીનના ઈન્ડીકેટેડ હોર્સપાવર શોધો.

૬૭. એક પૈંડ સારી જાતના કોલસાની ગરમી આપવાની શક્તિને ફુટ-પૈંડમાં દર્શાવો ? સારી જાતના કોલસાની ગરમી આપવાની શક્તિ દર પૈંડ દીઠ ૧૩૫૦૦ બી. થ. યુ. છે.

૬૮. એક એન્જીન અને ત્રેનનું વજન ૧૦૦૦ ટન છે અને તે ૭૫૦ હોર્સપાવર આપી શકે છે. જો ત્રેનની ઝડપ દર કલાકે ૩૩

માઇલની હોય, તે એન્જીન અને ટ્રેનની ગતિને નડતો અવરોધ (રીઝીસ્ટન્સ) દર ટન દીઠ કેટલા પોંડ હશે ?

૬૯. ૨૦ ફુટ ચોરસ અને ૪૦ ફુટ ચોરસ તળીયાંવાળી બે ઘન (ક્યુબીકલ) ટાંકીઓને એવી રીતે ગોઠવવામાં આવી છે કે મોટી ટાંકીનું તળીયું પાણીથી ભરેલી નાની ટાંકીનાં તળીયાથી ૪૦ ફુટ ઉંચે છે, તો નાની ટાંકીમાંનાં પાણીને મોટી ટાંકીમાં ચઢાવતાં પમ્પને કેટલું કામ કરવું પડશે ?

૭૦. ૩૦ ફુટ લાંબા એક ભારવટીઆ એટલે બીમ ઉપર બે વજનો મુકેલાં છે. ૧૦૦૦ પૈાંડનું એક વજન એક છેડાથી ૮ ફુટ દૂર મુકેલું છે, અને ૧૫૦૦ પૈાંડનું બીજું વજન બીજા છેડાથી ૬ ફુટ દૂર મુકેલું છે. જો પહેલા છેડા આગળનું પ્રતિકાર્ય ૧૫૦૦ પૈાંડ હોય તો બીમનું વજન શોધો.

૭૧. એક સ્ટીમ એન્જીનના પીસ્તનનો વ્યાસ ૨૦ ઇંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨૮ ઈંચ છે, વરાળનું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૬૬ પૈાંડ છે, અને એન્જીનની ફરવાની ઝડપ દર મીનીટે ૨૦ આંટા છે. આ એન્જીન ડબલ એકટીંગ છે અને દર મીનીટે ૨૦૦ ઘનફુટ પાણીને ૮૮ ફુટની ઉંચાઈએ ચઢાવી શકે એવા ડબલ એકટીંગ પમ્પને તે ચલાવે છે, તો આ પ્લાન્ટની એફીશીયન્સી એટલે કાર્યસાકત્વ શોધો.

૭૨. એક ઢાળ (ઇન્કલાઇન્ડ પ્લેન) ઉપર ઘર્ષણને લીધે નડતો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૫૦ પૈાંડ છે, તો દર ૨૫ ફુટની લંબાઈએ ૧ ફુટના ઢાળવાળા રસ્તા ઉપર ૫ ટનનાં વજનને ૩૦૦ ફુટની ઉંચાઈએ ચઢાવવામાં કેટલું કામ થશે, અને તેજ વજનને નીચે ઉતારતાં કેટલું કામ થશે ?

૭૩. એક લોકોમોટીવ (આગગાડીનાં એન્જીન)નાં ડ્રાઇવીંગ વ્હીલ્સ એટલે ચલાવનારાં પૈડાનો વ્યાસ ૭ ફુટ છે, તો જ્યારે એન્જીન દર કલાકે ૬૯ માઇલની ઝડપે દોડતું હોય ત્યારે તે એન્જીનનાં ડ્રાઇવીંગ વ્હીલ્સ દર મીનીટે કેટલા આંટા ફરશે ? જો સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨૮ ઇંચ હોય, તો દર મીનીટે પીસ્તનની ઝડપ શોધો.

૭૪. દર ફુટ દીઠ ૩ પૈાંડનાં વજનનાં ૩૦૦ ફુટ લાંબાં એક દોરડાંને એક ડ્રમ ઉપરથી લટકાવેલું છે, અને તેના લટકતા છેડા સાથે ૨ ટનનું વજન બાંધેલું છે, તો તે દોરડાંને ડ્રમ ઉપર (૧) ૧૦૦ ફુટની લંબાઈ, (૨) ૨૦૦ ફુટની લંબાઈ, અને (૩) આખી લંબાઈ લપેટતાં કેટલું કામ થશે તે શોધો.

૭૫. ૫ ફુટ ચોરસ તળીયાંવાળી એક ચોખૂણ ટાંકીમાંથી ૬ ફુટ વ્યાસનાં તળીયાંવાળી એક નળાકાર ટાંકીમાં ૨૫૦ ઘનફુટ પાણીને એક પમ્પ વડે મોકલવામાં આવે છે. નળાકાર ટાંકીનું તળીયું ચોખૂણ ટાંકીનાં તળીયાંથી ૨૦ ફુટ ઉંચે છે, તો આ ક્રિયામાં થયલું કામ શોધો.

૭૬. ૧૦ ફુટ વ્યાસનાં એક ફ્લાઈ વ્હીલને ૪ ઇંચિ વ્યાસની એક શાફ્ટ ઉપર ચાવીથી સજ્જડ કરેલું છે, અને તે દર મીનીટે ૩૦૦ આંટાની ઝડપે ફરે છે. ફ્લાઈ વ્હીલ અને શાફ્ટનું વજન ૧$\frac{3}{4}$ ટન છે અને ઘર્ષણનો ગુણક (કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન) ૦·૦૨૫ છે, તો તે ફ્લાઈ વ્હીલ ચલાવવામાં કેટલા હોર્સ પાવર ખર્ચ થશે ?

૭૭. ૩ ફુટ વ્યાસની અને ૭ ફુટ ઉંચી એક નળાકાર ટાંકીને એક પમ્પ વડે પાણીથી ભરતાં કેટલો વખત લાગશે ? પમ્પનો વ્યાસ ૪ ઇંચિ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૨ ઇંચિ છે, અને દર મીનીટે કાર્યસાધક સ્ટ્રોક ૧૦૦ છે.

૭૮. ૮ હોર્સ પાવરનું એક એન્જીન $\frac{3}{4}$ મીનીટમાં ૯૦ ફુટની ઉંચાઈએ કેટલું વજન ઉપાડી શકશે ? વળી તેજ એન્જીન તેટલાજ વખતમાં ૧$\frac{3}{4}$ ટનનાં વજનને કેટલી ઉંચાઈએ ઉપાડી શકશે ?

૭૯. ૨૪૦ ફુટ લાંબી અને દર ફુટ લંબાઈ દીઠ ૧૦ પૈાંડનાં વજનની એક સાંકળને એક ડ્રમ ઉપરથી લટકાવવામાં આવી છે. આ સાંકળના નીચલા લટકતા છેડા સાથે ૫ ટનનું વજન બાંધેલું છે, તો આ વજનને ૬ મીનીટમાં ૨૦૦ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડવા માટે કેટલા હોર્સપાવર જોઈશે તે શોધો.

૮૦. એક સ્ટીમ એન્જીનમાં પીસ્તનનો વ્યાસ ૩૦ ઈંચિ છે, સરેરાશ કાર્યસાધક દબાણ દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ ૨૫ પૈાંડ છે, દર મીનીટે આંટાની સંખ્યા ૫૮ છે, અને ઈન્ડીકેટેડ હોર્સ પાવર ૧૨૫ છે, તો ક્રેંકની લંબાઈ શોધો.

૮૧. ૪૦ હોર્સપાવરનું એક ત્રેકશન એન્જીન એક સપાટ સડક ઉપર ૧૪ ટનનો બોજો ખેંચે છે. અવરોધ દર ટન દીઠ ૨૦ પૈાંડ છે. જો એન્જીનનું પોતાનું વજન ૭ ટન હોય તો દર કલાકે તેની ઝડપ શોધો. વળી જ્યારે તે એન્જીન ૨૦૦ એ ૧ના ઢાળવાળી સડક ઉપરથી નીચે ઉતરે ત્યારે તેની ઝડપ કેટલી હશે ?

૮૨. એન્જીન વડે ચાલતા એક પમ્પ વડે દર કલાકે ૨૦૦ ગેલન પાણીને ૨૦ ફુટની ઉંડાઈએથી ઉપાડવાનું છે. જો પમ્પની એફીશીઅન્સી ૬૦ ટકા હોય, તો પમ્પ ચલાવવા માટેનાં એન્જીનના હોર્સપાવર શોધો.

૮૩. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૬૦ ઈંચ છે. વરાળને સ્ટ્રોકના ૧ ફુટે કટ-ઓફ્ કરવામાં આવે છે. જો એન્જીન દર મીનીટે ૯૦ સ્ટ્રોક કરે, તો દર કલાકે તે એન્જીનમાં કેટલા ઘનફુટ વરાળ જોઈશે ? જો ૧ ઘનફુટ વરાળનું વજન ૧૨ પૈાંડ હોય, તો તે વરાળનું વજન શોધો.

૮૪. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૭૨ ઈંચિ છે અને સ્ટ્રોક ૭ ફુટ લાંબો છે, તો તે સીલીન્ડરનું ઘનમાપ (વોલ્યુમ) શોધો. વળી આ સીલીન્ડરને વાતાવરણનાં દબાણની વરાળથી ભરવા માટે કેટલા પૈાંડ પાણીનું વરાળમાં રૂપાંતર કરવું જોઈશે ? એમ આપેલું છે કે વાતાવરણનાં દબાણની વરાળનું ઘનમાપ એટલે વોલ્યુમ તેને જે પાણીમાંથી ઉત્પન્ન કરવામાં આવી છે તે પાણીનાં ઘનમાપ એટલે વોલ્યુમ કરતાં ૧૬૭૦ ગણું મોટું છે. એક પૈાંડ પાણીનું ઘનમાપ એટલે વોલ્યુમ ૦.૦૧૬ ઘનફુટ છે.

૮૫. ૧૫ હોર્સપાવરનાં એન્જીન અને પમ્પ વડે એક કલાકમાં કેટલા ગેલન પાણીને ૫૦૦ ફુટની ઉંચાઈએ ચઢાવી શકાશે ? એફી-શીઅન્સી ૭૭ ટકા છે.

૮૬. ૬ ટનનાં વજનનું એક ત્રેકશન એન્જીન પોતાની પાછળ ૨૪ ટનનાં વજનને દર કલાકે ૧૦ માઇલની ઝડપે ખેંચી જાય છે. જો એન્જીન ૩૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે, તો કુલ વજનનાં દર ટન દીઠ ખેંચાણને નડતો કુલ અવરોધ કેટલો હશે તે શોધો.

૮૭. એક સ્ટીમ એન્જીનના સ્લાઇડ વાલ્વની સરતી સપાટી ૧૦ ઈંચ લાંબી અને ૧૬ ઈંચ પહોળી છે. વાલ્વની પીઠ ઉપર વરાળનું દબાણ દર ચોરસ ઈંચ દીઠ ૭૫ પૈાંડ છે. જો તે સ્લાઇડ વાલ્વને ચલાવવા માટે ૧૭૫૦ પૈાંડનું જોર જોઈએ, તો વાલ્વનો ઘર્ષણનો ગુણક એટલે કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન શોધો.

૮૮. ૩૦ ફુટ લાંબા એક બીમ ઉપર નીચે પ્રમાણે ત્રણ વજનો લાધેલાં છેઃ— એક છેડેથી ૫ ફુટ દુર ૧૬૦ પૈાંડનું વજન; તેજ છેડેથી ૧૮ ફુટ દુર ૨૪૦ પૈાંડનું વજન; અને બીજે છેડેથી ૬ ફુટ દુર ૨૦૦ પૈાંડનું વજન. તો બીમનું વજન ધ્યાનમાં ન લેતાં બન્ને છેડાઓ આગળનાં પ્રતિકાર્ય શોધો.

૮૯. એક કલાકમાં એક હોર્સપાવરનો ખર્ચ કરવામાં આવે છે, તો આ શક્તિને ફુટ–પૈાંડમાં દર્શાવો. એક હાઈડ્રોલીક કુમ્પની (પાણી પુરૂં પાડનારી કુમ્પની) દર ચોરસ ઈંચ દીઠ ૧૦૦૦ પૈાંડનાં દબાણે ૧૦૦૦ ગેલન પાણી ૧ રૂ. ૪ આનાની કિંમતે પુરૂં પાડે છે, તો દર હોર્સપાવર–અવર (એટલે એક કલાકમાં એક હોર્સપાવર) દીઠ શું કીંમત પડશે ?

૯૦. એક ઘોડો સપાટ સડક ઉપર દર ટન દીઠ ૪૦ પૈાંડનું ખેંચાણ કરી ૧૫ હંડ્રેડવેટનાં વજનને ખેંચે છે. જો વજન ખેંચવામાં તે ઘોડો $\frac{1}{2}$ હોર્સપાવર જેટલું કામ કરે, તો ૧૦ મીનીટમાં તે કેટલું અંતર ચાલશે ?

૯૧. એક સ્ટીમ એન્જીન ૨૫૦ હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે એવું જોઈએ છે. પીસ્તન ઉપરનું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૪૬ પૈાંડ છે, અને પીસ્તનની ઝડપ દર મીનીટે ૫૦૦ ફુટ છે, તો તે એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ શોધો.

૯૨. એક લોકોમોટીવ એન્જીનનું વજન ૩૦ ટન છે અને તે પોતાની પાછળ ૩૭૦ ટનનાં વજનની એક ટ્રેનને ખેંચે છે. ડ્રાઇવીંગ વ્હીલનો વ્યાસ ૮ ફુટ છે અને તે એક મીનીટમાં ૨૪૦ આંટા ફરે છે. જો ટ્રેકશન દર ટન દીઠ ૮ પૈાંડ હોય, તો તે એન્જીન કેટલા હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરતું હોવું જોઈએ ?

૯૩. દર ફુટે ૩ પૈાંડનાં વજનની એક સાંકળને એક લીસી સ્થાઈ પુલી ઉપરથી એવી રીતે પસાર કરવામાં આવે છે કે તેની એક બાજુ ઉપર સાંકળ ૨૦ ફુટ લટકતી રહે છે અને બીજી બાજુ ઉપર ૧૦ ફુટ લટકતી રહે છે, તો જ્યારે તે પુલીને એવી રીતે ફેરવીએ કે જેથી સાંકળનો ઉપલો છેડો નીચલા છેડાથી ૬ ઇંચ ઉપર રહે ત્યારે તે ક્રિયા દરમ્યાન કેટલું કામ થશે તે કામની આકૃતિ પાડી બરાબર સમજાવો.

૯૪. એક ક્રેનના ૧૬ ઇંચ લાંબા હાથા ઉપર એક માણસ ૨૪ પૈાડનું જોર લાગુ પાડે છે. જ્યારે હાથો એક મીનીટમાં ૬ વખત ફરે છે ત્યારે તે માણસને માલમ પડે છે કે ૬ હંડ્રેડવેટનું વજન માત્ર ૧ ફુટ ઉંચે ચઢ્યું છે, તો તે ક્રેનનું મોડયુલસ (એફીશીઅન્સી) શોધો.

૯૫. ૪૨ દાંતાનું એક પીનીઅન (ચક્કર) ૧ ઇંચ સરક્યુલર પીચવાળા રેકને ૧૫ ઇંચિ લાંબા હાથાથી ચલાવે છે, તો જ્યારે તે હાથા ઉપર ૬૦ પૈાંડનું જોર લાગુ પાડવામાં આવે ત્યારે રેક ઉપર ચલાવનારૂં દબાણ કેટલું આવશે તે કામનો નિયમ લાગુ પાડી શોધો.

૯૬. એક હોર્સપાવર એક કલાક સુધી વપરાય છે, તો આ શક્તિને ફુટ–પૈાંડમાં દર્શોવો.

એક પાણી પુરૂં પાડનારી (હાઈડ્રોલીક) કુમ્પની દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૭૫૦ પૈાંડનાં દબાણવાળું ૧૦૦૦ ગેલન પાણી ૧ રૂપીઓ ૮ આનાની કિંમતે પુરૂં પાડે છે, તો એક કલાકમાં એક હોર્સપાવરની શું કીંમત પડશે તે શોધો.

૯૭. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૧૬ ઇંચ છે, અને સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૨૪ ઇંચ છે. જો વરાળનું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૩૬ પૈાંડ હોય, તો ૧૯૦ સ્ટ્રોકમાં કેટલા ફુટ–પૈાંડ કામ આપશે ?

૯૮. એક ટ્રેન ૭૭ મીનીટમાં ૫૬ માઇલ જાય છે, તો તે એક કલાકમાં કેટલા માઇલ જશે અને એક સેકન્ડમાં કેટલા ફુટ જશે ?

૯૯. એક આડા સળીયા ઉપર તેના એક છેડેથી ૨, ૬, ૭ અને ૯ ફુટ છેટે અનુક્રમે ૧૦ પૈાંડનાં ૪ વજનો મુકવામાં આવ્યાં છે. જો તે સળીયો ૧૦ ફુટ લાંબો હોય અને તેનું વજન ૨૦ પૈાંડ હોય, તો તે સળીયાને આડી દિશામાં સમતોલ કરવા માટે ફલક્રમ ક્યાં મુકવું જોઈએ ?

૧૦૦. ૪૪૦ ઘનફુટ પાણીને ૧૫૦ ફુટની ઉંચાઈએ ચઢાવતાં કેટલું કામ થશે તે શોધો. જો લાગુ પાડેલી શક્તિના ૨૫ ટકા ઘર્ષણ, ગળતર, વીગેરેમાં વ્યર્થ જાય, તો આ કામ ૧૦ મીનીટમાં કરવા માટે જોઈતા હોર્સપાવર શોધો.

૧૦૧. ૬ ટન વજનનું એક ફ્લાઈ વ્હીલ ૧૨ ઇંચિ વ્યાસની શાફ્ટ ઉપર ફરે છે. શાફ્ટની બેરીંગમાં ઘર્ષણનો ગુણક ૦.૦૬ છે. જો ફ્લાઈ વ્હીલની ફરવાની ઝડપ દર મીનીટે ૧૫૦ આંટા હોય, તો એક કલાકમાં ઘર્ષણનો અવરોધ દુર કરવામાં કેટલા ફુટ–પૈાડ કામનો ખર્ચ થશે ?

૧૦૨. એક લોકોમોટીવ એન્જીન અને ટ્રેનનું વજન ૪૦૦ ટન છે. તેમની ઝડપ દર કલાકે ૨૫ માઇલની છે, અને રેલવે સડક સપાટ છે. જો ખેંચાણના અવરોધનો ગુણક કુલ વજનના દર ટન દીઠ ૧૨ પૈાંડ હોય, તો તે એન્જીનના હોર્સપાવર શોધો.

૧૦૩. એક ઘોડો દર કલાકે ૪ માઇલની ઝડપે ચાલી ૩ મીનીટમાં ૩૪૬૫૦ ફુટ–પૈાંડ કામ કરે છે, તો આ ક્રિયા દરમ્યાન તે ઘોડો ચાલુ કેટલું ખેંચાણ કરતો હશે તે શોધો.

૧૦૪. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનું ક્ષેત્રફળ ૧૬ ચોરસ ઇંચ છે, વાલ્વનાં મધ્યથી ફલક્રમ સુધીનું અંતર ૧ લેવાનું છે, અને લીવર ઉપરનાં વજનને ૩, ૫, ૬, અને ૮ વડે દર્શાવેલાં અંતરોએ મુકી શકાય છે, તો જ્યારે ૮૦ પૈાંડનુ વજન આ જુદાં જુદાં સ્થાનોએ વારાફરતી મુકવામાં આવે ત્યારે વાલ્વ સ્ટીમને બ્લોઓફ કરે ત્યારે વરાળનાં દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ કેટલાં હશે તે શોધો. લીવર અને વાલ્વનું વજન ધ્યાનમાં લેવાનું નથી.

૧૦૫. એક એન્જીન ૨ ટન વજનના કોલસાને ૨ મીનીટમાં ૫૦૦ ફુટ ઉંડા ખાણમાંથી બહાર કાઢી શકે છે, તો તે એન્જીનના હોર્સપાવર શોધો.

૧૦૬. "હોર્સપાવર"ની વ્યાખ્યા આપો. એક પટાની ઝડપ દર મીનીટે ૨૦૦૦ ફુટ છે, અને તે પટાની બન્ને બાજુઓ ઉપરનાં ખેંચાણો વચ્ચેનો તફાવત ૩૬૩ પૈાંડ છે, તો એક મીનીટમાં તે પટા વડે થતું કામ શોધો, અને વળી સંચાર થતા હોર્સપાવર શોધો.

૧૦૭. એક મોટરકારની ઝડપ દર કલાકે ૨૫ માઇલ છે, તો દર સેકન્ડે તેની ઝડપ કેટલા ફુટ હશે? જો તે મોટરકારની ઝડપ એકજ સરખી કાયમ રાખવામાં આવે, તો ૩ માઇલનું અંતર પસાર કરવાને તેને કેટલી મીનીટ લાગશે?

૧૦૮. "કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન"ની વ્યાખ્યા આપો. ૨ માઇલ લાંબી એક આડી સપાટ સપાટી ઉપર ૨૨ હંન્ડ્રેવેટનાં વજનને ખેંચી જવામાં કેટલું કામ થશે તે શોધો. કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન એટલે ઘર્ષણનો ગુણક ૦·૦૪ છે.

૧૦૯. એક પ્લેનીંગ મશીનની ટેબલને રેક અને પીનીઅન વડે ચલાવવામાં આવે છે. પીનીઅનનાં પીચ સર્કલનો વ્યાસ ૬ ઇંચ છે, તો ટેબલને દર મીનીટે ૧૬ ફુટની ઝડપે ચલાવવા માટે પીનીઅનને કેટલી ઝડપે ફેરવવું જોઈએ?

૧૧૦. ૩૦ ફુટ લાંબા અને ૬૦૦ પૈાંડનાં વજનના એક બીમ ઉપર નીચે પ્રમાણેનાં વજનો લાધ્યાં છેઃ-જમણા હાથ તરફના ટેકાથી ૪ ફુટ દુર ૪૦૦ પાંડનું વજન; તેજ ટેકાથી ૧૮ ફુટ દુર ૧૦૦૦ પાંડનું વજન; ડાબા હાથ તરફના ટેકાથી ૭ ફુટ દુર ૪૦૦૦ પાંડનું વજન. તો બન્ને ટેકાઓ ઉપરનાં દબાણો શોધો.

૧૧૧. એક માણસ હેન્ડ ક્રેન (હાથથી ચાલતી ક્રેન)ને ચલાવતાં ૧૬ ઇંચ લાંબા હાથા ઉપર ૨૮ પાંડનું જોર લાગુ પાડે છે, અને એક મીનીટમાં હાથાને ૧૦ આંટા ફેરવે છે. ૩ મીનીટમાં તે માણસ ૬ હંન્ડ્રેડવેટનાં વજનને ૬ ફુટની ઉંચાઈએ ઉપાડે છે, તો તે ક્રેનની એફીશીઅન્સી શોધો.

૧૧૨. ૫૬ પાંડનાં એક વજનને એક સ્થિતિસ્થાપક દોરડાં વડે જમીન ઉપરથી ઉપાડી ૩ ફુટ ઉંચા ટેબલ ઉપર મુકવાનું છે. દોરડું તે ઉપર લાગુ પાડેલાં દરેક ૩૦ પાંડ દીઠ એક ફુટ લંબાય છે, તો તે વજન ઉપાડતાં કુલ કેટલું કામ થશે ?

૧૧૩. એક સ્ટીમ એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૧૫ ઇંચ છે, અને દરેક સ્ટ્રોક દરમ્યાન પીસ્તન ઉપરનું વરાળનું સરેરાશ દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૪૦ પાંડ છે. જો સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૮ ઇંચ હોય, તો દરેક સ્ટ્રોક દીઠ કેટલું કામ થશે તે શોધો.

૧૧૪. એક ઢાળવાળી સપાટીની લંબાઈ ૪૦૦ ફુટ છે અને ઉંચાઈ ૩૦૦ ફુટ છે. જો કોએફીશન્ટ ઓફ ફ્રીકશન (ઘર્ષણનો ગુણક) ૦.૫ હોય, તો તે ઢાળ ઉપર ૧૫૦ પાંડનાં વજનને ખેંચી જતાં કેટલું કામ થશે ?

૧૧૫. એક કુવાનો વ્યાસ ૧૨ ફુટ છે અને ઉંડાઈ ૨૫ ફુટ છે. આ કુવો પાણીથી છલોછલ ભરેલો છે, તો આ કુવામાંનાં સઘળાં પાણીને પમ્પ વડે બહાર કાઢતાં કેટલું કામ થશે તે શોધો. પાણીને બહાર કાઢવાની ક્રિયા દરમ્યાન કુવાનાં પાણીમાં કશો પણ વધારો થતો નથી.

૧૧૬. એક સ્લાઇડિ વાલ્વની સરતી સપાટી (rubbing surface)નું માપ ૯ ઇંચિ × ૧૫ ઇંચિ છે. સ્લાઇડિ વાલ્વની પીઠ ઉપર પડતું વરાળનું દબાણુ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૮૦ પૌંડ છે. કોએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન (ઘર્ષણનો ગુણક) ०·૧૫ છે, તો તે સ્લાઇડિ વાલ્વને ચલાવવા માટે દર ચોરસ ઇંચિ દીઠ કેટલું દબાણુ જોઈશે ?

૧૧૭. એક માણુસનું વજન ૧૬૮ પૌંડ છે, અને તે પોતાની સાથે ૨૮ પૌંડનાં વજનને લઈ ૨૫ ફુટ ઉંચા દાદર ઉપર ચઢી $\frac{3}{4}$ મીનીટમાં માળ ઉપર પહોંચે છે, તો આ ક્રિયામાં કેટલા હોર્સપાવરનો ખર્ચ થશે તે શોધો.

૧૧૮. એક લીવર ૩૬ ઇંચિ લાંબો છે અને તેનું વજન ૧૫ પૌંડ છે. આ લીવરને તેના એક છેડાથી ૨ ઇંચ દુર એક ફુલક્રમ ઉપર ટેકવેલો છે, તો તે લીવરને આડી દિશામાં રાખવા માટે તેને બીજે છેડે ઉપલી દિશામાં કેટલું જોર લાગુ પાડવું જોઈએ ?

૧૧૯. એક વાઇન્ડીંગ એન્જીન વડે ૩ ટન કોલસાને એક સરખી ઝડપે ૨ મીનીટમાં $\frac{1}{4}$ માઇલ ઉંડી ખાણુમાંથી ઉપાડી બહાર કાઢવાનો છે. ધારો કે લાગુ પાડેલાં કુલ જોરના ૩० ટકા ઘર્ષણમાં વ્યર્થ જાય છે, તો તે એન્જીને ખર્ચ કરેલા હોર્સપાવર શોધો,

૧૨०. એક ટ્રેન જેનું વજન ૧૫० ટન છે તે દર કલાકે ૩૫ માઇલની ઝડપે દોડે છે. જો ઘર્ષણનો અવરોધ દર ટન દીઠ ૧૫ પૌંડ હોય, તો તે ટ્રેનનાં એન્જીને ખર્ચ કરેલા હોર્સપાવર શોધો. જો તે ટ્રેન ૮०એ ૧ના ઢાળવાળી સડક ઉપર ચઢે અને ઝડપ તેજ કાયમ રહે, તો કેટલા વધારાના હોર્સપાવર ખર્ચ થશે ?

૧૨૧. એક ફ્લાઈ વ્હીલ જેનો વ્યાસ ૧૨ ઇંચિ છે અને વજન ૫ ટન છે તેને એક શાફ્ટ ઉપર બેસાડેલું છે. તેની ગતિને લીધે તે ફ્લાઈ વ્હીલમાં જે કામનો જથ્થો એકઠો થાય છે તે ૭ હોર્સપાવરની બરાબર છે. જો શાફ્ટ અને તેની બેરીંગો વચ્ચેનો કોએફીશન્ટ ઓફ્ ફ્રીકશન (ઘર્ષણનો ગુણક) ०·०૮ હોય, તો તે ફ્લાઈ વ્હીલ ઉભું રહેવાની પૂર્વે કેટલા આંટા ફરશે ?

૧૨૨. એક હાઈડ્રોલીક મોટર (પાણીનાં દબાણુથી ચાલતું એન્જીન) ૭૫ ટકાની મીકેનીકલ એફીશીઅન્શી (યાંત્રિક કાર્યસાધકત્વ) સાથે ૨૫

એક હોર્સપાવર ઉત્પન્ન કરે છે. તેમાં દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૭૦૦ પૌંડનાં દબાણવાળું પાણી પુરૂં પાડવામાં આવે છે, તો તેમાં દર મીનીટે કેટલા ગેલન પાણી ખપશે?

૧૨૩. રેક સાથે ગીયર થતાં એક પીનીઅનને ½ ઇંચ પીચના ૨૦ દાંતા છે અને તે દર મીનીટે ૧૦૦ આંટા ફરે છે. રેકને પ્લેનીંગ મશીનની ટેબલ સાથે જોડેલો છે, તો ટેબલ કેટલી ઝડપે ચાલશે? જો રેક અને પીનીઅનના દાંતા વચ્ચેનું દબાણ ૫૦૦ પૌંડ હોય, તો સંચાર થતા હોર્સપાવર શોધો.

૧૨૪. એક એન્જીનનાં સીલીન્ડરનો વ્યાસ ૯.૫ ઇંચ છે, સ્ટ્રોકની લંબાઈ ૧૮ ઇંચ છે, સરેરાશ કાર્યસાધક દબાણ દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૧૦૬ પૌંડ છે, અને દર મીનીટે સ્ટ્રોકની સંખ્યા ૭૭ છે. જો તે એન્જીનની મીકેનીકલ એફીશીઅન્સી (યાંત્રિક કાર્યસાધકત્વ) ૮૬.૪ ટકા હોય, તો બ્રેક હોર્સપાવર શોધો.

૧૨૫. એક બીમ AB ૨૦ ફુટ પહોળા એક ખુલ્લા માર્ગ ઉપર આપેલો છે, અને તેને બન્ને છેડે ટેકાઓ ઉપર ટેકવેલો છે. તે બીમ ઉપર છેડા Aથી ૪ ફુટ અને ૧૫ ફુટનાં અંતરે અનુક્રમે ૫ ટન અને ૭ ટનનાં બે વજનો લાધેલાં છે. જો બીમનું વજન ૪ ટન હોય, તો દરેક છેડા ઉપરનાં પ્રતિકાર્યો શોધો.

૧૨૬. એક લીવર સેફ્ટી વાલ્વનું ક્ષેત્રફળ ૪.૫ ચોરસ ઇંચ છે અને તેનો લીવરેજ ૩ ઇંચ છે. લીવરનું વજન ૮ પૌંડ છે, અને તેનું સેન્ટ્રોઇડ (ગુરૂત્વ મધ્યબિંદુ) ફુલક્રમથી ૮ ઇંચ દુર છે, તો તે વાલ્વને દર ચોરસ ઇંચ દીઠ ૬૦ પૌંડનાં વરાળનાં દબાણે ઉપાડવા માટે લીવર ઉપર ફુલક્રમથી ૧૮ ઇંચ દુર કેટલા પૌંડનું વજન લટકાવવું જોઈએ તે શોધો.

૧૨૭. ૬ ફુટ લાંબા અને ૨૦ પૌંડનાં વજનના એક લોખંડના સળીયાને એક છેડા આગળ ફુલક્રમ ઉપર ટેકવેલો છે. જો ૫૬ પૌંડનાં વજનને તે સળીયા ઉપર ફુલક્રમથી ૨ ફુટનાં અંતરે લટકાવવામાં આવે, તો તે સળીયાને આડાં સ્થાનમાં રાખવા માટે તેને બીજે છેડે ઉપલી દિશામાં કેટલું ઉભું જોર લાગુ પાડવું જોઈએ?

જવાબો

એકસરસાઇઝ ૧લી. પૃષ્ઠ ૫૩–૫૮.

૧. ૪૪·૧૭૮ ચોરસ ઇંચ. **૨.** ૬૨·૮૩૨ ચોરસ ઇંચ. **૩.** ૧૨·૫ ચોરસ ઇંચ. **૪.** ૨૧૦ ચોરસ ફુટ. **૫.** ૩૮·૬ ચોરસ ઇંચ, **૬.** ૧૮$\frac{2}{3}$ ઇંચ. **૭.** ૧૩·૩૮ ઇંચ. **૮.** ૫૭·૭૨૬૯ ચોરસ ફુટ. **૯.** દરેક છેડાની પ્લેટ ઉપર ૧૨૭૨૩૪·૮ પૈાંડ; ભુંગળાં ઉપર ૧૮૦૯૫૬·૧૬ પૈાંડ. **૧૦.** ૭૯ ચોરસ ફુટ. **૧૧.** ૪૫૨૭·૪ ટન. **૧૨.** ૩·૭૩ ફુટ; ૧·૦૮ ચોરસ ફુટ; ૫·૮૨૫ ફુટ; ૧·૬ ચોરસ ફુટ. **૧૩.** ૩ ઇંચ. **૧૪.** ૬૩૨·૮૧૨૫ ગેલન; ૬૩૨૮·૧૨૫ પૈાંડ. **૧૫.** ૯૨૦ પૈાંડ; ૧૬ ધન ફુટ. **૧૬.** ૧૯૪·૫ પૈાંડ. **૧૭.** ૫૮ રૂ. ૮ આ. **૧૮.** ૩·૧૨૫ ચોરસ ફુટ; ૪૫૦ ચોરસ ઇંચ. **૧૯.** ૬૪ ગાળા. **૨૦.** ૨૭૭ પૈાંડ. **૨૧.** ૧૬·૨૭ ઇંચ. **૨૨.** ૧૭·૪૯ પૈાંડ. **૨૩.** ૧૧૩·૭ પૈાંડ. **૨૪.** ૧૭૬૭ ધન ફુટ. **૨૫.** ૮૭૦·૩ ચોરસ ફુટ. **૨૬.** ૧૮૭૫૦ પૈાંડ; ૧૮૭૫ ગેલન. **૨૭.** ૬′ × ૬′ × ૬′. **૨૮.** ૧૩૧·૨૫ ગેલન; ૧૨૦૭·૫ પૈાંડ. **૨૯.** ૭૮૫૪ પૈાંડ; ૭૮૫·૪ ગેલન. **૩૦.** ૧૨ ફુટ ૧૧ ઇંચ. **૩૧.** ૨૬·૪ ટન. **૩૨.** ૧૩૧·૪ પૈાંડ. **૩૩.** ૩૩·૫ ગેલન. **૩૪.** ૩૩૬·૬ પૈાંડ. **૩૫.** ૮૦૦૬·૩૮૭૨ પૈાંડ. **૩૬.** ૩૫૧·૨ પૈાંડ. **૩૭.** ૩ ટન ૪ હં. ૧ ક. ૧૦ પૈાંડ. **૩૮.** ૩ ટન ૩ હં. ૨ ક. ૭ પૈાંડ. **૩૯.** ૪૯૬ પૈાંડ. **૪૦.** ૨૦૬૧·૬ ગેલન; ૨૦૬૧૬ પૈાંડ. **૪૧.** ૭૪·૪૯ મીનીટ.

એકસરસાઇઝ ૨જી. પૃષ્ઠ ૯૭–૧૦૪.

૧. ૭૫૦ ફુટ–પૈાંડ. **૨.** ૩૪૦૦ ફુટ–પૈાંડ. **૩.** ૪૭૫૨૦૦ ફુટ–પૈાંડ. **૪.** ૨૬·૯ પૈાંડ. **૫.** ૨$\frac{2}{3}$ માઇલ. **૬.** ૩૬૮ ફુટ–પૈાંડ. **૭.** ૮૫૮૬·૬ ફુટ–પૈાંડ; ૦·૨૬ હોર્સપાવર. **૮.** ૩૩૬૦૦ ફુટ–પૈાંડ. **૯.** ૩૫૩૫ પૈાંડ; ૧૨૭૨૬૦૦ ફુટ–પૈાંડ. **૧૦.** ૧૨ હોર્સપાવર. **૧૧.** ૭૭ પૈાંડ. **૧૨.** ૮૨૫ ફુટ. **૧૩.** ૨૪૫ પૈાંડ. **૧૪.** ૧૦·૨૮ હોર્સપાવર. **૧૫.** ૭૦૬·૩૬

હોર્સપાવર. **૧૬.** ૧૬૪૯·૩૪ હોર્સપાવર. **૧૭.** ૧·૫૪ ફુટ. **૧૮.** ૧૬ ઇંચ. **૧૯.** ૬૧૬·૫ **૨૦.** ૩૬·૨૨ પૌંડ. **૨૧.** ૮૮૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૨૨.** (૧) ૫૬૫૭·૧ ફુટ–પૌંડ; (૨) ૧૧૩૧૪૨૮·૫૭ ફુટ–પૌંડ; (૩) ૩૪·૨૮ હોર્સપાવર. **૨૩.** ૬૮·૭૫ ગેલન. **૨૪.** ૧૮·૩૨ હોર્સપાવર. **૨૫.** ૯૮·૧ હંડ્રેડવેટ. **૨૬.** ૧૨ હોર્સપાવર. **૨૭.** ૧૮૦૦ પૌંડ. **૨૮.** ૧૮·૬૫ હોર્સપાવર. **૨૯.** ૧૧૫૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૦.** ૩૪૭૪૯૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૧.** ૩૭૮૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૨.** ૨૮૮૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૩.** ૧૫૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૪.** (૧) ૩૦૨૯૦ ફુટ–પૌંડ; (૨) ૨૦૬૪૦ પૌંડ. **૩૫.** (૧) ૯૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૨) ૪૫૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૬.** ૨૪૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૭.** $WN\left(L-\frac{N}{૨}\right)$ ફુટ–પૌંડ; $\frac{WL^{૨}}{૨}$ ફુટ-પૌંડ. **૩૮.** ૪૨૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૩૯.** ૬૩૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૪૫૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૨૭૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૯૦૦૦ ફુટ– પૌંડ; ૩૩૯ ફુટ. **૪૦.** (૧) ૧૨·૫ ઇંચ–પૌંડ; (૨) ૫૦ ઇંચ–પૌંડ; (૩) ૨૦૦ ઇંચ–પૌંડ; (૪) ૩૧૨·૫ ઇંચ–પૌંડ; (૫) ૬૧૨·૫ ઇંચ–પૌંડ; **૪૧.** (૧) ૩૬૭૫૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૨) ૧·૮૫ હોર્સપાવર. **૪૨.** ૧૦૨૪૦૦ફુટ–પૌંડ; ૦·૩૧ હોર્સપાવર. **૪૩.** ૦·૧૪૫ હોર્સપાવર. **૪૪.** ૩૧·૮ ફુટ; ૫૫૯૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; **૪૫.** ૩૪૮૮૧૦૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૪૬.** ૧૧૫૨૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૧૮૪૩૨ ફુટ–પૌંડ; ૯૨૧૬૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૪૭.** ૧૯૮૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૨·૨૨૯ આના; ૪·૨૭ આના.

એકસરસાઇઝ ૩૭. પૃષ્ઠ ૧૨૧–૧૨૨.

૧. (૧) ૧૧·૭ પૌંડ; (૨) ૮·૭ પૌંડ; (૩) ૧૪ પૌંડ. **૨.** ૧૪·૫ પૌંડ. **૪.** ૧·૪૮ ટન; ૪·૭૨ ટન **૫.** ૧·૨ ટન; ૧·૬ ટન; ૦·૯૬ટન. **૬.** AC ઉપર આવતું ખેંચાણ ૦·૧૬ ટન; BC ઉપર આવતું દબાણ અથવા ધક્કો ૦·૮૩ ટન. **૭.** ૯·૩૬ ટન. **૮.** જીબ ઉપરનું દબાણ ૭·૧૨ પૌંડ; ટાઇરોડ ઉપરનું ખેંચાણ ૫·૭૫ પૌંડ. **૯.** AP માંનું ખેંચાણ ૨૦૦૦ પૌંડ; BPમાંનું દબાણ અથવા ધક્કો ૩૪૬૪ પૌંડ.

એકસસાઇઝ ૪થી. પૃષ્ઠ ૧૪૧–૧૪૩.

૧. ૪૦૦ ફુટ–પૌંડ. ૨. ૧૭.૧ પૌંડ; ૫.૧ પૌંડ. ૩. ૯.૩૭ પૌંડ; ૩૪.૩૭ પૌંડ. ૪. ૩૩.૬ ઇંચ. ૫. ૬.૪૩ ઇંચિ; ૯૫ પૌંડ. ૬. ૮૨૫૦ પૌંડ. ૭. ૭૫૦૦ પૌંડ. ૮. ૬૦૪૮ પૌંડ. ૯. ૩.૫૫ ટન; ૨.૪૫ ટન. ૧૦. A આગળ ૧.૩૩ ટન; C આગળ ૪.૬૬ ટન. ૧૧. ૩૪૦ પૌંડ; ૩૮૫ પૌંડ. ૧૨. ૧૫૦ પૌંડ.

એકસસાઇઝ ૫મી. પૃષ્ઠ ૧૫૦–૧૫૨.

૧. ૪.૫ પૌંડ. ૨. ૫૮ પૌંડ. ૩. ૪૬ ઇંચિ. ૪. ૮ પૌંડનાં વજનથી ૨$\frac{1}{3}$ ઇંચ દુર. ૫. ૩૭.૩ ટન; ૪૧.૭ ટન. ૬. ૧૫ પૌંડ; ૩૦ પૌંડ; ૬૦ પૌંડ વજન; ૮૦ પૌંડ. ૭. ૮ પૌંડનાં વજનવાળા છેડાથી ૫૦ ઇંચ દુર. ૮. A આગળ ૫૩ હંન્ડ્રેડવેટ; B આગળ ૮૧ હંન્ડ્રેડવેટ. ૯. (૧) ૨૪૩૦ પૌંડ; (૨) ૫૨૯૨ પૌંડ. ૧૦. ૨૧.૩ પૌંડ. ૧૧. B ટેકા ઉપર ૪૫.૬ હંડ્રેડવેટ; C ટેકા ઉપર ૭૮.૧૫ હંડ્રેડવેટ.

એકસસાઇઝ ૬ઠ્ઠી. પૃષ્ઠ ૧૫૮–૧૫૯.

૧. ૬૦.૪ પૌંડ; ૫૫.૪ પૌંડ. ૨. ૫૮.૯ પૌંડ. ૩. ૧૨ ઇંચિ દુર. ૪. ૩$\frac{3}{4}$ ઇંચિ.

એકસસાઇઝ ૭મી, પૃષ્ઠ ૧૬૭–૧૬૮.

૧. ૬૯.૨ પૌંડ. ૨. ૬૪.૧ પૌંડ. ૩. ૨૫૦ પૌંડ. ૪. ૯૭.૮૪૮ પૌંડ. ૫. ૪૮૦૦ પૌંડ. ૬. ૧૪.૮૯ પૌંડ. ૭. ૪૩.૨ પૌંડ.

એકસસાઇઝ ૮મી. પૃષ્ઠ ૧૭૮–૧૮૦.

૧. P : W : : ૮ : ૧. ૨. ૧૦૦ પૌંડ; ૬.૬. ૩. ૧૬.૫ ફુટ. ૪. ૫.૯ ઇંચિ. ૫. ૮૯.૬ પૌંડ; ૨૫ ઇંચ. ૬. ૬૬.૮ પૌંડ; ૮૮.૫ પૌંડ. ૭. ૯૨૧.૬ પૌંડ; ૯૨૧.૬ પૌંડ. ૮. ૧૮૦૦ પૌંડ; ૧૮૦૦ પૌંડ. ૯. ૧૬૨૦ પૌંડ. ૧૦. ૧૫$\frac{3}{4}$ ઇંચિ; ૨$\frac{1}{4}$ ઇંચિ. ૧૧. ૬૦૦ પૌંડ; ૬૦૦ પૌંડ. ૧૨. (૧) ૧૫૦૭૯.૬ ફુટ–પૌંડ; (૨) ૧૮૦૯૫૬૧.૬ ફુટ–પૌંડ; (૩) ૫૪.૮ હોર્સપાવર. ૧૩. ૫૭૬ હોર્સપાવર.

એકસર્સાઇઝ ૯મી. પૃષ્ઠ ૧૯૭–૧૯૯.

૧. ૮૮૦૦ ફુટ–પૌંડ. **૨.** ·૧૭૯. **૩.** ૩·૬ હોર્સપાવર. **૪.** ૧૮૦·૪ હોર્સપાવર. **૫.** ૧૮૦૦ પૌંડ; ૧૪૪ હોર્સપાવર. **૬.** ૫૬૦ ટન (એન્જીનનાં વજન સાથે). **૭.** ૦·૭૬૮ હોર્સપાવર; ૩૨·૮ બ્રી. થ. યુ. (B. T. U.). **૮.** ૩૪·૬ માઇલ. **૯.** ૩૦ પૌંડ. **૧૦.** ૦·૦૦૫૪ હોર્સપાવર. **૧૧.** ૧૭૫·૭ ટન. **૧૨.** ૧૧·૧ હોર્સપાવર.

એકસર્સાઇઝ ૧૦મી. પૃષ્ઠ ૨૧૩–૨૧૫.

૧. ૫૬૫૭·૧ ફુટ–પૌંડ; ૨૦૫૭·૧ ફુટ–પૌંડ **૨.** ૧૯૪·૮ પૌંડ દર ટન દીઠ. **૩.** ૧૧·૩ ટન. **૪.** દર કલાકે ૩૦ માઇલ. **૫.** ૮૩૧·૨ હોર્સપાવર; ૧૬૪·૪ હોર્સપાવર. **૬.** ૧૨·૯ હોર્સપાવર. **૭.** ૧૪·૨૯ ટન. **૮.** ૩૨૦ હોર્સપાવર; ૧૨૧૬ હોર્સપાવર. **૯.** ૨૦·૯ માઇલ. **૧૦.** (૧) ૯૮૫૬૦૦૦ ફુટ-પૌંડ; (૨) ૯૦૬૭૫૨૦ ફુટ-પૌંડ. **૧૧.** ૯·૪૨ ટન; ૨૭·૫ હોર્સપાવર. **૧૨.** ૮ ટન; ૫૮૪·૩૪૭ ટન.

એકસર્સાઇઝ ૧૧મી. પૃષ્ઠ ૨૩૪–૨૩૮.

૧. ૦·૪૮૬. **૨.** ૯·૬ ફુટ. **૩.** ૭૯૧·૬ પૌંડ; ૦·૭૬. **૪.** ૧૩૨૩ હોર્સપાવર. **૫.** ૦·૫૪૫. **૬.** (૧) ૩૨૧ ગેલન; (૨) ૧૨૬૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૩) ૩૮·૧ હોર્સપાવર; (૪) ૭૬·૪ ટકા. **૭.** ૧૦·૯૫ હોર્સપાવર; ૪૮ એમ્પીઅર. **૮.** ૩૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૧૮૩૦૦ પૌંડ. **૯.** દરેક બાબદમાં કાઇનેટીક એનર્જી સરખી છે ૧ : ૧ ; ૨૭·૭ ટન. **૧૦.** ૧૨૬૩૦૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; ૫૫૦૦ હોર્સપાવર. **૧૧.** (૧) ૮·૬૪ હો. પા.; (૨) ૦·૨૭૫ હો. પા.; (૩) ૦·૦૬૨૮ હો. પા.; (૪) ૫·૮૯ હો. પા. **૧૨.** (૧) ૦·૦૮૪૮; (૨) ૦·૧૪; (૩) ૦·૨૦૬. **૧૩.** (૧) ૧૧૭૬૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૨) ૩૭૨૬૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૩) ૧૧૮૪૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૪) ૧૪૭૦૪૨૦ ફુટ–પૌંડ; (૫) ૩૯૬૦૦૦૦ ફુટ–પૌંડ; (૬) ૧૦૬૧૬૬૨૦ ફુટ–પૌંડ, **૧૪.** ૩૦·૫૫ હોર્સપાવર; ૨૨૭૯૦ વૉટ; ૧૭૦ એમ્પીઅર; ·૦૦૩૫ પેન્સ. **૧૫.** ૧૦·૯ ટકા. **૧૬.** ૮·૪૧ ગેલન. **૧૭.** ૧૨૮·૩ પૌંડ. **૧૮.** ૩૭૮ પૌંડ; ૩૭૮ પૌંડ.

મીકેનીકલ એન્જીનીયરીંગનાં પહેલાં વર્ષની વાર્ષિક પરિક્ષામાં પુછાયેલા અને બીજા પરચુરણ દાખલાઓના જવાબો. પૃષ્ઠ ૨૩૯–૨૫૮.

૧. ૩૬·૫ ફુટ. ૨. ૮૮·૦૯૫ પૈાંડ. ૩. ૧૪૦૭૬ ગેલન. ૪. ૨૧૬ હોર્સપાવર. ૫. ૨૨૦ હોર્સપાવર. ૬. ૧૨·૬ ફુટ. ૭. ૧ કલાક. ૮. ૭૫·૬૮૬. ૯. ૨·૭૮૪. ૧૦. ૩૦૫·૭ આંટા. ૧૧. ૭·૫ પૈાંડ પાણી. ૧૨. ૨૩·૮ ઈંચ. ૧૩. ૧૮·૯૭ ફુટ. ૧૪. ૫૩ ફુટ ૪ ઈંચ. ૧૫. ૫·૫ ઈંચ. ૧૬. ૯૫૬·૨૫ ટન. ૧૭. ૧૭૯૪૦ ગેલન. ૧૮. ૭૮·૯ કલાક. ૧૯. ૧૦·૬ ઘનફુટ. ૨૦. ૦·૫૧ હોર્સપાવર. ૨૧. ૩૦·૨૭ ચો. ફુટ. ૨૨. ૪૨·૬ હોર્સપાવર; ૧·૯૬ પૈાંડ. ૨૩. ૧૦૦૦૩૫ ઘનફુટ. ૨૪. ૪૧·૬૮ મીનીટ. ૨૫. ૧૩૭·૧૪ હો. પા. ૨૬. ૧૧૮·૦૮ પૈાંડ. ૨૭. ૧૩૨૬·૮ ગેલન. ૨૮. ૧૭૪·૩ પૈાંડ. ૨૯. ૦·૨૭ હો. પા. ૩૦. ૪૯૧·૦૭ ગેલન; ૪૦૨૬·૭ પૈાંડ. ૩૧. ૪૫ મીનીટ. ૩૨. ૫·૦૧ ઈંચ. ૩૩. ૧૩·૬૩ હો. પા. ૩૪. ૧૧૨૬૧૨·૫ ઘનફુટ. ૩૫. ૩૮·૨૫ માઈલ. ૩૬. (૧) ૨૨૪૦૦ ફુટ–પૈાંડ; (૨) ૧૫૮૭૧૨ ફુટ–પૈાંડ; (૩) ૧૯૮૦૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૩૭. ૧૨૧·૩ હો. પા. ૩૮. ૧૮૩૩·૩ ચો. ફુટ. ૩૯. ૧૧૫૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૪૦. ૧૩૭·૧૪ હો. પા. ૪૧. ૧૭૨૮૫·૭ પૈાંડ. ૪૨. ૩૧૫૦ પૈાંડ. ૪૩. ૮૩૮૬૫૬૦ ફુટ–પૈાંડ; ૭૨·૬ હો. પા. ૪૪. ૨૨૫ ફુટ–પૈાંડ; ૦·૭૫. ૪૫. ૩૮·૧ મીનીટ. ૪૬. ૩૩·૬ હોર્સપાવર. ૪૭. ૨૪·૧ મીનીટ. ૪૮. ૨૪૦૦ પૈાંડ. ૪૯. $\frac{W}{P} = \frac{૨૧}{૧}$; ૦·૭૫. ૫૦. ૨૦૦ આંટા. ૫૧. ૩૫૧૮·૫૯૨ ફુટ–પૈાંડ; ૬·૩૯૭ હો. પા. ૫૨. ૭૪·૬ નોમીનલ હોર્સપાવર. ૫૩. ૨૪·૭૭ ઈંચ. ૫૪. ૬૭૧·૭ પૈાંડ. ૫૫. ૪૯ ઈંચ; ૨૨૦ પૈાંડ. ૫૬. ૫૨૯·૦૬ હો. પા.; ૨૭·૫ માઈલ દર કલાકે. ૫૭. ૯૨૧·૬ પૈાંડ. ૫૮. પૈાંડ; ફુટ–પૈાંડ; ૫૫૦૦ ફુટ. ૫૯. ૦·૫૩. ૬૦. વજનથી ૭·૨ ઈંચ દુર. ૬૧. ૬૪·૨૮ પૈાંડ. ૬૨. ૩૧·૨૫ માઈલ. ૬૩. ૨૦·૫૫ ઈંચ. ૬૪. ૩૪૯૨૭·૨ ફુટ–પૈાંડ. ૬૫. ૯૨·૪૬ ટન. ૬૬. ૯૩·૯૬ હો. પા. ૬૭. ૧૦૫૦૩૦૪૦ ફુટ–પૈાંડ.

૬૮. ૮·૫૨ પૈાંડ દર ટન દીઠ. ૬૯. ૧૬૨૫૦૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૭૦. ૧૦૦૦ પૈાંડ. ૭૧. ૦·૫૬. ૭૨. ૩૫૯૪૦૦ ફુટ–પૈાંડ; ૯૦૬૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૭૩. ૨૭૬ આંટા; ૧૨૮૮ ફુટ. ૭૪. ૫૨૩૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ; ૧૦૧૬૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ; ૧૪૭૯૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૭૫. ૩૦૩૪૨૪·૭ ફુટ–પૈાંડ. ૭૬. ૦·૮ હો. પા. ૭૭. ૫·૬૭ મીનીટ. ૭૮. ૨૨૦૦ પૈાંડ; ૫૮·૯૨ ફુટ. ૭૯. ૧૨·૭ હો. પા. ૮૦. ૧·૦૦૫ ફુટ. ૮૧. ૩૫·૭ માઇલ; ૮૧·૧૬ માઇલ. ૮૨. ૦·૦૩ હો. પા. ૮૩. ૧૦૬૦૭૧·૪ ઘન ફુટ; ૧૨૭૨૮૫૭·૧ પૈાંડ. ૮૪. ૧૯૮ ઘન ફુટ; ૭·૪૩ પૈાંડ પાણી. ૮૫. ૪૫૭૩·૮ ગેલન. ૮૬. ૩૭·૫ પૈાંડ દર ટન દીઠ. ૮૭. ૦·૧૪૫. ૮૮. ૨૬૯·૩ પૈાંડ; ૩૩૦·૭ પૈાંડ. ૮૯. ૧૯૮૦૦૦૦ફુટ–પૈાંડ; ૧ આનો ૮$\frac{1}{2}$ પાઈ. ૯૦. ૫૫૦૦ ફુટ. ૯૧. ૨૧·૩ ઇંચ. ૯૨. ૫૮૫·૧૪ હો. પ. ૯૩. ૭૪·૮ ફુટ–પૈાંડ. ૯૪. ૦·૫૫. ૯૫. ૧૩૪·૬૯ પૈાડ. ૯૬. ૨ આના ૯ પાઈ. ૯૭. ૨૭૫૧૬૩૪·૨૮૫ ફુટ–પૈાંડ. ૯૮. ૪૩·૬ માઇલ દર કલાકે; ૬૪ ફુટ દર સેકન્ડે. ૯૯. જે છેડાથી વજનો મુકવામાં આવ્યાં છે તે છેડાથી ૫·૬ ફુટ દુર ફલક્રમ મુકવું જોઈએ. ૧૦૦. ૪૧૨૫૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ; ૧૬·૬૬ હો. પા. ૧૦૧. ૨૨૮૦૯૬૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૧૦૨. ૩૨૦ હો. પા. ૧૦૩. ૩૨·૮ પૈાંડ. ૧૦૪. ૧૫ પૈાંડ; ૨૫ પૈાંડ; ૩૦ પૈાંડ; ૪૦ પૈાંડ. ૧૦૫. ૩૩·૯ હોર્સપાવર. ૧૦૬. ૭૨૬૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ; ૨૨ હો. પા. ૧૦૭. ૩૬·૬ફુટ દર સેકન્ડે; ૭·૨ મીનીટ. ૧૦૮. ૧૦૪૦૭૯૩·૬ ફુટ–પૈાંડ. ૧૦૯. ૧૦ આંટા. ૧૧૦. ૪૦૨૦ પૈાંડ; ૧૯૮૦ પૈાંડ. ૧૧૧. ૦·૫૭. ૧૧૨. ૨૭૨·૫૩ ફુટ–પૈાંડ. ૧૧૩. ૧૦૬૦૭ફુટ–પૈાંડ. ૧૧૪. ૭૫૦૦૦ ફુટ–પૈાંડ. ૧૧૫. ૨૨૦૮૯૩૭·૫ ફુટ–પૈાંડ. ૧૧૬. ૧૨ પૈાંડ દર ચો. ઈ. દીઠ. ૧૧૭. ૦·૨૯૭ હોર્સપાવર. ૧૧૮. ૭·૦૬ પૈાંડ. ૧૧૯. ૫૭૬ હો. પા. ૧૨૦. ૨૧૦ હો. પા.; ૩૯૨ હો. પા. ૧૨૧. ૮૨·૦૩ આંટા. ૧૨૨. ૬૮·૨ ગેલન. ૧૨૩. ૧·૨૬ હો. પા. ૧૨૪. ૨૩·૯૯ એક હોર્સપાવર. ૧૨૫. ૭·૭૫ પૈાંડ; ૮·૨૫ પૈાંડ. ૧૨૬. ૪૧·૪૪ પૈાંડ. ૧૨૭. ૨૮·૬૬ પૈાંડ.

અનુક્રમણિકા